Elméleti fizika 1. gyakorlat, 6. feladatsor

Lukács Árpád

2010. március 26.

Tudnivalók: A gyakorlat honlapja: `www.rmki.kfki.hu/~arpi/teaching/2010elmfiz1/`. A feladat teljes megoldásához a levezetés, és a számolások részletei is hozzátartoznak. Beadási határidő a következő gyakorlat **kezdete**. **Fontos**: ha valamelyik feladatnak csak egy részét sikerült megoldani, azt is érdemes beadni!

1. Feladat (6p)**.** Ha a gyakorlaton nem maradt volna rá idő, akkor ellenőrizzük, hogy

$$L = \mathrm{e}^{\alpha t}\left(\frac{1}{2}m\dot{x}^2 - \frac{m\omega_0^2}{2}x^2\right)$$

a csillapított oszcillátor Lagrange–függvénye. Ekkor a Hamilton–függvény

$$H = \frac{\mathrm{e}^{-\alpha t}}{2m}p^2 + \mathrm{e}^{\alpha t}\frac{m\omega_0^2}{2}x^2$$

Vezessük le ebből a Hamilton–féle (kanonikus) mozgásegyenleteket, és ellenőrizzük, hogy azok valóban visszaadják a csillapított oszcillátor mozgásegyenletét!

2. Feladat (10p)**.** (a) Mi egy második deriváltat tartalmazó $S = \int L(x, \dot{x}, \ddot{x}, t)\mathrm{d}t$ hatás extrémumfeltétele, azaz az Euler–Lagrange-egyenlet megfelelője?
(b) Mi a mozgásegyenlet, ha $L = -\frac{m}{2}x\ddot{x} - \frac{k}{2}x^2$? Azonos mozgásegyenlet előáll csak x-et és $\dot{x}$-ot tartalmazó Lagrange–függvényből is. Mutassuk meg, hogy a két Lagrange–függvény különbsége teljes időderivál't!
Segítség: Számoljuk ki s δS variációt $\delta x(t)$-ben lineáris rendig, majd végezzünk parciális integrálást!

3. Feladat (10p)**.** (a) Válasszuk a gömbi inga esetén általánosított koordinátáknak az x, y koordinátákat. Ezekkel fejezzük ki z-t, majd írjuk fel a gömbi inga Lagrange–függvényét, és mozgásegyenletét!
(b) A mozgásegyenleteket x-ben, y-ban és a fellépő deriváltjaikban linearizálva ellenőrizzük, hogy visszakapjuk-e a gyakorlaton kis kitérésekre felírt egyenleteket!