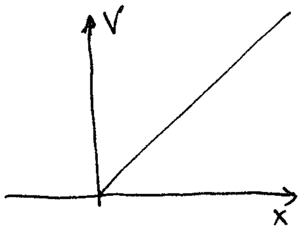
3. feladatsor
Megoldások ①

1.)



$$V(x) = \begin{cases} Fx & x \geq 0 \\ \infty & x < 0 \end{cases}$$

Az erő: $F(x) = -V' = -F$ állandó, tehát a testre F nagyságú erő hat balra.

A mozgásegyenlet: $\ddot{x} = -\frac{F}{m}$

$$x(t) = -\frac{F}{2m} t^2 + v_0 t + x_0$$

ha a részecske energiája $t=0$-ban E, $x=0$-ban van:

$$v_0 = \sqrt{\frac{2E}{m}}$$

addig megy jobbra, amíg $\dot{x} = 0$ nem lesz

$$\dot{x} = -\frac{F}{m} t + \sqrt{\frac{2E}{m}} \overset{!}{=} 0$$

ahonnan

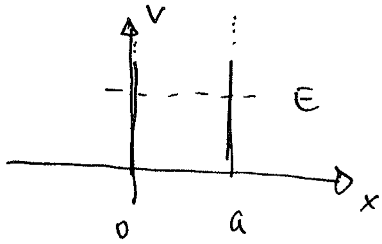
$$t = \frac{m}{F}\sqrt{\frac{2E}{m}} = \frac{\sqrt{2Em}}{F}$$

a periódusidő ennek a kétszerese, $T = 2\frac{\sqrt{2Em}}{F} = \frac{\sqrt{8Em}}{F}$

a lényeg: $V(x) = Fx$ a $-F$ állandó erő hatása alatt való mozgást írja le.

2.)

$$V(x) = \begin{cases} \infty & x < 0 \\ 0 & 0 \le x \le a \\ \infty & x > a \end{cases}$$



$$T = 2 \int_{x_1^*}^{x_2^*} \frac{dx}{\sqrt{\frac{2}{m}(E - V(x))}}$$

$E > 0$ esetén itt $x_1^* = 0$ $x_2^* = a$, E-től függetlenül,

és a kettő között $V(x) = 0$

$$T = 2 \int_0^a \frac{dx}{\sqrt{\frac{2}{m} E}} = \frac{2a}{\sqrt{\frac{2}{m} E}} = \frac{\sqrt{2}\, a}{\sqrt{\frac{E}{m}}} = a \sqrt{\frac{2m}{E}}$$

de mi is $\frac{2}{m} E$? $E = \frac{1}{2} m v^2 + V$, $0 < x < a$ esetén

$V = 0$ $E = \frac{1}{2} m v^2$ $\Rightarrow$ $v = \sqrt{\frac{2E}{m}}$ $T = \frac{2a}{v}$

<u>Magyarázat</u>: b) $0 < x < a$ esetén $V' = 0$, a részecskére nem hat erő $\Rightarrow$ állandó $v = \sqrt{\frac{2E}{m}}$ sebességgel mozog. 0-ban és a-ban visszapattan. Egy periódusban tehát $2a$ utat tesz meg (oda a, vissza a), állandó v sebességgel

$$T = \frac{2a}{v}$$

3.) $V(x) = \frac{\beta}{2}(x^2-\eta^2)^2 + \text{konst.}$ ha $\gamma < 0$

mozgásegyenlet:

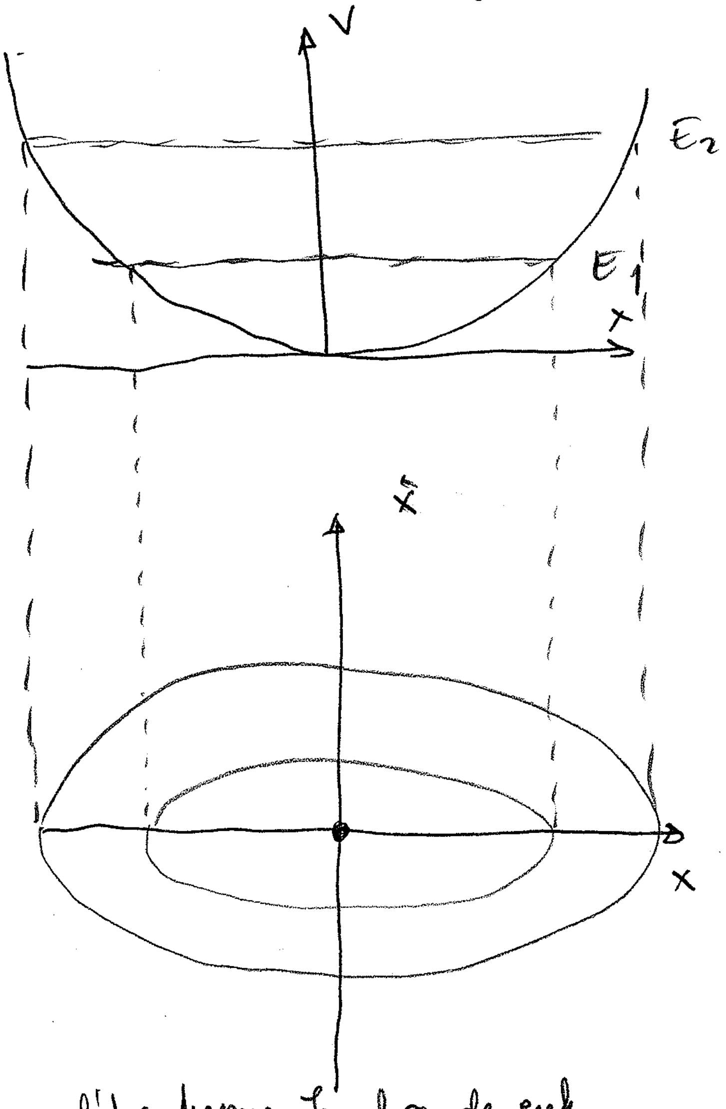
$$\boxed{m\ddot{x} = -V'(x) = -2\beta x^3 + 2\gamma x^2}$$ (δ nem szerepel)

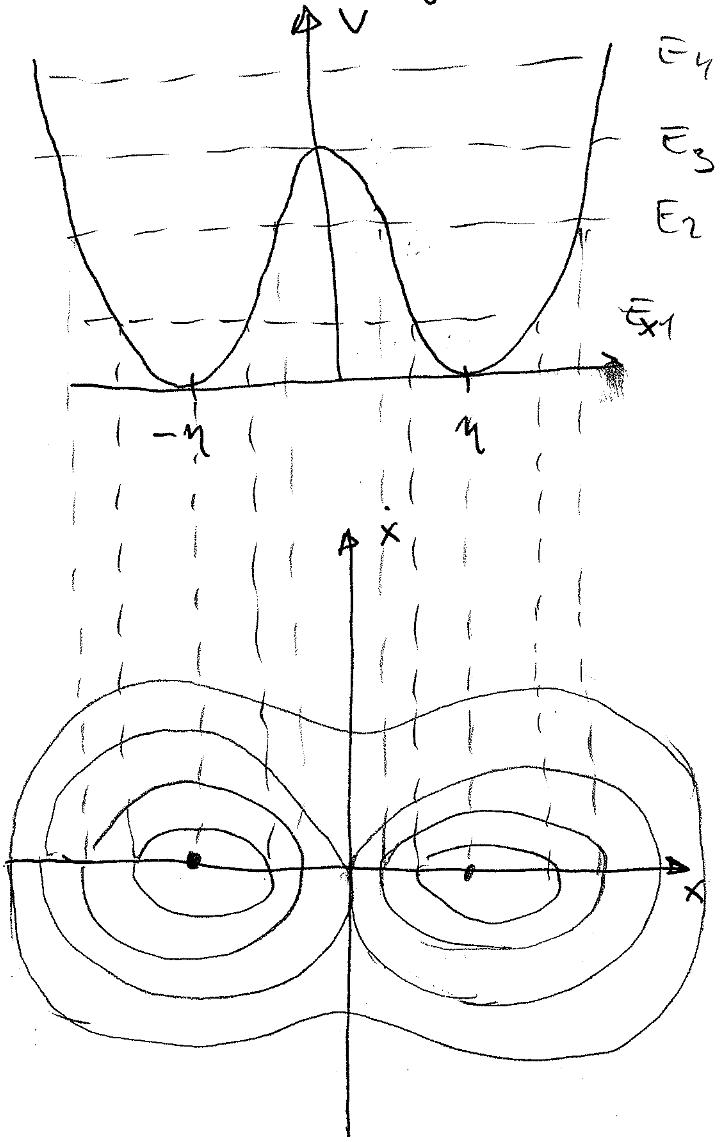
ez a $\gamma < 0$ esetben megegyezik a másik alak deriváltjával

$$\boxed{m\ddot{x} = -2\beta(x^2-\eta^2)x}$$

(a felső képlet $\gamma > 0$ esetben is jó)

Fázistér - ábrák: $\gamma > 0$ $\gamma < 0$





hasonlít a harmonikushoz, de ezek nem ellipszisek!

egyenletük

$$\frac{1}{2} m \dot{x}^2 + \frac{\beta}{2} x^4 + \gamma x^2 + \delta = E$$

a negyedfokú görbe

az egyenlet azonos, csak

$\gamma < 0$

Figyeljük meg az egyensúly körüli kis rezgéseket!
(Pici görbék, minnél kisebbek, annál jobban közelíthetők ellipszissel)

Érdemes elgondolkodni a $\beta < 0$ esetén.