Házi feladatok megoldása, 8. feladatsor

1 v_1', v_2' meghatározása ε rugalmassági paraméterű egyenes ütközésben

impulzusmegmaradás:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2' \qquad (1)$$

ε definíciója

$$-\varepsilon(v_1 - v_2) = v_1' - v_2' \qquad (2)$$

(1) + m_2(2) ill. (1) − m_1(2) - ből

$$v_1' = \frac{m_1 - \varepsilon m_2}{m_1 + m_2} v_1 + \frac{(1+\varepsilon) m_2}{m_1 + m_2} v_2$$

$$v_2' = \frac{(1+\varepsilon) m_1}{m_1 + m_2} v_1 + \frac{m_2 - \varepsilon m_1}{m_1 + m_2} v_2$$

az elvesző mechanikai energia (keletkező hő)

$$-\Delta T = T - T' \qquad T = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \qquad T' = \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2'^2$$

$$Q = -\Delta T = T - T' = \frac{1-\varepsilon^2}{2} \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} (v_1 - v_2)^2$$

innen azt is láthatjuk, hogy tényleg $\varepsilon = 1$ felel meg a rugalmas ütközésnek, akkor ugyanis $Q = 0$, $T = T'$, a mechanikai energia megmarad.

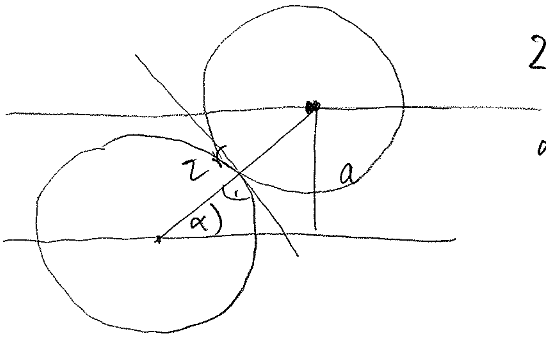
2. eltérülési szög meghatározása impakt paraméterből

teljesen rugalmas ütközés esetén $m_1 = m_2$ esetén

$$v_{1n}' = v_{2n} \qquad v_{1t}' = v_{1t}$$

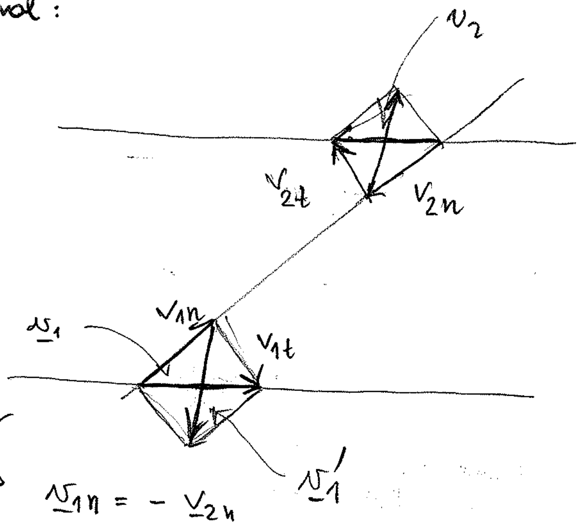
$$v_{2n}' = v_{1n} \qquad v_{2t}' = v_{2t}$$

a komponenseket leolvashatjuk az ábráról:



$2r \sin \alpha = a$

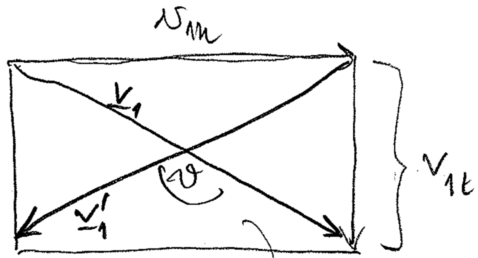
$\alpha = \arcsin \frac{a}{2r}$



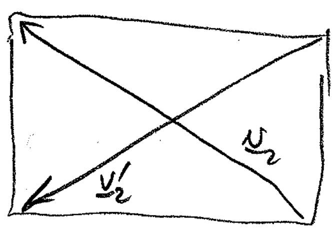
$\underline{v}_{1n} = -\underline{v}_{2n}$

$\underline{v}_{1t} = -\underline{v}_{2t}$

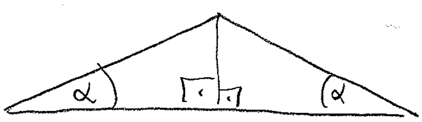
leolvasható, hogy a téglalapok másik átlója lesz az ütközés utáni sebesség



hasonlóan



a ϑ szög leolvasásához az átlók alatti Δ kinagyítva, a magasságát berajzolva

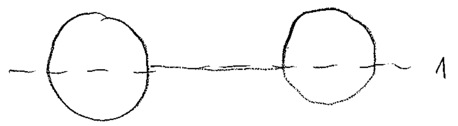


$$\vartheta = \left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) + \left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \pi - 2\alpha$$

$$\vartheta = \pi - 2 \arcsin \frac{a}{2r}$$

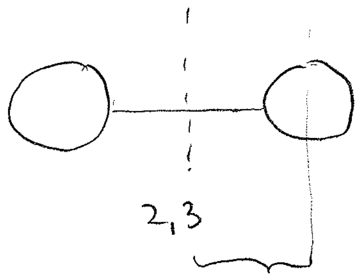
3 Súlyzó tehetetlenségi nyomatéka

a.)



$\Theta_1 = ?$ Két gömb tehetetlenségi nyomatékának az összege

$$\Theta_1 = 2\,\Theta_{gömb} = \frac{4}{5} m r^2$$



$d = \frac{l}{2} + r$

$\Theta_2 = \Theta_3$: két gömb tehetetlenségi nyomatéka, Steiner-tétellel számolva

$$\Theta_{egy\ gömb} = \frac{2}{5} m r^2 + m d^2$$

$$\Theta_2 = \Theta_3 = 2\,\Theta_{egy\ gömb} = 2\left(\frac{2}{5} m r^2 + m d^2\right)$$

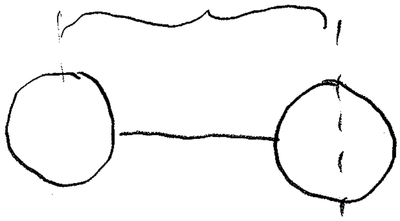
Megjegyzés: szimmetria okokból láthatjuk, hogy a fenti tengelyek fő tehetetlenségi tengelyek, ezek körül a testet megforgatva $\underline{N} \parallel \underline{\omega}$

$$\underline{\underline{\Theta}} = \begin{pmatrix} \Theta_1 & & \\ & \Theta_2 & \\ & & \Theta_3 \end{pmatrix}$$

a fent kiszámolt $\Theta_1, \Theta_2, \Theta_3$ fő tehetetlenségi nyomatékokkal

b.)

$d = l + 2r$



$$\Theta' = \Theta_{bal} + \Theta_{jobb}$$

$\Theta_{jobb} = \frac{2}{5} m r^2$ (tkp-n átmenő tengely, gömb)

Θ_{bal} Steiner-tétellel: $\Theta_{bal} = \frac{2}{5} m r^2 + m d^2$ $\quad d = l + 2r$

$$\Theta' = \frac{4}{5} m r^2 + m d^2$$