

Elméleti fizika 1. gyakorlat, 7. feladatsor

Lukács Árpád

2011. április 7.

Tudnivalók: A gyakorlat honlapja: www.rmki.kfki.hu/~arpi/teaching/2011elmfiz1/. A feladat teljes megoldásához a levezetés, és a számolások részletei is hozzátartoznak. Beadási határidő a következő gyakorlat **kezdeté**. **Fontos:** ha valamelyik feladatnak csak egy részét sikerült megoldani, azt is érdemes beadni!

1. Feladat (6p). (a) Írjuk fel az $\mathbf{A}_{1,2,3}$ antiszimmetrikus mátrixokat, hogy $\mathbf{A}_1\mathbf{r} = \mathbf{e}_1 \times \mathbf{r}$, $\mathbf{A}_2\mathbf{r} = \mathbf{e}_2 \times \mathbf{r}$ és $\mathbf{A}_3\mathbf{r} = \mathbf{e}_3 \times \mathbf{r}$ teljesüljön! (Itt $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2$ és \mathbf{e}_3 a derékszögű koordinátarendszer egységvektorai; ezeket szokták \mathbf{i}, \mathbf{j} és \mathbf{k} -val is jelölni.)

(b) Forogjon a K koordinátarendszer a K' -höz képest ω szögsebességgel a z tengely körül, felülről nézve az óramutató járásával ellentétes irányban. Ekkor a forgásmátrix, mellyel $\mathbf{r}' = \mathbf{A}\mathbf{r}$

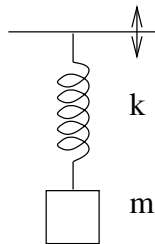
$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi & 0 \\ \sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

ahol $\varphi = \omega t$. Számoljuk ki ekkor az $\mathbf{\Omega} = \dot{\mathbf{A}}\mathbf{A}^T$ mátrixot és az $\vec{\omega}$ szögsebességvektort!

(c) Legyen a φ szög a forgásmátrixban az idő tetszőleges függvénye, $\varphi = \varphi(t)$. Mi ekkor $\mathbf{\Omega}$ és $\vec{\omega}$?

2. Feladat (6p). Egy gyárcsarnok teteje, az ott működő gépek rezgései miatt $z(t) = A \cos(\omega t)$ függvény szerint mozog. Milyen mozgást végez egy, a plafonra egy k rugóállandójú rugóval felfüggesztett, m tömegű test (lámpa)?

Segítség: rögzítsünk egy (gyorsuló) koordinátarendszert a plafonhoz, és írjuk le ebben a plafonról lógó test mozgását!



3. Feladat (6p). ¹ (a) Számoljuk ki, 4.5 km/s kiáramlási sebességet feltételezve, a rakéta tömegének mekkora része lehet hasznos terhelés, ha azt alacsony földkörüli pályára kell juttatni (azaz 9.7 km/s-ot kell a rakétának gyorsulnia), és a rakéta tömegének 5 %-a a rakéta szerkezete! (b) Építsünk kétfokozatú rakétát! Az első szakaszban gyorsítsunk 5 km/s-ot, majd a hasznos terhet gyorsítsuk tovább a pálya eléréséig egy második fokozattal. Így mekkora rész lehet a hasznos terhelés (itt is számoljuk úgy, hogy az egyes rakétafokozatok tömegének 5 %-a maga a fokozat szerkezete)?

¹Ha a gyakorlaton nem maradt volna rá idő, akkor a rakéta mozgásának a leírását ld. a webes jegyzetben!