

1. adatok N: Nap, J: Jupiter, F: Föld

tömegek:  $M_N = 1,98892 \cdot 10^{30} \text{ kg}$   $M_J = 1,899 \cdot 10^{27} \text{ kg}$   $M_F = 5,9742 \cdot 10^{24} \text{ kg}$

pályasugár ( $\approx$  fél nagyközé, az excentricitást elhanyagoljuk):

$$r_F = 1,496 \cdot 10^{11} \text{ m} \quad r_J = 7,785 \cdot 10^{11} \text{ m}$$

periódusidő:

$$T_F = 365,25 \cdot 24 \cdot (60)^2 \text{ s} = 3,156 \cdot 10^7 \text{ s}$$

$$T_J = 4331,572 \cdot 24 \cdot (60)^2 \text{ s} = 3,742 \cdot 10^8 \text{ s}$$

és a grav. állandó:  $\gamma = 6,673 \cdot 10^{-11} \text{ N} \left( \frac{\text{m}}{\text{kg}} \right)^2$

a) centripetális gyorsulások:  $a_{cp} = \frac{v^2}{r} = \left( \frac{2\pi r}{T} \right)^2 \frac{1}{r} = \frac{4\pi^2 r}{T^2}$

$$a_{cpF} = \frac{4\pi^2 r_F}{T_F^2} = 5,930 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}^2$$

$$m_F a_{cpF} = m_F \frac{4\pi^2 r_F}{T_F^2} = 3,543 \cdot 10^{22} \frac{\text{kg m/s}^2}{\text{N}}$$

$$a_{cpJ} = \frac{4\pi^2 r_J}{T_J^2} = 2,194 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$m_J a_{cpJ} = 4,167 \cdot 10^{23} \frac{\text{kg m}}{\text{s}^2 \text{ N}}$$

b.) erők

$$F_F = \gamma \frac{M_N M_F}{r_F^2} = 3,543 \cdot 10^{22} \text{ N} \quad \text{és } m_F a_{cpF} \text{ - fel lépés egyenlő}$$

$$F_J = \gamma \frac{M_N M_J}{r_J^2} = 4,159 \cdot 10^{23} \text{ N} \quad \text{eltérés csak \% nagyságrendű}$$

de sokmindent elhanyagoltunk (pl. a pálya lapultságát)

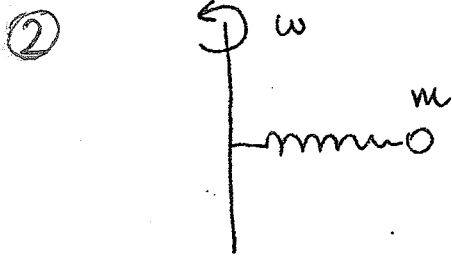
c) maximális Jupiter - Föld-erő:

$$F_{ZF} = \gamma \frac{M_J M_F}{(r_J - r_F)^2} = 1,914 \cdot 10^{18} \text{ N}$$

amikor a lehető legközelebb vannak (oppozíció)

ez valóban elhanyagolható a Föld-Nap-erőhöz képest:

$$\frac{F_{ZF}}{F_{NF}} \approx 5,4 \cdot 10^{-5}$$



$$m a_{cp} = m r \omega^2$$

$$F_{nyg'} = k \cdot \Delta l \quad \Delta l: \text{megnyúlás} \quad r = l_0 + \Delta l$$

megnyúlást radiális komponense

$$m \cdot a_{cp} = F_{nyg'}$$

$$m (l_0 + \Delta l) \omega^2 = k \cdot \Delta l$$

ahonnan a megnyúlás:

$$\Delta l = \frac{m \omega^2 l_0}{k - m \omega^2}$$

$$r = l_0 + \Delta l = l_0 + \frac{m \omega^2 l_0}{k - m \omega^2}$$

b.) Ha  $m \omega^2 > k$ , akkor  $\Delta l$  negatívak adódik, sőt

$$\Delta l < -l_0$$

tehát a rugót nemcsak összenyomni kellene, hanem át is a tengely feloldalára  $\rightarrow$  ez nem értelmes

nyújta a rugót viszont  $a_{cp}$  ilyenkor sokkal nagyobb, mint  $F_{nyg'}$   
 $\rightarrow$  ilyenkor vagy elszakadásig nyúlik a rugó, vagy amíg  $F_{nyg'} = k \Delta l$   
 lineáris összefüggés érvényét veszti.

③ szökési sebesség \*

$$v_0 = \sqrt{\frac{2\gamma M}{R}}$$

a.) Föld felszínén  $R_F = 6357 \text{ km} = 6,357 \cdot 10^6 \text{ m}$

$$v_{0F} = \sqrt{\frac{2\gamma M_F}{R_F}} = 1,1199 \cdot 10^4 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 11,2 \text{ km/s}$$

Jupiter felszínén  $R_J = 7,1492 \cdot 10^7 \text{ m}$

$$v_{0J} = \sqrt{\frac{2\gamma M_J}{R_J}} = 5,954 \cdot 10^4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

c.) a Naprendsertől való elszakadás:

a tömeg jól közelíthető a neptömeggel

itt a sugár a Föld pályasugara

$$v_{0 \text{ Naprst.}} = \sqrt{\frac{2\gamma M_N}{r_F}} = 4,212 \cdot 10^4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

\* magyarázat:

a test energiája eldobáskor

$$E = \frac{1}{2} m v_0^2 + V(r) = \frac{1}{2} m v_0^2 - \frac{\gamma m M}{r}$$

a végtelenben:

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \frac{\gamma m M}{r} = 0$$

tehát a kinetikus energia eldobáskor

$$\frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} m v_\infty^2 + \frac{\gamma m M}{r} \leftarrow \text{eldobáskor}$$

ez akkor minimális, ha  $v_\infty = 0$ , ekkor

$$v_0 = \sqrt{\frac{2\gamma M}{r}}$$