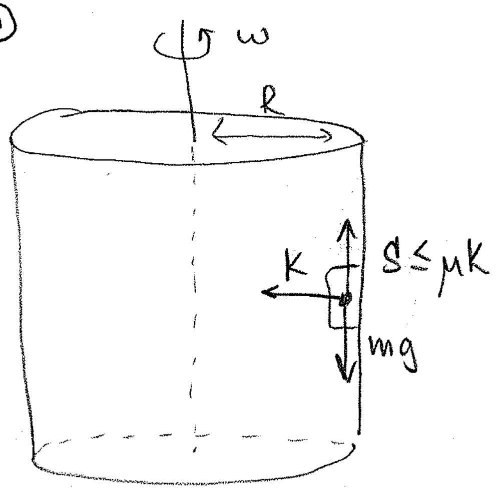
(1)



a.) "épp nem csúszik le": $S = \mu K$ teljesül

mozg. egyenlet függőleges komp.: $z = \text{áll.}\ \dot{z} = \ddot{z} = 0$

$$0 = \mu K - mg$$

$$\Rightarrow K = \frac{mg}{\mu}$$

radiális komp.:

$$m\omega^2 r = K \qquad \text{és } r = R$$

$$\Rightarrow \omega^2 = \frac{K}{mR} = \frac{g}{\mu R}$$

b.) a fal által kifejtett erő:

$$\underline{F}_{fal} = \begin{pmatrix} K \\ \mu K \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} mg/\mu \\ mg \end{pmatrix}$$

$$F_{fal} = mg\sqrt{1 + \frac{1}{\mu^2}}$$

akkor tehát, hogy $F_{fal} \leq 4mg$ adódjon

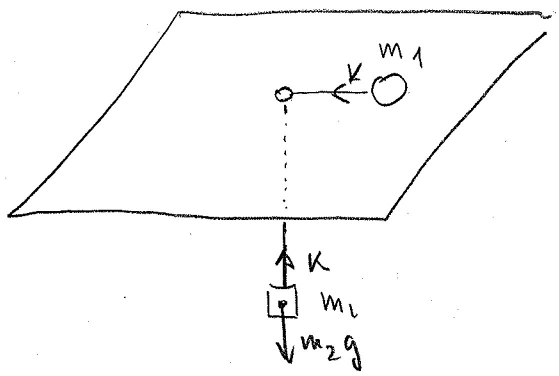
$$1 + \frac{1}{\mu^2} \leq 16$$

$$\frac{1}{\mu^2} \leq 15$$

$$\mu^2 \geq \frac{1}{\sqrt{15}} \approx 0{,}26\ldots$$

pl. gumilapon lehet ilyen nagy a súrlódás

②



a.) a lenti test z ir. mozgásegyenlete

$$0 = K - m_2 g$$

a felső test rad. mozg. egy:

$$a = a_{cp} = \omega^2 r$$

$$m_1 \omega^2 r = K$$

ebbe az első egyenletből $K = m_2 g$-t beírva

$$m_1 \omega^2 r = m_2 g \quad \Rightarrow \quad \boxed{\omega^2 = \frac{m_2}{m_1} \frac{g}{r}}$$

b.) mozgásegyenlet általánosan:

$$m_2 \ddot{z}_2 = K - m_2 g$$

a felső test : polárkoord. sikban

$$\underline{a} = (\ddot{r} - r\dot{\varphi}^2)\underline{e}_r + (r\ddot{\varphi} + 2\dot{r}\dot{\varphi})e_\varphi$$

így a radiális rész:

$$m_1(\ddot{r} - r\dot{\varphi}^2) = -K$$

tangenciális irányban nem hat erő

$$m_1(r\ddot{\varphi} + 2\dot{r}\dot{\varphi}) = 0$$

és a kényszerfeltétel (ha z_2-t onnan mérjük, ahol az m_2 tömegű test akkor van, ha m_1 bemegy az asztal közepére):

$$z_2 = r$$

(3) a.) az oscillátor mozgásegyenlete

$$m\ddot{x} + \beta\dot{x} + kx = F_0 \cos(\omega t) \qquad / \frac{1}{m}$$

$$\ddot{x} + 2\kappa\dot{x} + \omega_0^2 x = f_0 \cos(\omega t)$$

a megoldás: $x(t) = A\cos(\omega t - \varphi)$

$$A = \frac{f_0}{\sqrt{(\omega_0^2-\omega^2)^2 + 4\kappa^2\omega^2}} \qquad \operatorname{tg}\varphi = \frac{2\kappa\omega}{\omega_0^2-\omega^2}$$

(rezonancia: $\omega_r = \sqrt{\omega_0^2 - 2\kappa^2}$)

az energia $E = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \frac{1}{2}kx^2$

$$= \frac{m}{2}\left(\dot{x}^2 + \omega_0^2 x^2\right)$$

ekkor $\dot{x}^2 = \omega^2 A^2 \sin^2(\omega t - \varphi)$

de: $\sin^2(\omega t - \varphi) = \frac{1}{2} - \frac{\cos 2(\omega t - \varphi)}{2}$

hasonlóan $x^2 = A^2\cos^2(\omega t - \varphi)$

$$\cos^2(\omega t - \varphi) = \frac{1}{2} + \frac{\cos 2(\omega t - \varphi)}{2}$$

$$\dot{x}^2 + \omega_0^2 x^2 = \frac{\omega^2 A^2}{2} - \omega^2 A^2 \frac{\cos 2(\omega t - \varphi)}{2}$$

$$+ \frac{\omega_0^2 A^2}{2} + \omega_0^2 A^2 \frac{\cos 2(\omega t - \varphi)}{2}$$

$$= \frac{(\omega^2 + \omega_0^2)A^2}{2} - \frac{(\omega^2 - \omega_0^2)A^2}{2}\cos 2(\omega t - \varphi)$$

látható: az időfüggő tag $\omega^2 = \omega_0^2$ (sebességrezonancia) esetén tűnik el; és egyébként $\overline{E} = \frac{m}{2}\,\frac{(\omega^2+\omega_0^2)A^2}{2}$

b) harmonikus oszcillátor rezonáns gerjesztés esetén

$$m\ddot{x} + kx = F_0 \cos(\omega t)$$

$$\ddot{x} + \omega^2 x = f_0 \cos(\omega t)$$

rezonáns megoldás:

$$x(t) = \frac{f_0}{2\omega} t \sin(\omega t)$$

ugyanis $\quad \dot{x}(t) = \frac{f_0}{2} t \cos(\omega t) + \frac{f_0}{2\omega} \sin(\omega t)$

$$\ddot{x}(t) = -\frac{f_0 \omega}{2} t \sin(\omega t) + f_0 \cos(\omega t)$$

$\ddot{x} + \omega^2 x = f_0 \cos(\omega t)$ valóban teljesül

ekkor: $\quad E = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 + \frac{1}{2} k x^2 = \frac{m}{2} (\dot{x}^2 + \omega^2 x^2)$

$$\dot{x}^2 = \frac{f_0^2 t^2}{4} \cos^2(\omega t) + \frac{f_0^2}{4\omega^2} \sin^2(\omega t) + \frac{f_0^2}{2\omega} t \cos(\omega t) \sin(\omega t)$$

$$\omega^2 x^2 = \frac{f_0^2 t^2}{4} \sin^2(\omega t)$$

$$E = \frac{m}{2} (\dot{x}^2 + \omega^2 x^2) = \frac{m}{2} \left[\frac{f_0^2 t^2}{4} + \frac{f_0^2}{4\omega^2} \sin^2(\omega t) + \frac{f_0^2}{2\omega} t \cos(\omega t) \sin(\omega t) \right]$$

a leggyorsabban növekvő tag: $\frac{m}{2} \frac{f_0^2 t^2}{4}$