

Elméleti mechanika gyakorlat, 7. feladatsor

Lukács Árpád

2013. november 8.

Tudnivalók: A gyakorlat honlapja: www.rmki.kfki.hu/~arpi/teaching/2013elmmech/. A feladat teljes megoldásához a levezetés, és a számolások részletei is hozzátartoznak. Beadási határidő a következő gyakorlat **kezdeté**.

A megoldáson szerepeljen a feladat sorszáma, a szerző neve és neptun-kórja!

1. Feladat (10p). (a) Vizsgáljuk meg időfüggő perturbációs számítással a köbös és negyedikes taggal perturbált harmonikus potenciált. Az amplitúdóban kifejtve menjünk el az első olyan rendig, ahol már a köbös és a negyedikes tag is ad frekvencia-korrekciót (segítség: Landau 1-ben benne van).

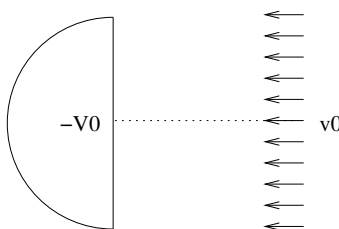
(b) Térjünk át a centrális potenciálban való mozgásnál az idő helyett a szögére, mint független változóra. A sugár helyett is érdemes $u = 1/r$ -et bevezetni. Mi ekkor annak a feltétele, hogy minden kicsit perturbált körpálya is záródjon? (Bertrand-tétel). (Segítség: használjuk az (a) rész eredményét, valamint azt, hogy a vezető rendű eredményből kapunk egy differenciálegyenletet a potenciálra, hiszen, ha a radiális mozgás "frekvenciája" racionális kell legyen, ebből viszont az is következik, hogy r_C -független. Ez után vizsgáljuk meg a korrekciót!)

(c) Az így kapott feltételt teljesítő összes potenciálban záródik minden kötött pálya?

2. Feladat (10p). Írjunk programot a Nap-Föld-Hold rendszer szimulációjára, egy olyan pillanatot kezdőpontnak választva, amikor a három égitest egy vonalban van (feltehetjük, hogy a három égitest egy síkban kering, de vegyünk valódi tömegeket és távolságokat)! (Segítség: az ingamozgás szimulációjára van egy Octave-program a gyakorlat honlapján.) A program oldja meg a 3 test mozgásegyenletét, legalább egy évre előre. Az output legyen hét számoszlop: idő, és 2 síkbeli Descartes-koordináta mindhárom égitestre!

3. Feladat (8p). Mutassuk meg az effektív potenciál formuláját használva, hogy a 3 dimenziós oszcillátor radiális periódusideje független az amplitúdótól!

4. Feladat (10p). Vizsgáljuk meg a $V = \begin{cases} -V_0, & \text{ha } x < 0, x^2 + y^2 < a^2 \\ 0, & \text{egyébként} \end{cases}$ potenciálban az $x = +\infty$ -ből bejövő, az x tengellyel párhuzamosan érkező, kezdetben v_0 sebességű részecskék szórását (ld. az ábrát).



A 4. feladathoz