4. előadás

- A gázdinamika alapjai
- Sugárzási transzport
- Ütközésmentes abszorpció lézerplazmában:

  - rezonancia abszorpció

  - Brunel abszorpció

A gázdinamika alapjai

- Mielőtt a lézerfény-plazma kölcsönhatásokra rátérnénk, összefoglaljuk a gázdinamika alapjait:

  Szilárdtest, folyadék: nehezen összenyomható (~1000 atm).

  összenyomhatatlan közelítés, kis sűrűségváltozások karakterisztikus sebessége $v<c_s$.

Kis sűrűségváltozás: gáz is összenyomhatatlannak tekinthető,

- de $\Delta p \sim p \Rightarrow$ kompresszibilis, a gázdinamika nagy változásokra is jó.
- Nagy nyomás- és hőmérsékletváltozás $\Rightarrow$ állapotegyenlet változik (ionizáció, plazma).
- Lézerek: nagy változások, nagy nyomás, magas hőmérséklet, fázisátalakulás, ionizáció.
- Gázdinamika alapjai: bombák, robbantások
- (Ya. B. Zeldovich, Yu. P. Raizer: Physics of Shock Waves and Related Plasma Phenomena, Academic Press, 1966)

Alapegyenletek megmaradási tételekből

- Folytonos közeg: „infinitezimális elemek összege”
- 1 pont = 1 kis térfogatelem
- $\boldsymbol{u} = \boldsymbol{u}(x,y,z,t)$ sebességeloszlás
- $p = p(x,y,z,t)$ nyomáseloszlás
- $\rho = \rho(x,y,z,t)$ sűrűségeloszlás

  (ρ, p termodinamikai mennyiség)
- A többi termodinamikai mennyiség (T, e,h) állapotegyenletekből:
- 5 mennyiség határozza meg a folyadék állapotát.

1. Anyagmegmaradás:

- Tek. V_0 térfogatot! $$m = \int_{V_0} \rho dV$$

Változás: a felületen való kiáramlás $$\oint_{V_0} \rho \mathbf{u} df$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \int \rho dV = -\oint \rho \mathbf{u} df = -\int div \rho \mathbf{u} dV$$ (Gauss-tétel)

tetszőleges kis térfogatra:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{j} = 0$$ (kontinuitás-egyenlet)

Összenyomhatatlan esetre: $$\nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0$$

2. Newton-törvény:

térfogatelemre ható erő: $$-\oint p\,d\mathbf{f} = -\int \nabla p\,dV$$

Egységnyi térfogat: *-grad p* erő!

Térfogatelem mozgásegyenlete: $$\rho \frac{d\mathbf{u}}{dt} = -grad p$$

*d**u**/dt*: nem rögzített pontban, hanem a folyadékrészecske gyorsulása

Ez : adott pontbeli változás

+ a *dt* alatt megtett ***dr*** út két végpontja közti

sebesség-különbség ugyanazon *t*-ben

$$d\mathbf{u} = \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} dt + (d\mathbf{r}\nabla)\mathbf{u}$$

$$\frac{d\mathbf{u}}{dt} = \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u}\nabla)\mathbf{u}$$

$\Rightarrow$ Euler-egyenlet: $$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u}\nabla)\mathbf{u} = -\frac{1}{\rho}\nabla p$$

(disszipáció, viszkozitás elhanyagolva, ideális folyadék).

3. Energiamegmaradás:

- egységnyi térfogat energiája: $\rho u^2/2+\rho e$ (e az egységnyi tömeg belső energiája)

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\rho u^2}{2}+\rho e\right)=?$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\frac{\rho u^2}{2}=\frac{u^2}{2}\frac{\partial \rho}{\partial t}+\rho\mathbf{u}\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t}=-\frac{u^2}{2}div(\rho\mathbf{u})-\mathbf{u}gradp-\rho\mathbf{u}(\mathbf{u}\nabla)\mathbf{u}$$

$$felhasználva:\mathbf{u}(\mathbf{u}\nabla)\mathbf{u}=\frac{1}{2}\mathbf{u}\nabla u^2,$$

$$de=TdS-pdV;\quad h=e+pV=e+p/\rho;\qquad dh=TdS+\frac{1}{\rho}dp$$

$$\nabla p=\rho dh-\rho T\nabla S$$

$$\Rightarrow\frac{\partial}{\partial t}\frac{\rho u^2}{2}=-\frac{u^2}{2}div(\rho\mathbf{u})-\rho\mathbf{u}\nabla\left(h+\frac{u^2}{2}\right)+\rho T\mathbf{u}\nabla S$$

Felhasználjuk, hogy $de=TdS-pdV=TdS+p/\rho^2 d\rho$
$d(\rho e)=ed\rho+\rho de=(h-p/\rho)d\rho+\rho TdS+p/\rho d\rho=hd\rho+\rho TdS$.

Ezzel: $$\frac{\partial \rho e}{\partial t} = h\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho T\frac{\partial S}{\partial t} = -h\,div(\rho\mathbf{u}) - \rho T\mathbf{u}\nabla S$$

izentropikus eset: $$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\rho u^2}{2} + \rho e\right) = -\left(h + \frac{u^2}{2}\right) div\rho\mathbf{u} - \rho(\mathbf{u}\nabla)\left(h + \frac{u^2}{2}\right)$$

Ebből: $$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\rho u^2}{2} + \rho e\right) = -div\left\{\rho\mathbf{u}\left[\frac{u^2}{2} + h\right]\right\}$$

Fizikai jelentés, ha integráljuk:

$$\frac{\partial}{\partial t}\int\left(\frac{\rho u^2}{2} + \rho e\right)dV = -\int div\left\{\rho\mathbf{u}\left(\frac{u^2}{2} + h\right)\right\}dV = -\oint \rho\mathbf{u}\left(\frac{u^2}{2} + h\right)\mathbf{df}$$

A térfogatelem energiaváltozása a kimenő energia:

a felületi integrál alatti tag az energia-áramsűrűség vektor.

A jobb oldalon lehet entalpia helyett energiát is használni.

$$-\oint \rho\mathbf{u}\left(\frac{u^2}{2} + h\right)\mathbf{df} = -\oint \rho\mathbf{u}\left(\frac{u^2}{2} + e\right)\mathbf{df} - \oint p\mathbf{u}\mathbf{df} = I + II + III$$

I. kinetikus energia

II. belső energia

III. folyadék nyomása által végzett munka

Az energia-egyenlet felírható a belső energiával +
a külső forrás által adott Q energiával:

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\rho e+\rho\frac{u^2}{2}\right)=-\nabla\left[\rho\mathbf{u}\left(e+\frac{u^2}{2}\right)+p\mathbf{u}\right]+\rho Q$$

Kontinuitás+ Euler+energia-egyenletek : 5 db, 5 ismeretlenre,
ρ, p u_x, u_y, u_z Feltétel: Q ismert külső forrás, $e(p,\rho)$ ismert (állapotegyenlet)

Ekkor a hidrodinamikai egyenletek megoldhatók.

Plazma állapotegyenlet

A plazma tekinthető egyatomos gáznak, ami *n* ionból és *nZ* elektronból áll.
Ideális gázra az állapotegyenlet: $p=(1+z)nkT$. Az egyatomos gázban a belső energia $\varepsilon=3/2nkT$, hasonlóan a *Z*-szer ionizált plazmára

$$\varepsilon = \frac{3(1+Z)}{2}nkT = \frac{3}{2}p.$$

Bevezethető a plazmasűrűség, $\rho=nMA$, ahol *M* a protontömeg és *A* az atomsúly.
Az állandó térfogaton vett c_V fajhővel:

$$\varepsilon = \rho c_V T, \qquad \text{ahol} \qquad c_V = \frac{3(1+Z)k}{2AM} = \frac{3(1+Z)}{2A}R$$

ahol $R=k/M=8.3*10^7 erg/gK$ a gázállandó. Ekkor az állapotegyenlet: $\frac{p}{\rho} = \frac{2}{3}c_V T.$

Magas hőmérsékletű plazmában termodinamikai egyensúly esetén a feketetest sugárzás dominál, $u=aT^4$ ($a=7.67*10^{-15}$ erg/cm^3K^4. A sugárzási nyomás, $p=u/3$,
Ezért $pT^{-4}= const$.
Ideális gáz adiabatikus változására: $pT^{-\gamma/(\gamma-1)} = const,$ ahol $\gamma = c_p / c_V$
Plazmára az egyatomos gázhoz hasonlóan $\gamma=5/3$, és $pT^{-5/2} = const$
Sugárzás dominanciája esetében viszont $\gamma=4/3$, és $pT^{-4} = const$

Euler- és Lagrange-koordináták

Eddig tér- és időkoordináták (Euler)
Egydimenziós áramlás (többdim. bonyolult): Lagrange-kordináták.
Nem térbeli pontot, hanem folyadék-részecskét jelöl, ahhoz kötött mennyiségeket vizsgál. Könnyebben megoldható, szimmetrikus egyenleteket ad.
Részecske leírása: referenciahelytől elválasztó össztömeg: m.
Síkbeli áramlás (egyszerű):
x: Euler-koordináta, x_1 referencia (pl. gáz-vákuum határ)

$$m = \int_{x_1}^{x} \rho dx$$ a referencia és a folyadékrész közti tömeg

$dm=\rho dx$ Lagrange- vagy tömeg-koordináta:
Kontinuitás-egyenlet: ($V=1/\rho$)

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u) = 0 \qquad \frac{\partial V}{\partial t} = \frac{\partial u}{\partial m}$$

Kontinuitás egyenlet: $$\frac{\partial V}{\partial t}=\frac{\partial u}{\partial m}$$

Mozgásegyenlet: $$\frac{\partial u}{\partial t}=-\frac{\partial p}{\partial m}$$

Energiaegyenlet nem változik: $$\frac{\partial e}{\partial t}+p\frac{\partial V}{\partial t}=Q,$$

$$\frac{\partial S}{\partial t}=0$$

(az utóbbi, ha nincs forrás, termodinamikai egyensúly)

Ideális gáz: $$pV^{\gamma}=f\left[S(m)\right]$$

izentropikus esetben : $$pV^{\gamma}=const$$

Végeredmény (szimuláció) transzformáció Euler-koordinátákra

Hidrodinamikai egyenletek leírják:

- hanghullám
- ritkulási hullám
- egyszerű hullámok

Példa: hanghullámok

Kis zavarok terjedése: Hangsebesség származtatása.

Legyen $\rho=\rho_0+\Delta\rho$, $p=p_0+\Delta p$,

$\Delta\rho$, Δp, u kicsi, első rendű perturbációszámítás:

$$\frac{\partial \Delta\rho}{\partial t} = -\rho_0 \frac{\partial u}{\partial x}$$

$$\rho_0 \frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial x} = -\left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_S \frac{\partial \Delta\rho}{\partial x} \quad (\text{izentropikus feltételezés}: \Delta \mathrm{p} = (\frac{\partial p}{\partial \rho})_S \Delta\rho$$

$$\text{Állítás}: c^2 = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_S \text{ a perturbálatlan folyadékban. A 2 egyenletből}:$$

$$\frac{\partial^2 \Delta\rho}{\partial t^2} = -\rho_0 \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t} = c^2 \frac{\partial^2 \Delta\rho}{\partial x^2}.$$

Ez a hullámegyenlet, u-ra szintén levezethető.

Általános megoldás: $\Delta\rho = \Delta\rho(x \pm ct)$, hasonlóan p-re és u-ra, ahol c a fent definiált hangsebesség.

Monokromatikus hanghullámok:

$f=A\cos(\omega/c\ x - \omega t)$, vagy $f=A\exp[-i\ \omega(t-x/c)]$

Minden zavar Fourier-integrálba fejthető monokromatikus hullámok összege.

Hallható: ν=20-20000 Hz (λ=15m – 1.5 cm)

levegő: c~330m/s (γ=1.4)

Példák:

Legerősebb hang esetén a sűrűségváltozás

(a szimfonikus zenekar fortissimojának százezerszerese):

a kezdeti sűrűség 0.4%-a, nyomásváltozás 0.56%

igen kis perturbáció, a levegő részecskéje is kicsit mozdul csak el.

Hangerősség:

$\varepsilon \propto \rho^2$, $\varepsilon \propto p^2$

Decibel (logaritmikus): fül érzékenysége 0 küszöbű.

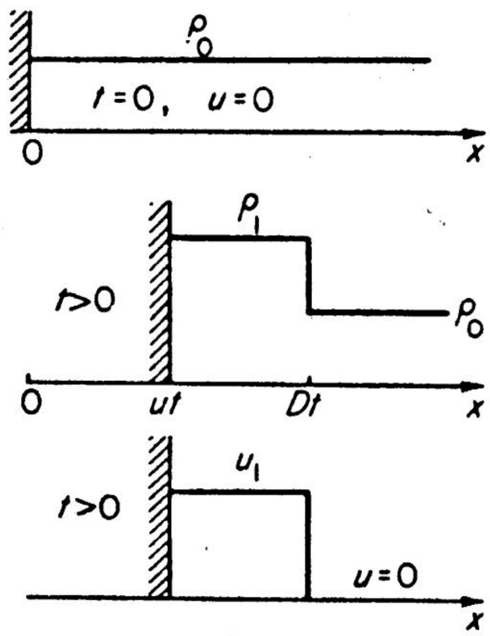
n dB intenzitásnövekedés $\varepsilon \sim 10^{n/10}$

Pl. falevél susogása ~ 10 dB,

fortissimo ~80 dB 10^7 energiakülönbség

Lökéshullámok alapfogalmai

- Ha tágul az anyag, ritkulási hullám keletkezik. Ha viszont összenyomjuk, az anyag feltorlódik
- Centrált kompressziós hullám nem létezik, szakadási felületek keletkeznek, lökéshullámok.
- Megmaradási tételek a szakadási felületekre



Lökéshullámfront *D* sebességű vonatkoztatási rendszerében:

$$u_0=-D$$

$$u_1=u-D$$

Tömegmegmaradás: $\rho_1 u_1=\rho_0 u_0$

Impulzusmegmaradás: $p_1+\rho_1 u_1^2= p_0+\rho_0 u_0^2$

Energia-megmaradás:

$$e_1+p_1/\rho_1+u_1^2/2= e_0+p_0/\rho_0+u_0^2/2$$

Ehhez jön az $e(p,\rho)$ vagy $h(p,\rho)$ ismerete.

$$\frac{V_0}{V_1} = \frac{u_0}{u_1},$$

$$u_0^2 = V_0^2 \frac{p_1 - p_0}{V_0 - V_1},$$

$$u_1^2 = V_1^2 \frac{p_1 - p_0}{V_0 - V_1}$$

Áramlási sebesség:

$$|u| = u_0 - u_1 = \left[(p_1 - p_0)(V_0 - V_1)\right]^{1/2}$$

Ezt az energia-egyenletbe behelyettesítve kapjuk az Hugoniot-egyenletet:

$$e_1(p_1, V_1) - e_0(p_0, V_0) = \frac{1}{2}(p_1 + p_0)(V_0 + V_1) \text{ vagy}$$

$$h_1 - h_0 = \frac{1}{2}(p_1 - p_0)(V_0 + V_1)$$

Ha az állapotegyenlet ismert, akkor $p_1 = H(V_1, p_0, V_0)$ explicit kifejezhető.

2 paraméter: p_0, V_0

A közönséges izentrop csak egyparaméteres ($p = p(V,S)$)

Ideális gáz eset:

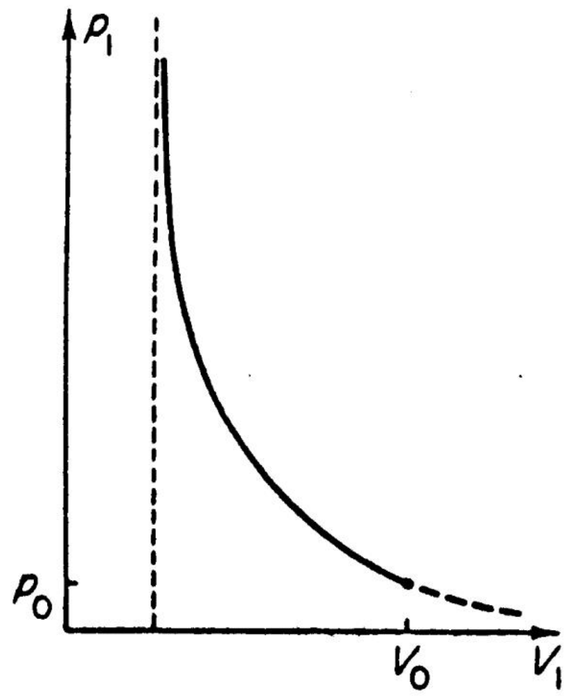
$$e = c_V T = \frac{1}{\gamma - 1} pV; \quad h = c_p T = \frac{\gamma}{\gamma - 1} pV$$

$$\frac{p_1}{p_0} = \frac{(\gamma+1)V_0 - (\gamma-1)V_1}{(\gamma+1)V_1 - (\gamma-1)V_0;},$$

$$\frac{T_1}{T_0} = \frac{p_1 V_1}{p_0 V_0},$$

$$u_0^2 = \frac{V_0}{2}\left[(\gamma-1)p_0 + (\gamma+1)p_1\right]$$

$$u_1^2 = \frac{V_0}{2}\frac{\left[(\gamma+1)p_0 + (\gamma-1)p_1\right]^2}{\left[(\gamma-1)p_0 + (\gamma+1)p_1\right]}$$



$p_1 < p_0$ elérhetetlen

Nagyon erős lökéshullám:

$p_1 > p_0$

Határ: $\frac{\rho_1}{\rho_0} = \frac{V_0}{V_1} = \frac{\gamma+1}{\gamma-1} = 4 \quad (\gamma = \frac{5}{3} \text{ egyatomos gáz})$

Ekkor a p_1/p_0 nevezője 0.

$$c^2 = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_S = \gamma p V,$$

$$\left(\frac{u_0}{c_0}\right)^2 = \frac{\gamma - 1 + (\gamma+1) p_1 / p_0}{2\gamma} > 1 \text{ szuperszonikus,}$$

$$\text{uígy } \frac{u_1}{c_1} < 1 \quad \text{szubszonikus}$$

Az entrópia ideális gázban $S = c_V \ln pV^{\gamma}$

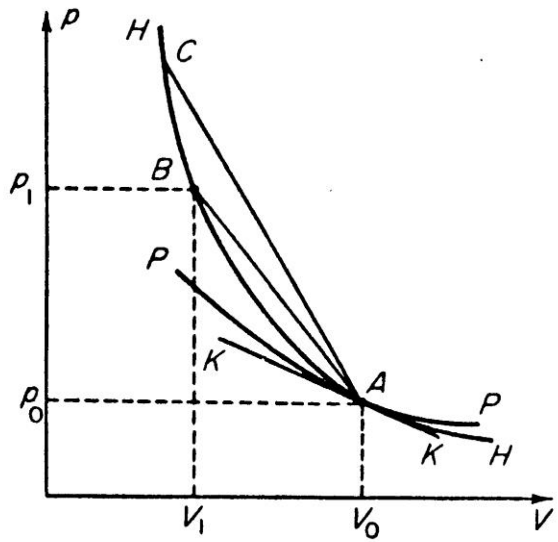
$$S_1 - S_0 = c_V \ln\left\{\frac{p_1}{p_0}\left[\frac{(\gamma-1)p_1/p_0 + (\gamma+1)}{(\gamma+1)p_1/p_0 + (\gamma-1)}\right]^{\gamma}\right\}$$

Gyenge lökéshullámnál $p_1 \sim p_0$, $S_1 \approx S_0$

erős eset: $p_1 \sim p_0 \to \infty$, $S_1 - S_0 \to \infty$ A lökéshullám disszipatív.

Entrópia-növekedés független a disszipációs folyamattól, makroszkopikus leírásban csak a megmaradási törvények határozzák meg.

Összehasonlítás izentroppal



PP’: izentrop
HH: Hugoniot

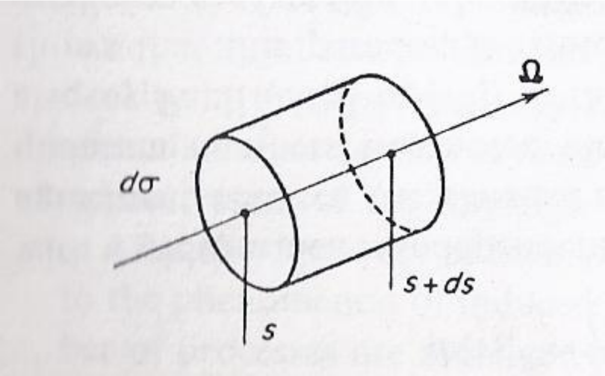
Konvex, nem ideális gázra is

Hugoniot és izentrop érintője azonos

Hugoniot alatt nagyobb görbe alatti terület: disszipáció
Izentropikus változás leginkább több, egymást követő
Lökéshullámmal közelíthető meg.
Ez kell a lézerfúzióhoz!!

Sugárzási transzportegyenlet

Kinetikus egyenlet a foton eloszlásfüggvényre.
vagy az intenzitásra, $I \sim h\nu c f$



Tekintsük a ν frekvenciájú, $\boldsymbol{\Omega}$ irányba egységnyi térszögben és egységnyi frekvencia-intervallumban terjedő sugárzást. Feltételezünk egy *ds* hosszúságú és $d\sigma$ átmérőjű hengert.

$I_\nu(\Omega,r,t)d\sigma dt$ bal oldalról érkezik a hengerbe.

$(I_\nu + d\,I_\nu)d\sigma dt$ a hengert a jobb oldalon hagyja el.

$$dI_\nu = \frac{\partial I_\nu}{\partial t}\frac{ds}{c} + \frac{\partial I_\nu}{\partial s}ds$$

a térbeli és időbeli változás

Változást a hengerben történő abszorpció és emisszió okozhat.

Emisszió: $j_\nu\left(1+\frac{c^2}{2h\nu^3}I_\nu\right)d\sigma ds dt$

Abszorpció: $\kappa_\nu I_\nu d\sigma ds dt$

A sugárzási transzport egyenlete 2.

Egyensúlyi feltétel a hengerben:

$$\frac{1}{c}\left(\frac{\partial I_\nu}{\partial t}+c\frac{\partial I_\nu}{\partial s}\right)=\frac{1}{c}\left(\frac{\partial I_\nu}{\partial t}+c\Omega\cdot\nabla I_\nu\right)=j_\nu\left(1+\frac{c^2}{2h\nu^3}I_\nu\right)-\kappa_\nu I_\nu$$

Kirchhoff törvénye: $\frac{j_\nu}{\kappa_\nu}=\frac{2h\nu^3}{c^2}e^{-h\nu/kT}$ a jobb oldal átírható

$$j_\nu-\kappa_\nu\left(1-e^{-h\nu/kt}\right)I_\nu$$

Az indukált emisszió csökkenti az abszorpciót!

Definiálva: $\kappa_\nu^{'}:=\kappa_\nu\left(1-e^{-h\nu/kT}\right)$ a Kirchhoff törvény módosul:

$j_\nu=\kappa_\nu^{'}I_{\nu p}$ ahol p jelzi a Planck intenzitást

A sugárzási transzport-egyenlet: $\frac{1}{c}\frac{\partial I_\nu}{\partial t}+\Omega\cdot\nabla I_\nu=\kappa_\nu^{'}\left(I_{\nu p}-I_\nu\right)$

vagy integrálva a térszögre: $\frac{\partial U_\nu}{\partial t}+\nabla\mathbf{S}_\nu=c\kappa_\nu^{'}\left(U_{\nu p}-U_\nu\right)$

A sugárzási energia megmaradását fejezi ki, kontinuitás típusú egyenlet egy meghatározott frekvenciára, az egyensúlyhoz való közeledést írja le.

Az egyensúly megközelítése

STE: parciális differenciálegyenlet. Feltételezzük, hogy a közeg végtelen, hideg amelyet t=0-kor hirtelen T hőmérsékletre fűtünk.
A térbeli gradiens 0, κ, $I_{\nu p}$ konstans.

$$I_\nu(t) = I_{\nu p}\left(1 - e^{-c\kappa'_\nu t}\right)$$

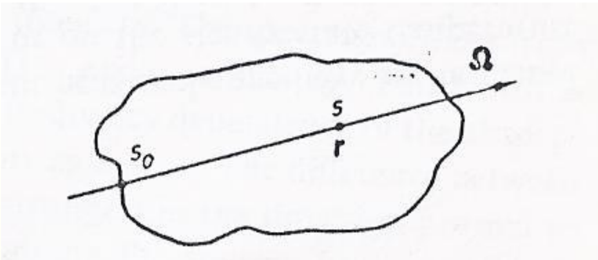
Az intenzitás közelít az egyensúlyhoz, a relaxációs idő

$$t_p = 1/c\kappa'_\nu = l'_\nu / c = l_\nu\left(1 - e^{-h\nu/kT}\right)c$$

ahol l a sugárzás szabad úthossza.

STE stacionárius eset

T, ρ, *I* időfüggetlen , ekkor *I* csak *T*-től és κ *T* és ρ-tól függ.



$$\frac{dI_\nu}{ds} + \kappa_\nu' I_\nu = \kappa_\nu' I_{\nu p}$$

A lineáris differenciálegyenlet integrálható:

$$I_\nu(s) = \int_{s_0}^{s} \kappa_\nu' I_{\nu p} \exp\left[-\int_{s'}^{s} \kappa_\nu' ds''\right] ds' + I_{\nu 0} \exp\left[-\int_{s_0}^{s} \kappa_\nu' ds''\right]$$

$I_{\nu 0}$ integrációs állandó, a külső forrás.

A külső forrás abszorpcióval gyengül, az emittált sugárzás parciálisan abszorbeálódik.

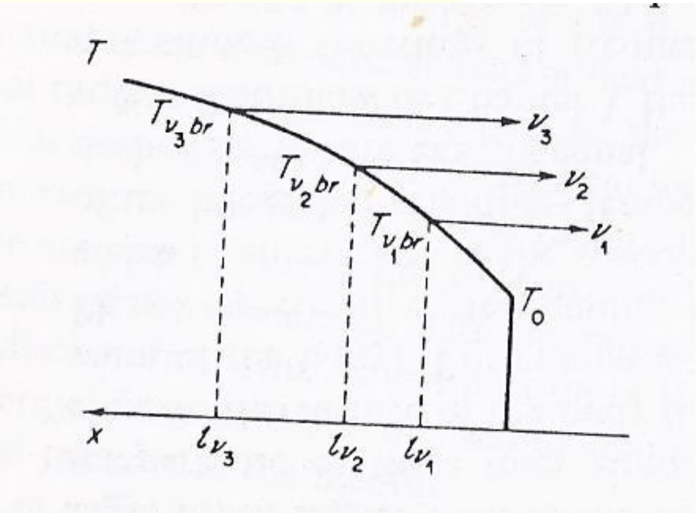
Általános eljárás: Hidrodinamika, szimuláció átlagolt κ-val, T és ρ meghatározása.
A sugárzási transzport-egyenlet megoldása: részletes spektrum.

A nem egyenletesen fűtött anyag sugárzási hőmérséklete

Az effektív sugárzási hőmérséklet a „**brightness temperature**” $T_{\nu,br}$:
Egy tökéletesen fekete test a felületéről ugyanannyi sugárzást bocsájt ki, egy adott frekvencia-tartományban, mint a teljes test:

$$S = \sigma T_{br}^{4}$$

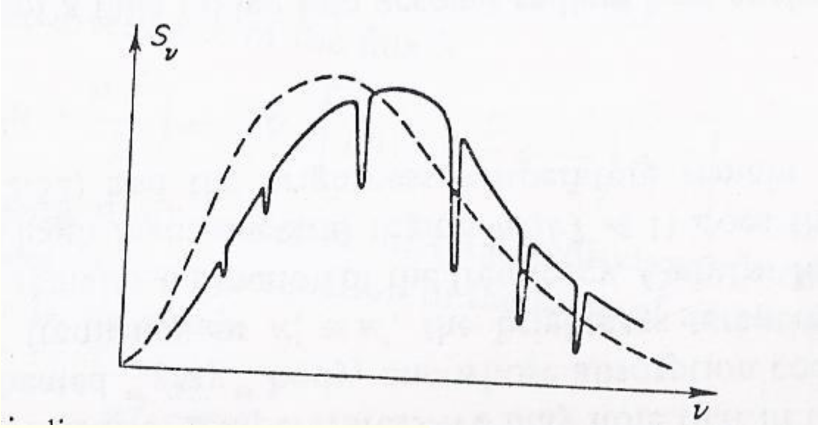
Sugárzási spektrum és frekvencia-függés optikailag sűrű testnél:



A sugárzás a felülethez közeli tartományból jön ki, azaz ahol $\tau = \int \kappa dx \sim 1$.
A többi foton abszorbeálódik.
Ha adott ν esetén κ nagy, akkor a fotonok egy felülethez közeli hideg réteget látnak.
Kisebb κ esetén jöhetnek mélyebb rétegekből.

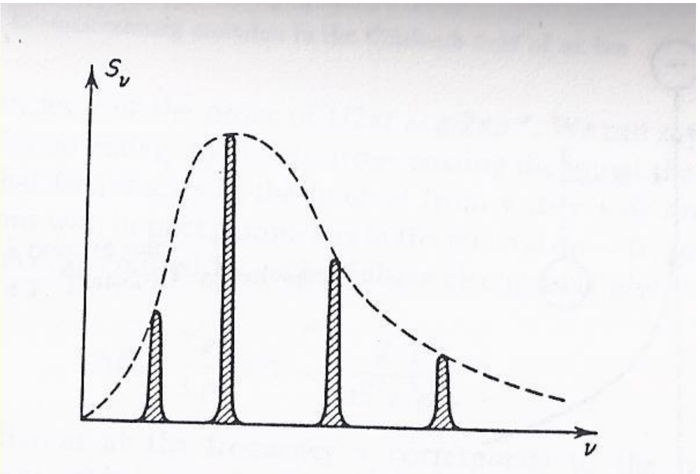
Az erősen abszorbeált frekvenciákra a sugárzási hőmérséklet alacsonyabb, mint a gyengébben abszorbeáltakra.

A felület felé csökkenő hőmérsékletű test
abszorpciós koefficiense inverz módon változik a frekvenciával,
úgy hogy a kisebb frekvenciák erősebben abszorbeálódnak.

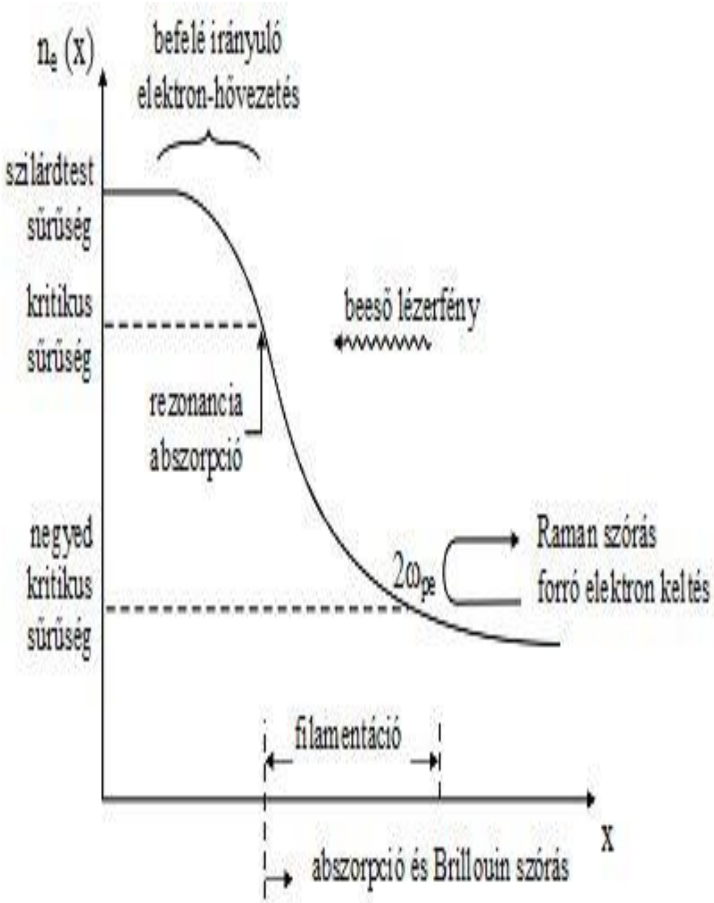


A diszkrét abszorpciós vonalak
belevágnak a spektrumba.

Optikailag ritka közeg esetén csak a vonalak közelítik meg a Planck-határt, mivel épp a vonalakon nagy az abszorpció.



Valódi plazmaprofil



Valódi lézerplazma kölcsönhatásokkor a sűrűségprofil valahogy így néz ki. Adott hullámhosszú lézerre

$$n_c = 1.1 \cdot 10^{21} \left(\frac{1 \mu m}{\lambda} \right)^2 cm^{-3}.$$

A hőmérséklet néhány eV az összenyomott szilárdtestben, keV nagyságrendű a koronában. A karakterisztikus sebesség a hangsebesség

$$v \cong c_s \cong \sqrt{Z T_e / M_i} \qquad (n_e = n_c).$$

Gradiensek, plazma méret:

$$L \cong \min(c_s \tau_L, R_{eff}).$$

Elektromágneses hullám terjedése inhomogén plazmában

Lineáris sűrűségprofil:

Nem Vlaszov- (stat. fiz.), hanem hidrodinamikai egyenletből indulunk ki

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0(\mathbf{x})e^{-i\omega t},$$

Euler - egyenletben (mozgásegyenlet), u a folyadék sebessége

elhanyagoljuk : $\mathbf{u}_e \cdot \nabla \mathbf{u}_e, \mathbf{u}_e \times \mathbf{B}$ tagokat, első rendben

$$\frac{\partial \mathbf{u}_\mathrm{e}}{\partial \mathrm{t}} = -\frac{e}{m}\mathbf{E}e^{-i\omega t}$$

$$\mathbf{J} = -n_0(\mathbf{x})e\mathbf{u}_e$$

$$\Rightarrow \frac{\partial \mathbf{J}}{\partial t} = -n_0(\mathbf{x})e\frac{\partial \mathbf{u}_\mathrm{e}}{\partial \mathrm{t}} = \frac{\omega_{pe}^2(\mathbf{x})}{4\pi}\mathbf{E}$$

$$\Rightarrow \mathbf{J} = \frac{i\omega_{pe}^2(\mathbf{x})}{4\pi\omega}\mathbf{E} = \sigma\mathbf{E}$$

Faraday- és Ampere-törvényt alkalmazva:

$$\nabla \times \mathbf{E} = \frac{i\omega}{c}\mathbf{B}$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \frac{4\pi}{c}\sigma\mathbf{E} - \frac{i\omega}{c}\mathbf{E} = \frac{i\omega}{c}\varepsilon\mathbf{E},$$

$$\varepsilon = 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2}$$

A hullámegyenlet **E**-re és **B**-re:

$$\nabla^2\mathbf{E} - \nabla(\nabla\mathbf{E}) + \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon\mathbf{E} = 0$$

$$\nabla^2\mathbf{B} + \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon\mathbf{B} + \frac{1}{\varepsilon}\nabla\varepsilon \times (\nabla \times \mathbf{B}) = 0.$$

Homogén eset: $\nabla\varepsilon = 0, \quad \nabla \cdot \mathbf{E} = 0.$

A 2 egyenlet azonos.

$\mathbf{E}(\mathbf{x}) \propto e^{i\mathbf{kx}}$ esetén visszakapjuk:

$$\omega^2 = \omega_{pe}^2 + k^2c^2.$$

Inhomogén, 1-dimenziós eset, merőleges beesés:

$$n_0 = n_0(z)$$

$$\varepsilon = \varepsilon(\omega, z)$$

$$\mathbf{E}(\mathbf{x}) = \mathbf{E}(z)\exp(-i\omega t)$$

$$\frac{d^2}{dz^2}E_{x,y} + \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon E_{x,y} = 0$$

$$\varepsilon E_z = 0$$

B-re hasonló:

$$\frac{d^2}{dz^2}B_{x,y} + \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon B_{x,y} - \frac{1}{\varepsilon}\frac{d\varepsilon}{dz}\frac{dB_{x,y}}{dz} = 0$$

$$\frac{dB_z}{dz} = 0$$

Legyen $n = n_{cr}\dfrac{z}{L}, \quad n_{cr} = \dfrac{m\omega^2}{4\pi e^2}$

$$\Rightarrow \frac{d^2E}{dz^2} + \frac{\omega^2}{c^2}\left(1 - \frac{z}{L}\right)E = 0.$$

Változó transzformáció :

$$\eta = \left(\frac{\omega^2}{c^2L}\right)^{1/3}(z - L),$$

$$\Rightarrow \frac{d^2E}{d\eta^2} - \eta E = 0.$$

Inhomogén 1-dimenziós eset, merőleges beesés:

A megoldás : Airy függvény
η<0 esetén állóhullám!
A visszavert nyalábban fázistolással.

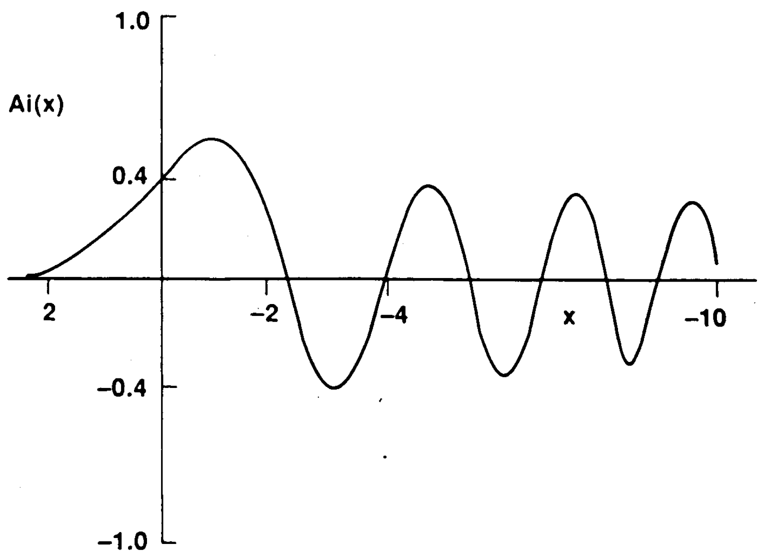


Figure 3.1 A plot of the Airy function $A_i(x)$.

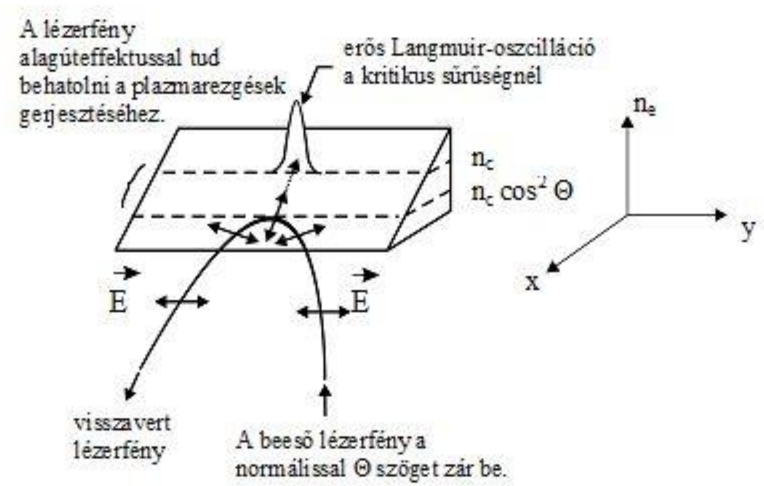
$$E(\eta) = \alpha A_i(\eta) + \beta B_i(\eta)$$

$\eta < 0 \quad \Rightarrow \quad$ állóhullám

$\eta \to \infty \quad$ bomlás

$B_i(\eta) \to \infty \ (\eta \to \infty) \ \Rightarrow$ Legyen $\beta = 0$!

Rezonancia-abszorpció

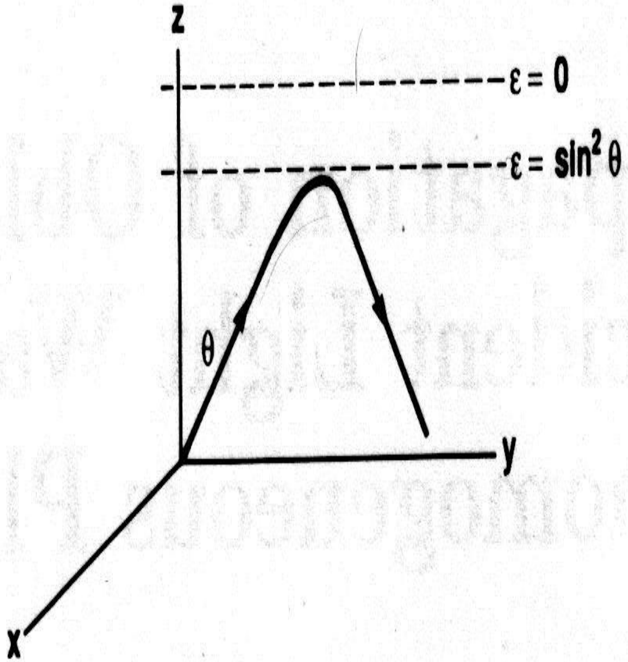


Ha létezik $E_x \| \nabla n$ komponens →
töltéssűrűség-fluktuáció →
elektron oszcilláció → Langmuir hullám.

Definíció: s-polarizált (senkrecht) = TE
nincs ilyen komponens
p-polarizált (parallel) = TM van!

- Ferde beesés esetén a lézerfény rezonancia plazma-oszcillációkat gerjeszthet a kritikus felületen. Az elektrosztatikus plazmarezgések ütközéses vagy ütközésmentes csillapodása a plazma termikus energiáját növeli még akkor is, ha a klasszikus ν_{ei} kicsi.
- Magas hőmérséklet (nagy intenzitás), hosszú hullámhossz (n_c kicsi) és rövid skálahossz (rövid impulzus) esetén erősebb lehet az inverz fékezési sugárzásnál.

Egyszerűbb eset: ferdén beeső s-polarizált fény



- $E=E_x(y,z)$; yz a beesési sík.

Mivel az ε a z függvénye, a k_y megmarad

$$k_y = \frac{\omega}{c}\sin\theta$$

$$E_x = E(z)\exp\left(\frac{i\omega y\sin\theta}{c}\right)$$ behelyettesítve:

$$\frac{d^2E(z)}{dz^2} + \frac{\omega^2}{c^2}\left(\varepsilon(z) - \sin^2\theta\right)E(z) = 0.$$

A fény visszaverődik, ha $\varepsilon(z) = \sin^2\theta, \quad = 1 - \omega_{pe}^2/\omega^2$

azaz ha $\omega_{pe} = \omega\cos\theta$, azaz $n=n_c cos^2\theta$

azaz a kritikusnál kisebb sűrűségnél.

Korábbi példa: $n_e=n_{cr}z/L$ esetén $z=Lcos^2\Theta$ –nál verődik vissza. Ekkor az Airy-függvény innen indul, nem $z=L$-nél.

Ferdén beeső p-polarizált fényre rezonancia-abszorpció

- $\boldsymbol{E}=E_y\boldsymbol{y}+E_z\boldsymbol{z}$
- Poisson-egyenlet: $\nabla(\varepsilon\boldsymbol{E})=0 \;\Rightarrow$
  $\varepsilon\nabla\cdot\boldsymbol{E}+\nabla\varepsilon\cdot\boldsymbol{E}=0$ **;**

$$\nabla\cdot\mathbf{E}=-\frac{1}{\varepsilon}\frac{\partial\varepsilon}{\partial z}E_z$$

innen
Nemlineáris válasz (rezonancia) $\varepsilon=0$, $\omega_{pe}=\omega$ esetén.
Az elektronoszcilláció ui. töltéssűrűség-fluktuációt kelt.

$$\delta n=n_e(\mathbf{x}+\mathbf{x}_{os})-n_e(\mathbf{x})\cong\mathbf{x}_{os}\cdot\nabla n_e,$$

ahol a jól ismert módon $\mathbf{x}_{os}=\dfrac{e\mathbf{E}}{m\omega^2}$

$\omega_{pe}=\omega$ esetén ez rezonáns válasz ad a kritikus felületen.
Bár ferde beesésnél $n_e<n_{cr}$ $\boldsymbol{E}$ tunnelezhet a kritikus sűrűségig.
E_z kritikus sűrűség körüli meghatározásához tek. a mágneses teret:
p-pol.: $\boldsymbol{B}=\boldsymbol{x}B_x$, amire megint megmarad $k_y=\dfrac{\omega}{c}\sin\theta$

$$\mathbf{B} = \mathbf{x}B(z)\exp(-i\omega t + \frac{i\omega y \sin\theta}{c})$$

Az elektromos teret ebből Ampere-törvényével:

$$\nabla \times \mathbf{B} = -\frac{i\omega}{c}\varepsilon\mathbf{E}$$ amiből $$E_z = \frac{\sin\theta B(z)}{\varepsilon(z)}$$

Erős csúcs van a kritikus sűrűségnél, ami rezonáns térrel $(E_d/\varepsilon(z))$ fejezzük ki, ahol az E_d-t a kritikus pontnál tekintjük. Fizikailag az a komponens, ami rezgeti az elektronokat a sűrűség-gradiensen keresztül.

Pl. lineáris sűrűség-profil: $n_e = n_c z/L$,

Ekkor B a fordulóponti érték $(B(z=L\cos^2\theta))$ amit egy exponenciális bomlást kifejező függvénnyel ($e^{-\beta}$) kell szorozni (szkin-effektus):

$$\beta = \int_{L\cos^2\theta}^{L} \frac{1}{c}\sqrt{\omega_{pe}^2 - \omega^2\cos^2\theta}\,dz$$

ami lineáris profil esetén $$\beta = \frac{2\omega L}{3c}\sin^3\theta$$

Mivel a fordulóponti B kifejezhető az Airy-függvények segítségével és az E_{FS} szabad térbeli elektromos térerősséggel:

$$B\left(z = L\cos^2\theta\right) \approx 0.9 E_{FS}\left(c/\omega L\right)^{1/6} \quad \text{és} \quad B\left(z = L\right) \approx 0.9 E_{FS}\left(\frac{c}{\omega L}\right)^{1/6} \exp\left(-\frac{2\omega L \sin^3\Theta}{3c}\right)$$

bevezetve a $\tau := \left(\omega L/c\right)^{1/3}\sin\theta$ változót

$$E_d = \frac{E_{FS}}{\sqrt{2\pi\omega L/c}}\phi(\tau), \text{ ahol } \phi(\tau) \cong 2.3\tau\exp\left(-2\tau^3/3\right).$$

A tér eltűnik $\tau \to 0$ -ra, mivel az elektromos tér komponense a gradiens mentén $\sin\theta$-val változik. Nagyon nagy τ-ra szintén lecseng, mert a beeső hullámnak nagy távolságon át kellene tunneleznie. A két határ között létezik egy optimális szög, ahol maximális a rezonancia abszorpció (Ginzburg 1964):

$$\left(\omega L/c\right)^{1/3}\sin\theta \cong 0.8$$

Ez a heurisztikus közelítés elég pontos.

A tunnelezés helyett Gál Kinga és Varró Sándor az ún. frustrated total absorption fogalmát használták, hasonló eredményt kaptak.

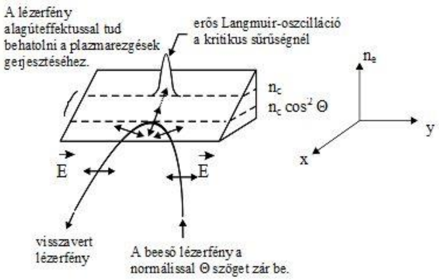
Brunel abszorpció

F. Brunel, 1987: Nem olyan rezonáns rezonancia-abszorpció

Ha intenzív lézersugárzás ferdén esik rá a szilárdtest felületre és meredek sűrűség-gradiens jön létre, abszorpció mehet végbe, ha az elektronok a vákuumba lépnek ki, majd térnek vissza a plazmába $v \sim v_{osc} = eE/m_e c$ oszcillációs sebességgel. Nagy lézerintenzitás, igen meredek eloszlás. Kondenzátor modell: $x \geq 0$ tökéletes vezető, elektron emitter; $x<0$: vákuum, ahol $E_{ext} = E_0 \sin\omega t$ tér húzza ki az elektronokat $t>0$-ban úgy, hogy a felületen megmaradjon a 0 térerősség. Az *m*-edik, $t=t_m$ –ben emittált részecske a köv. teret látja:

$$E(x_m) = E_{ext} + \Delta E_m,$$

$$\Delta E_m = -4\pi \int_{x_1(t)}^{x_m(t)} n\,dx$$



ahol *n* az elektron-sűrűség, x_1 és x_m az első és utolsó részecske pozíciója a Poisson-egyenletben. A részecskék nem előzhetik meg egymást.

→ A ΔE_m integrál időben állandó és meghatározható a kezdeti feltételekből:

$$E(x_m = 0) = E_{ext}(t_m) + \Delta E_m = 0 \qquad \text{vagy} \qquad \Delta E_m = -E_{ext}(t_m)$$

u.i. a térerősség $x=0$ esetén 0, és $t=t_m$ esetén $x_m=0$.

Brunel abszorpció 2

Így a mozgásegyenlet: $dv_m / dt = -eE / m_e$

$$v_m = v_{osc}(\cos\omega t - \cos\omega t_m) + \omega v_{osc}(t - t_m)\sin\omega t_m$$

$$x_m = (v_{osc}/\omega)(\sin\omega t - \sin\omega t_m) - v_{osc}(t - t_m)\cos\omega t_m + \frac{1}{2}\omega v_{osc}(t - t_m)^2 \sin\omega t_m$$

Megoldva a szilárdtestbe való visszaérkezésre, azaz olyan t –re, amikor $x_m = 0$, majd behelyettesítve a sebesség-képletbe megkapjuk a visszatérési sebességet, majd az energiát:

$$W_{abs} \cong \int_{\pi/\omega}^{5\pi/2\omega} \left(\frac{1}{2} m_e v_{m0}^2\right)(n v_{m0} dt).$$

A sűrűséget x-ből kapjuk meg, ha differenciáljuk a fenti x-re felírt egyenletet és az integrális Poisson-egyenletet Δt_1 szerint:

$$n = 2n_c / (\omega t - \omega t_m)^2$$

ahol n_c a kritikus sűrűség.

Brunel abszorpció 3

A numerikus integrálás megadja az abszorbeált energiát:

$$W_{abs} = \eta \frac{1}{2} N m_e v_{osc}^2 \qquad \text{ahol}$$

$N = E_0 / 4\pi e$ a maximuma a vákuumba kirántott elektronok számának.

A numerikus faktor, η=1.57.
Az abszorbeált teljesítmény: W osztva az időbeli periódussal $2\pi/\omega$:

$$I_{abs} = \frac{\eta}{2\pi} v_{osc} E_0^2 / 8\pi$$

A Brunel és a rezonancia abszorpció összehasonlítása

A Debye hossz az elektrosztatikus tér leárnyékolásának hossza. Ebben az esetben v_{osc} /ω. Ezen tartományon belül a plazma nem semleges, és v_{osc} /ω>L esetben nincs rezonancia abszorpció.
A rezonancia abszorpció elmélete szerint a felelős térerő (E_p) :

$$v_p = \left(2v_{osc}L\omega\right)^{1/2} \qquad \text{ahol} \qquad v_p = eE_p / m\omega$$

Ekkor a maximális E tér rezonancia abszorpció esetén sokkal kisebb, mint a pumpáló tér .

Energia-egyensúly: A rezonáns tér maximális energiája:

$$W_r = \left(E_p^2 / 8\pi\right) l$$

ahol $l=v_p/\omega$ a hullámtörés karakterisztikus hossza.

Brunel szerint a tér újraépüléséhez idő kell:

$$t_p \cong \left(8L / v_{osc}\omega\right)^{1/2}$$

A rezonancia abszorpció:

$$I_{abs} = W_r / t_p \cong \left(E_0^2 / 8\pi\right) L\omega$$

Kisebb, mint a Brunel abszorpció, ha v_{osc} /ω>L.

A Brunel és a rezonancia abszorpció összehasonlítása 2.