1.) w/φ sugárfüggetlensége

az előadáson szerepelt:

$$E_{kin} = \frac{1}{2} m \dot{r}^2 \qquad V_{eff}(r) = V(r) + \frac{N^2}{2mr^2}$$

$$m\ddot{r} = -V_{eff}'(r)$$

tovább alakítjuk: $r(t) = r(\varphi(t))$ $\qquad \dot{r}(t) = r'(\varphi(t))\,\dot{\varphi}(t)$

$$E_{kin} = \frac{1}{2} m\, r'^2 \dot{\varphi}^2 \qquad V_{eff}(r) = V(r) + \frac{N^2}{2mr^2}$$

$\dot{\varphi} = \frac{N}{mr^2}$ -tel

$E_{kin} = \frac{1}{2}\frac{N^2}{mr^4} r'^2$ $\qquad$ mindkettőből kiemelhető $\frac{N^2}{m}$

$$E_{kin} = \frac{N^2}{m}\left(\frac{1}{2}\frac{r'^2}{r^4}\right) \qquad V_{eff}(r) = \frac{N^2}{m}\left(\frac{1}{2}\frac{1}{r^2} + \frac{m}{N^2}V(r)\right)$$

bevezetjük $u(\varphi) = 1/r(\varphi)$-t $\qquad u'(\varphi) = -\frac{1}{r^2(\varphi)} r'(\varphi)$

$$E_{kin} = \frac{N^2}{m}\frac{1}{2}u'^2 \qquad V_{eff}(r) = \frac{N^2}{m}\underbrace{\left(\frac{1}{2}u^2 + \frac{m}{N^2}V\left(\frac{1}{u}\right)\right)}_{v(u)}$$

$\frac{N^2}{m}$-et mindkettőből elhagyva a mozgás-egyenletek nem változnak $\longrightarrow$ de ez épp egy 1D prob. egységnyi tömeggel

$$u'' = -v'(u)$$

körpálya $\longrightarrow$ $u = u_c =$ áll. $\qquad u' = 0 = u'' \Rightarrow v'(u_c) = 0$

$u_c = 1/r_c$

$$v'(u_c) = u_c - \frac{m}{N^2}V'\left(\frac{1}{u_c}\right)\frac{1}{u_c^2} \Rightarrow u_c^3 = \frac{m}{N^2}V'\left(\frac{1}{u_c}\right)$$

körpálya körüli kis rezgés → excentrikus pályák

[pl. Kepler ellipszis

$$r = \frac{p}{1-\varepsilon\cos\varphi} \approx p(1+\varepsilon\cos\varphi) \qquad \text{tényleg rezgés}$$]

sorfejtés: $v(u)$-t u-ban u_c körül másodrendig

DE: φ-ben van, nem időben, időskála: $\dot\varphi$-tal szorozni

$$\left(\frac{\omega}{\dot\varphi}\right)^2 = v''(u_c) = 1 + \frac{m}{N^2}V''\left(\frac{1}{u_c}\right)\frac{1}{u_c^4} + \underbrace{\frac{m}{N^2}V'\left(\frac{1}{u_c}\right)\frac{2}{u_c^3}}_{u_c \text{ egy. kifejezni}}$$

$$= 3 + \frac{m}{N^2}V''\left(\frac{1}{u_c}\right)\frac{1}{u_c^4} \longleftarrow \text{ezt is } u_c \cdot u_c^3 \text{ alakban}$$

$$= 3 + \frac{r_c V''(r_c)}{V'(r_c)} = \frac{3V'(r_c) + r_c V''(r_c)}{V'(r_c)}$$

ez egy múltkori HF megoldása

záródó pályák: $\frac{\omega}{\dot\varphi}$ rac $\Rightarrow$ r-től ftlen, konstans

$W = V'$-re szétválasztható diffegyenlet:

$$\frac{3W + r_c W'}{W} = \frac{3V' + r_c V''}{V'} = C$$

$$r_c W' = (C-3)W \qquad W = \tilde{k}\, r_c^{C-3}$$

integrálással: $V(r) = k r^\alpha$ vagy $V(r) = k \ln r$

$k = \frac{\tilde{k}}{C-2}$ $\quad \alpha = C-2$ $\qquad C = 2$ esetén előadásról ismert

- $\alpha \leq -2$ -re a körpálya instabil
- $\alpha = -1, 2$: zárt pálya

$V(r) = k r^\alpha$ esetén

$$\frac{\omega}{\dot\varphi} = \sqrt{\frac{3V'(r_c) + r_c V''(r_c)}{V'(r_c)}} = \sqrt{\frac{3\alpha k r_c^{\alpha-1} + \alpha(\alpha-1) k r^{\alpha-1}}{\alpha k r^{\alpha-1}}}$$

$$= \sqrt{\alpha + 2}$$ ennek racionálisnak kell lennie

pl. $\alpha = -1, 2, \quad 7$? pl. ?

számoljunk a frekvenciához további korrekciókat; a potenciált negyedrendig sorbafejtve:

$$v(u) = \underbrace{\frac{1}{2} u_c^2}_{\text{konst.}} + \frac{1}{2} \underbrace{(\alpha+2)}_{\left(\frac{\omega}{\dot\varphi}\right)^2} (u-u_c)^2 - \underbrace{\frac{1}{6} \frac{\alpha^2+3\alpha+2}{u_c}}_{\frac{1}{3}\varepsilon_3} (u-u_c)^3$$

$$+ \underbrace{\frac{1}{24} \frac{\alpha^3+6\alpha^2+11\alpha+6}{u_c^2}}_{\frac{1}{4}\varepsilon_4} (u-u_c)^4 + \ldots$$

ugyanis

$$V(x) = \frac{1}{2} k x^2 + \frac{\varepsilon_3}{3} x^3 + \frac{\varepsilon_4}{4} x^4$$

-re tudjuk, hogy a frekvenciakorrekció az amplitúdóban kvadr. rendig

$$\left(\frac{\omega}{\dot\varphi}\right)_2 = \frac{3\varepsilon_4}{8\omega_0} - \frac{5\varepsilon_3^2}{12\omega_0^3} = -\sqrt{2+\alpha}\, \frac{\alpha^2-\alpha-2}{24 u_c^3}$$

$\sqrt{2+\alpha} \neq 0$ u.i. a stabil körpályák létezéséhez $\alpha > -2$ kell

a maradékot megoldva:

$$\left(\frac{w}{\dot{\varphi}}\right)_2 = 0 \quad \Longrightarrow \quad \alpha = -1, 2$$

<u>beláttuk</u> : <u>Bertrand - tétel</u> az összes kötött pálya

kizárólag az $\frac{1}{r}$-es és az r^2-es potenciálban zárul

---

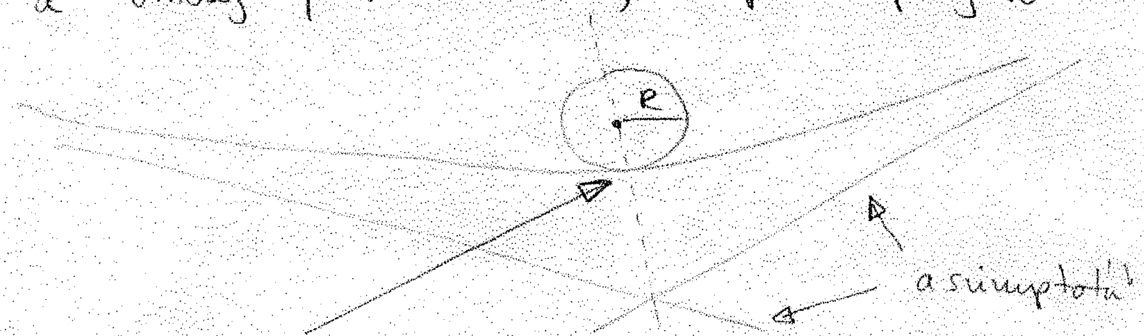
2. Bolygó / csillag teljes becsapódási hatáskeresztmetszete

Egy üstökös a végtelenből v_0 sebességgel halad egy csillag felé, úgy, hogy ha nem lenne gravitáció, akkor az égitest mellett b távolságra haladna el. Mekkora b, ha épp becsapódik?

v_0: kezdősebesség → energia $E = \frac{1}{2} m v_0^2$

b: ütközési paraméter

ha a csillag pontszerű lenne, hiperbolapályán haladna



perihéliumban
van a legközelebb ⇒ itt fog becsapódni

Mozgásállandók:

$$E = \frac{1}{2} m (\dot{r}^2 + r^2 \dot{\varphi}^2) - \frac{\alpha}{r}$$ energia

$$N = m r^2 \dot{\varphi}$$ impulzusmomentum

a végtelenben $E = \frac{1}{2} m v_0^2$ $N = m b v_0$

perihélium: $r = r_{min}$ minimum ⇒ $\dot{r} = 0$ perihéliumban

így itt $E = \frac{1}{2} m r_{min}^2 \dot{\varphi}^2 - \frac{\alpha}{r_{min}}$ $\dot{\varphi} = \frac{N}{mr^2} = \frac{m b v_0}{m r^2}$ -et

behelyettesítjük

$$E = \frac{N^2}{2m r_{min}^2} - \frac{\alpha}{r_{min}} = \frac{m b^2 v_0^2}{2 r_{min}^2} - \frac{\alpha}{r_{min}}$$

$\frac{1}{2} m v_0^2 = E$ - t kiemelve

$$E = E\left(\frac{b^2}{r_{min}^2} - \frac{\alpha}{E r_{min}}\right)$$

azaz

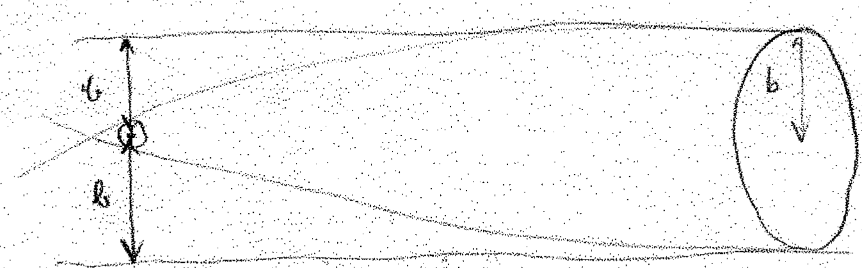
$$\frac{b^2}{r_{min}^2} - \frac{\alpha}{E r_{min}} = 1$$

$$b = r_{min}\sqrt{1 + \frac{\alpha}{E r_{min}}}$$

épp beleütközik, ha $r_{min} = R =$ az égitest sugara

$$b = R\sqrt{1 + \frac{\alpha}{RE}}$$

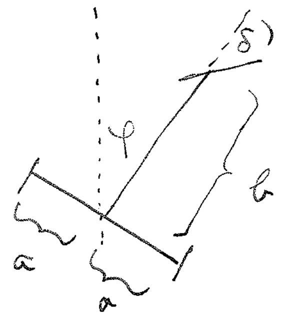
teljes hatáskeresztmetszet: az a végtelenbeli felület, amin áthaladó (E energiájú) részecskék beleütköznek.



$$\sigma = \sigma(E) = \pi b^2 = \pi R^2\left(1 + \frac{\alpha}{RE}\right)$$

energiafüggő!

3. A tricikli kényszerei



R sugarú kerekek

Milyen kényszerek írják le a triciklit?

Koordináták: x, y : hátsó tengely közepének a helye

ϑ_e : első kerék elfordulása

ϑ_b, ϑ_j : bal és jobb hátsó kerék elfordulása

φ : a tricikli szöge az y tengelyhez képest

paraméter: δ "kormányállás"

első kerék:

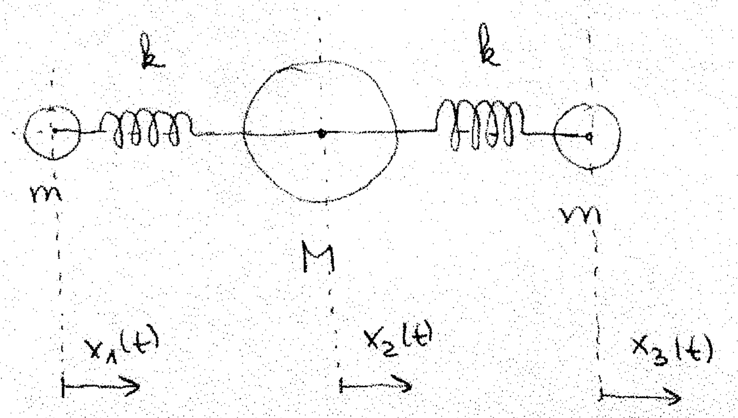
$$\dot{\vartheta}_e = \frac{\dot{x} - b\sin\varphi\,\dot{\varphi}}{R}\,\frac{1}{\sin(\delta+\varphi)} = \frac{\dot{y} + b\cos\varphi\,\dot{\varphi}}{R}\,\frac{1}{\cos(\delta+\varphi)}$$

$$\dot{\vartheta}_b = \frac{\dot{x} + a\cos\varphi\,\dot{\varphi}}{R}\,\frac{1}{\sin\varphi} = \frac{\dot{y} + a\sin\varphi\,\dot{\varphi}}{R}\,\frac{1}{\cos\varphi}$$

$$\dot{\vartheta}_j = \frac{\dot{x} - a\cos\varphi\,\dot{\varphi}}{R}\,\frac{1}{\sin\varphi} = \frac{\dot{y} - a\sin\varphi\,\dot{\varphi}}{R}\,\frac{1}{\cos\varphi}$$

6 koordináta $\quad \dot{\vartheta}_e, \dot{\vartheta}_b, \dot{\vartheta}_j$ nem ftlen, kifejezhető

4. Egy rugós-golyós rendszer sajátrezgései (pl. lineáris molekula) "CO_2 molekula"



felírjuk a 3 test mozgásegyenletét

$$u_1 = x_1 - x_1^{es.} \qquad u_2 = x_2 - x_2^{es.} \qquad u_3 = x_3 - x_3^{es}$$

egyensúlyi helyzethez képest mért relatív koordináták

$$m\ddot{u}_1 = k(u_2 - u_1)$$

$$M\ddot{u}_2 = k(u_1 - u_2) + k(u_3 - u_2)$$

$$m\ddot{u}_3 = k(u_2 - u_3)$$

mátrixalakba írjuk

$$\begin{pmatrix} m & & \\ & M & \\ & & m \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \\ \ddot{u}_3 \end{pmatrix} = k\begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix}$$

bevezetve $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$-et és $c = \frac{m}{M}$-et, az $\begin{pmatrix} m & & \\ & M & \\ & & m \end{pmatrix}$ mátrix inverzével beszorozva:

$$\begin{pmatrix} \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \\ \ddot{u}_3 \end{pmatrix} = \omega_0^2 \underbrace{\begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ c & -2c & c \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}}_{-\underline{\underline{A}}}\begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix}$$

vektoriális alakban

$$\underline{\ddot{u}} = -\omega_0^2\, \underline{\underline{A}}\, \underline{u}$$

keressük a differenciálegyenlet megoldását

$$\underline{u}(t) = \underline{a}\, e^{i\omega t} \qquad \text{alakban !}$$

ekkor $\quad \dot{\underline{u}}(t) = i\omega\, \underline{a}\, e^{i\omega t}$

$$\ddot{\underline{u}}(t) = -\omega^2\, \underline{a}\, e^{i\omega t}$$

az $\quad \ddot{\underline{u}} = \omega_0^2\, \underline{\underline{A}}\, \underline{u} \quad$ egyenletből így

$$-\omega^2\, \underline{a}\, e^{i\omega t} = \omega_0^2\, \underline{\underline{A}}\, \underline{a}\, e^{i\omega t}$$

adódik, ezt egy oldalra rendezve, $e^{-i\omega t}$-vel beszorozva:

$$\left(\omega_0^2\, \underline{\underline{A}} - \omega^2\right) \underline{a} = 0$$

$$\Bigg(\underline{\underline{A}} - \underbrace{\frac{\omega^2}{\omega_0^2}}_{\lambda}\Bigg)\, \underline{a} = 0$$

ez nem más, mint az $\underline{\underline{A}}$ mátrix sajátértékproblémája

$$\underline{\underline{A}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -c & 2c & -c \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

karakterisztikus egyenlet: $\quad \det\left(\underline{\underline{A}} - \lambda \underline{\underline{I}}\right) = 0$

$$\underline{\underline{A}} - \lambda \underline{\underline{I}} = \begin{pmatrix} 1-\lambda & -1 & 0 \\ -c & 2c-\lambda & -c \\ 0 & -1 & 1-\lambda \end{pmatrix} \begin{matrix} 1-\lambda & -1 \\ -c & 2c-\lambda \\ 0 & 2c-\lambda \end{matrix}$$

det: $\oplus \searrow \searrow \searrow \quad \ominus \swarrow \swarrow \swarrow \qquad$ (Sarrus-szabály)

$$(1-\lambda)(2c-\lambda)(1-\lambda) - (1-\lambda)(-c)(-1) - (-1)(-c)(1-\lambda)$$

minden tagban van $(1-\lambda)$! Emeljünk ki

$$\det(\underline{\underline{A}}-\lambda\underline{\underline{I}}) = (1-\lambda)\left[(2c-\lambda)(1-\lambda) - c - c\right] =$$

$$= (1-\lambda)\left[\cancel{2c} - 2c\lambda - \lambda + \lambda^2 - \cancel{2c}\right]$$

$$= (1-\lambda)\,\lambda\,(\lambda - 1 - 2c)$$

a sajátértékek:

$$\lambda_1 = 0 \qquad \omega_1^2 = 0$$

$$\lambda_2 = 1 \qquad \omega_2^2 = \omega_0^2$$

$$\lambda_3 = 2c+1 \qquad \omega_3^2 = \omega_0^2\,(2c+1)$$

sajátvektorok

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -c & 2c & -c \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}}_{\underline{\underline{A}}-\lambda\underline{\underline{I}}\quad \lambda=0} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix} = 0$$

első sor: $u_1 = u_2$

~~má~~ harmadik: $u_2 = u_3$

$$\begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

de mit jelent $\omega_1^2 = 0$ Ha $\underline{u}(t) = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} f(t)$ & $\ddot{f}(t) = 0$

akkor megoldás → $f(t) = x_0 + vt$ tömegközéppont egyenletes mozgása (csak belső erők vannak!)

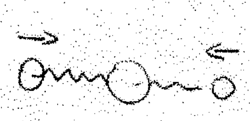
$$\underbrace{\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -c & 2c-1 & -c \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}}_{\underline{\underline{A}}-\lambda\underline{\underline{I}}\quad \lambda=1} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix} = 0$$

első sor: $u_2 = 0$

második sor: $u_1 = -u_3$

harmadik sor: ✓

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$



$$\begin{pmatrix} -2c & -1 & 0 \\ -c & -1 & -c \\ 0 & -1 & -2c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix} = 0$$

$$2cu_1 + u_2 = 0$$
$$-cu_1 - u_2 - cu_3 = 0$$
$$u_2 + 2cu_3 = 0$$

$$\left.\begin{array}{lll} -u_2 = 2cu_1 & \text{első} \\ -u_2 = 2cu_3 & \text{harmadik} \end{array}\right\} u_1 = u_3$$

második $\quad 2cu_1 + u_2 = 0 \qquad u_2 = -2cu_1 \quad \Rightarrow \quad \underline{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2c \\ 1 \end{pmatrix}$

Megkaptuk a harmadik módust.

Fontos észrevétel: ha van a rendszernek egy folytonos szimmetriája (pl. bármennyi a-val el lehet tolni, több dim. rsz-nél tetsz. φ-vel el lehet forgatni, stb.) akkor a szimmetria alkalmazásával kapott vektor sajátvektor 0 sajátértékkel; itt a-val való eltolás: $\underline{u} = \begin{pmatrix} a \\ a \\ a \end{pmatrix}$-t ad.

MINDEN FOLYTONOS SZIMMETRIÁHOZ TARTOZIK EGY ZÉRÓMÓDUS.

5. Szórási szög trf. labor- és TKP-rendszer között

Előadáson szerepelt: szórás leírása centrális potenciálban:

$$m\ddot{\underline{r}} = \underline{F}(\underline{r}) = -\nabla V(r) \qquad r = |\underline{r}|$$

most: 2 részecske szóródik egymáson

$$m_1\ddot{\underline{r}}_1 = \underline{F}_1(\underline{r}) = -\underline{F}(\underline{r}) \qquad \underline{r} = \underline{r}_2 - \underline{r}_1$$

$$m_2\ddot{\underline{r}}_2 = \underline{F}_2(\underline{r}) = \underline{F}(\underline{r}) = -\nabla V(\underline{r})$$

TKP és relatív koord. bevezetése:

$$\underline{r}_0 = \frac{m_1\underline{r}_1 + m_2\underline{r}_2}{m_1+m_2} \qquad \dot{\underline{r}}_0 = \frac{m_1\dot{\underline{r}}_1 + m_2\dot{\underline{r}}_2}{m_1+m_2}$$

$$(m_1+m_2)\ddot{\underline{r}}_0 = 0$$

$$\underline{r} = \underline{r}_2 - \underline{r}_1$$

$$\mu\ddot{\underline{r}} = -\nabla V(\underline{r}) \qquad \mu = \frac{1}{\frac{1}{m_1}+\frac{1}{m_2}} = \frac{m_1 m_2}{m_1+m_2}$$

ezt a szórásproblémát meg tudjuk oldani;

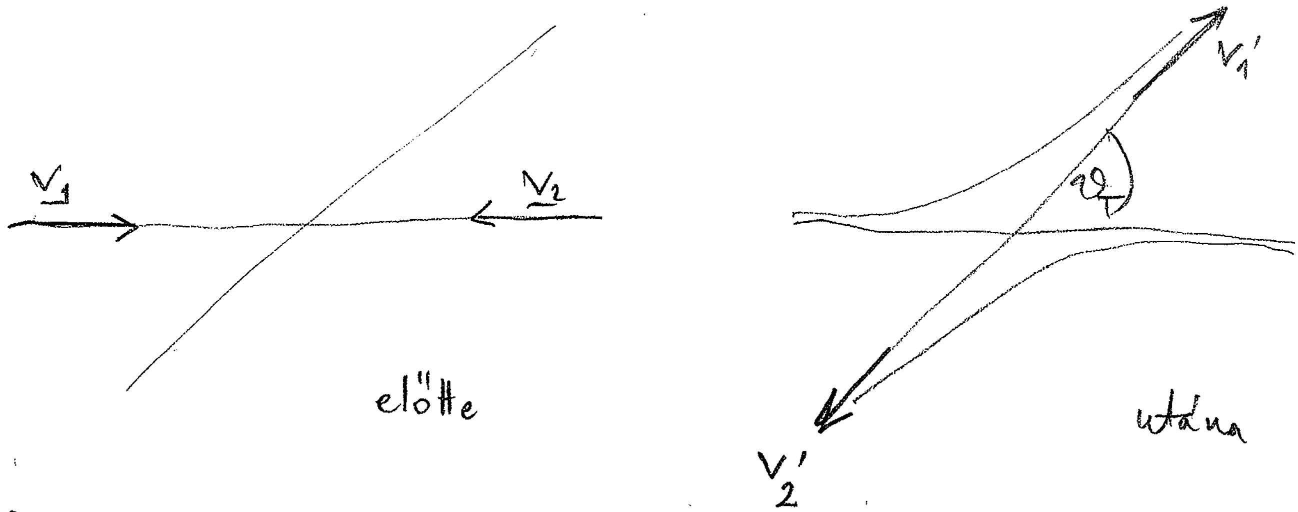
TKP koord rsz: $\underline{V} = \dot{\underline{r}}_0$ -lal mozog, origó $\underline{r}_0$

Ebben a koordinátarendszerben

$$\underline{r}_{1T} = -\frac{m_2}{m_1+m_2}\underline{r} \qquad \underline{r}_{2T} = \frac{m_1}{m_1+m_2}\underline{r}$$

$$\underline{v}_{1T} = -\frac{m_2}{m_1+m_2}\underline{v} \qquad \underline{v}_{2T} = \frac{m_1}{m_1+m_2}\underline{v}$$

Szórás TKP rendszerben:



TKP laborrendszerbe: $\underline{V}$-t hozzá kell adni a sebességekhez

$$\underline{v}_{1L} = \underline{V} + \underline{v}_1 \qquad \underline{v}_{1L}' = \underline{V} + \underline{v}_1'$$

$$\underline{v}_{2L} = \underline{V} + \underline{v}_2 \qquad \underline{v}_{2L}' = \underline{V} + \underline{v}_2'$$

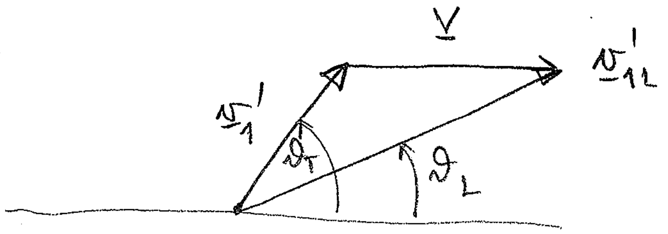
Speciális esetként vizsgáljuk meg azt, amikor kezdetben m_2 állt (target), m_1 mozgott (lövedék)

$$\underline{V} = \frac{m_1 \underline{v}_{1L}}{m_1 + m_2} = \frac{\mu}{m_2} \underline{v}_{1L}$$

$$\underline{v}_1 = \underline{v}_{1L} - \underline{V} = \left(1 - \frac{m_1}{m_1+m_2}\right) \underline{v}_{1L} \qquad \left(= \frac{\mu}{m_1} \underline{v}_{1L}\right)$$

$$\underline{v}_2 = -\underline{V} = -\frac{m_1}{m_1+m_2} \underline{v}_{2L}$$

a szórás utáni sebesség



ϑ_T : TKP-rendszer

ϑ_L : laborrendszer

innen:

$$v'_1 \sin\vartheta_T = v'_{1L} \sin\vartheta_L$$

$$v'_1 \cos\vartheta_T + V = v'_{1L} \cos\vartheta_L$$

ahonnan

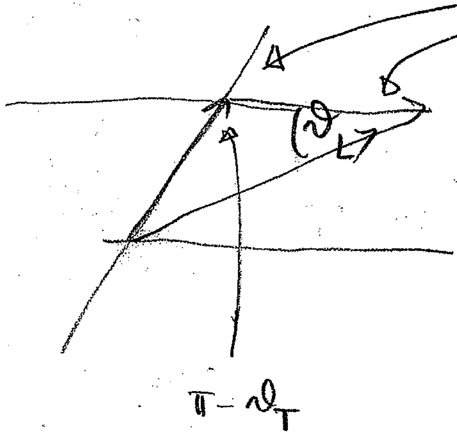
$$\operatorname{tg}\vartheta_L = \frac{v'_1 \sin\vartheta_T}{v'_1 \cos\vartheta_T + V} = \frac{\sin\vartheta_T}{\cos\vartheta_T + \underbrace{\frac{V}{v'_1}}_{\rho}}$$

$$\rho = \frac{V}{v'_1} = \frac{\frac{\mu}{m_2} v_{1L}}{v'_1} = \frac{\mu}{m_2} \frac{v_{1L}}{v'_1}$$

$\cos\vartheta_L$ kifejezése: koszinusztétel alkalmazása

ez a szög is ϑ_T

ez a szög is ϑ_L (párhuzamos szárú szögek)



$$v'^2_{1L} = v'^2_1 + V^2 + 2 v'_1 V \cos\vartheta_T$$

ezzel v'_{1L} kifejezhető

így $\cos(\pi - \vartheta_T) = -\cos(\vartheta_T)$

$$\cos\vartheta_L = \frac{\cos\vartheta_T + \rho}{\sqrt{1 + 2\rho\cos\vartheta_T + \rho^2}}$$

hasonlóan

$$\sin\vartheta_L = \frac{v'_1 \sin\vartheta_T}{v'_{1L}} = \frac{v'_1 \sin\vartheta_T}{\sqrt{v'^2_1 + V^2 + 2 v'_1 V \cos\vartheta_T}} = \frac{\sin\vartheta_T}{\sqrt{1 + 2\rho\cos\vartheta_T + \rho^2}}$$

speciális eset: rugalmas ütközés → teljes kinetikus energia megmarad (nem rugalmas ütk.: belső átalakulásokra fordítódik egy része; pl. magreakciók atommag-ütközésekben)

$$\frac{\mu}{2}(\dot{\underline{r}})^2 = \frac{\mu}{2}(\dot{\underline{r}}')^2$$

ahonnan ugyanez $\dot{\underline{r}}_1$-re: $|\underline{v}_1| = |\underline{v}_1'|$

$$\varrho = \frac{\mu}{m_2}\frac{v_{1L}}{v_1'} = \frac{\mu}{m_2}\frac{\frac{m_1}{\mu}v_1}{v_1'} = \frac{m_1}{m_2}$$

1-es részecske kimenő és bemenő energiájának hányadosa:

$$\frac{E'}{E} = \frac{\frac{1}{2}m_1 v_{1L}'^2}{\frac{1}{2}m_1 v_{1L}^2} = \frac{(v_{1L}')^2}{(v_{1L})^2} = \frac{(v_1')^2 + V^2 + 2Vv_1'\cos\vartheta_T}{(v_{1L})^2}$$

$v_{1L} = v_1'$ $\quad v_1 = \frac{\mu}{m_1}v_{1L}$ $\quad$ így $v_1' = v_1$-el elosztva

$$\frac{E'}{E} = \frac{(v_{1L}')^2}{(v_{1L})^2} = \frac{1+\varrho^2+2\varrho\cos\vartheta_T}{m_1^2/\mu^2} = \frac{1+\varrho^2+2\varrho\cos\vartheta_1}{(1+\varrho)^2}$$

$$\frac{m_1^2}{\mu^2} = \left(\frac{m_1}{\mu}\right)^2 = \left(\frac{\cancel{m_1}(m_1+m_2)}{\cancel{m_1}m_2}\right)^2 = \left(1+\frac{m_1}{m_2}\right)^2 = (1+\varrho)^2$$

spec. $m_1 = m_2$

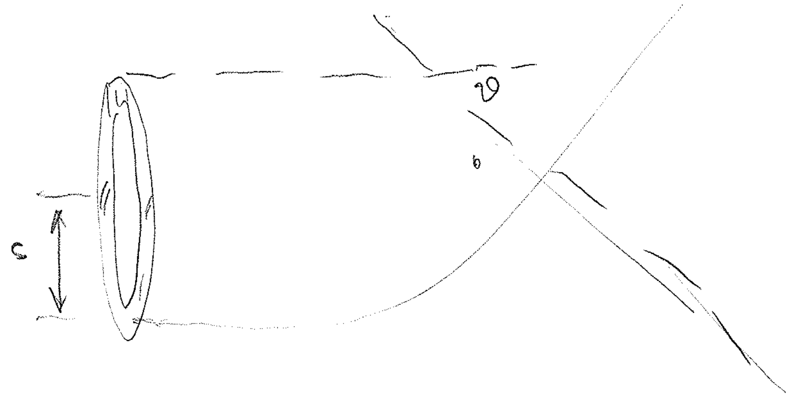
$$\frac{E'}{E} = \frac{1+\cos\vartheta_T}{2} = \cos\vartheta$$

$\vartheta = \pi$: teljes energiát elveszti

alkalmazás: neutron-szórás moderátorban (víz: H-magok)

hatáskeresztmetszet transzformációja

s: impakt paraméter I: nyalábintenzitás



hkm. definíciója

$$2\pi\, I\, s\,|ds| = 2\pi\, \sigma_T(\vartheta_T)\, \sin\vartheta_T\, |d\vartheta_T|$$

$$= 2\pi\, \sigma_L(\vartheta_L)\, \sin\vartheta_L\, |d\vartheta_L|$$

azaz

$$\sigma_L(\vartheta_L) = \sigma_T(\vartheta_T)\, \frac{\sin\vartheta_T}{\sin\vartheta_L} \left| \frac{d\vartheta_T}{d\vartheta_L} \right| = \sigma_T(\vartheta_T) \left| \frac{d\cos\vartheta_T}{d\cos\vartheta_L} \right|$$

ezt $\cos\vartheta_T$ kifejezéséből

$$\cos\vartheta_L = \frac{\cos\vartheta_T + \varrho}{\sqrt{1 + 2\varrho\cos\vartheta_T + \varrho^2}} \qquad \varrho = \frac{V}{v_1'} = \frac{\mu}{m_2}\,\frac{v_{1L}}{v_1'}$$

kifejezhető

$$\sigma_L(\vartheta_L) = \sigma_T(\vartheta_T)\, \frac{(1 + 2\varrho\cos\vartheta_T + \varrho^2)^{3/2}}{1 + \varrho\cos\vartheta_T}$$