Elméleti mechanika gyakorlat, 11. feladatsor

Lukács Árpád

2010. december 6./9.

Tudnivalók: A gyakorlat honlapja: `www.rmki.kfki.hu/~arpi/teaching/2010elmmech/`. A feladat teljes megoldásához a levezetés, és a számolások részletei is hozzátartoznak. Beadási határidő a következő gyakorlat **kezdete**.

1. Feladat (10)**.** A gyakorlaton az eltolásinvarianciából (azaz $\partial_i \mathcal{L} = 0$-ból) levezettük az impulzusmegmaradást. Nézzük meg, hogy milyen mennyiség megmaradása következik $\partial \mathcal{L}/\partial t = 0$-ból! Mi az illető mennyiség sűrűsége és áramsűrűsége? (Mivel az időeltolás-invarianciából a pontmechanikában az energia megmaradása következett, nevezzük ezt a megmaradó mennyiséget energiának!)

2. Feladat (6p)**.** (a) Határozzuk meg egy rugalmas közeg deformációtenzorát, ha az elmozdulásmező

$$\mathbf{u}(\mathbf{r}) = \frac{\rho g}{E}\left(\sigma(\ell - z)x, \sigma(\ell - z)y, -\frac{1}{2}\left\{\ell^2 - (\ell - z)^2 - \sigma(x^2 + y^2)\right\}\right)!$$

(b) Határozzuk meg a feszültségtenzort is, ha a test izotróp, anyagának Lamé-állandói λ és μ!

3. Feladat (6p)**.** Egyensúlyban lévő rugalmas test deformációvektora $(-kyz, kxz, k(2x^2 - ay^2))$. Határozzuk meg az a állandót abból a feltételből, hogy a testre tömegerők nem hatnak!

4. Feladat (8p)**.** Határozzuk meg egy, a tengelye körül ω szögsebességgel forgó henger deformációját!
Segítség: forgó koordinátarendszerben a centrifugális erő lesz a tömegerő.

5. Feladat (8p)**.** Határozzuk meg az alábbi, a $[0, 1]$ intervallumon értelmezett függvények Fourier-sorát!
(a) $\Theta(\alpha - t)$ (ahol $0 < \alpha < 1$
(b) $\{x\}$ (ahol $\{x\}$ a törtrészfüggvényt jelöli) (fűrészfog-jel)
(c) $\sin^2(\pi x)$
(d) $1/2 - |x - 1/2|$ (háromszögjel)
Melyik lehet ezek közül húr kitérése?

Emlékeztető: Ha $f(x)$ $0 < x < a$-re értelmezett, akkor Fourier-sora $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \cos\frac{2\pi nx}{a} + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin\frac{2\pi nx}{a}$, ahol $a_0 = \frac{1}{a}\int_0^a f(x)\mathrm{d}x$, $a_n = \frac{2}{a}\int_0^a f(x)\cos\frac{2\pi nx}{a}\mathrm{d}x$, és $b_n = \frac{2}{a}\int_0^a f(x)\sin\frac{2\pi nx}{a}\mathrm{d}x$.