

# Elméleti fizika 1. gyakorlat, 6. feladatsor

Lukács Árpád

2011. március 24.

**Tudnivalók:** A gyakorlat honlapja: [www.rmki.kfki.hu/~arpi/teaching/2011elmfiz1/](http://www.rmki.kfki.hu/~arpi/teaching/2011elmfiz1/). A feladat teljes megoldásához a levezetés, és a számolások részletei is hozzátartoznak. Beadási határidő a következő gyakorlat **kezdete**. **Fontos:** ha valamelyik feladatnak csak egy részét sikerült megoldani, azt is érdemes beadni!

**1. Feladat** (6p). Ha a gyakorlaton nem maradt volna rá idő, akkor ellenőrizzük, hogy

$$L = e^{\alpha t} \left( \frac{1}{2} m \dot{x}^2 - \frac{m\omega_0^2}{2} x^2 \right)$$

a csillapított oszcillátor Lagrange-függvénye. Ekkor a Hamilton-függvény

$$H = \frac{e^{-\alpha t}}{2m} p^2 + e^{\alpha t} \frac{m\omega_0^2}{2} x^2$$

Vezessük le ebből a Hamilton-féle (kanonikus) mozgásegyenleteket, és ellenőrizzük, hogy azok valóban visszaadják a csillapított oszcillátor mozgásegyenletét!

**2. Feladat** (10p). (a) Mi egy második deriváltat tartalmazó  $S = \int L(x, \dot{x}, \ddot{x}, t) dt$  hatás extrémfeltétele, azaz az Euler-Lagrange-egyenlet megfelelője?

(b) Mi a mozgásegyenlet, ha  $L = -\frac{m}{2} x \ddot{x} - \frac{k}{2} x^2$ ? Azonos mozgásegyenlet előáll csak  $x$ -et és  $\dot{x}$ -ot tartalmazó Lagrange-függvényből is. Mutassuk meg, hogy a két Lagrange-függvény különbsége teljes időderivált!

**Segítség:** Számoljuk ki a  $\delta S$  variációt  $\delta x(t)$ -ben lineáris rendig, majd végezzünk parciális integrálást!

**3. Feladat** (10p). (a) Válasszuk a gömbi inga esetén általánosított koordinátáknak az  $x, y$  koordinátákat. Ezekkel fejezzük ki  $z$ -t, majd írjuk fel a gömbi inga Lagrange-függvényét, és mozgásegyenletét!

(b) A mozgásegyenleteket  $x$ -ben,  $y$ -ban és a fellépő deriváltjaikban linearizálva ellenőrizzük, hogy visszakapjuk-e a gyakorlaton kis kitérésekre felírt egyenleteket!