

Mechanika gyakorlat, Hetedik feladatsor

Nemes Frigyes, Lukács Árpád

2009. november 12/13.

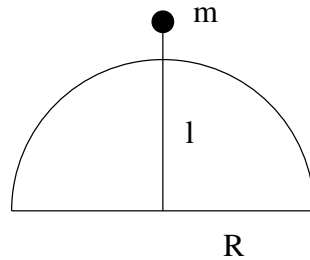
Tudnivalók: A gyakorlat honlapja: www.rmki.kfki.hu/~arpi/mech/. A feladat teljes megoldásához a levezetés, és a számolások részletei is hozzátartoznak. További tudnivalók az első feladatsoron.

1. Feladat (5p). Írjuk fel a centrális potenciálban való mozgás Lagrange-függvényét derékszögű koordinátákban, abból határozzuk meg a Hamilton-függvényt, és számoljuk ki a Runge-Lenz-vektor Poisson-zárójelét a Hamilton-függvénnyel, és az impulzusmomentum komponenseivel.

2. Feladat (3p). Számítsuk ki az impulzusmomentum-komponensek egymással vett Poisson-zárójeleit!

3. Feladat (2p). Legyenek egy mechanikai rendszer kanonikus változói q_i, p_i ($i = 1, \dots, N$), és legyen adott $j \in \{1, \dots, N\}$, továbbá a p_j impulzus egy $f(p_j)$ függvénye. Mi ekkor ennek egy általános $g(q_i, p_i, t)$ függvénnyel való $\{f, g\}$ Poisson-zárójele?

4. Feladat (5p). Egy R sugarú félkör alakú rúdra felfűzünk két k rugóállandójú rugót. A két rugó csatlakozásához rögzítünk egy megfordított ℓ hosszú m tömegű ingát, mely a félkör középpontjában csapágyazott. Írjuk fel az így kapott rendszer Lagrange-függvényét, és vizsgáljuk meg az egyensúlyait a paraméterek függvényében, illetve az azok körüli kis rezgéseket.



5. Feladat (4p). Mutassuk meg, hogy ha a Lagrange-függvény a q_i, \dot{q}_i dinamikai változókon kívül még egy λ paramétertől is függ, akkor $\partial H / \partial \lambda = -\partial L / \partial \lambda$.