Livre II

Archimède à Dosithée, joie !

Tu m'avais invité autrefois par lettre à rédiger les démonstrations des problèmes, dont j'avais moi-même adressé les énoncés à Conon. Or il se trouve que la plupart d'entre elles se rédigent au moyen des théorèmes que voici, dont je t'avais envoyé antérieurement[1] les démonstrations : la surface de toute sphère est équivalente au quadruple du grand cercle de la sphère[2] ; la surface de tout segment de sphère est équivalente au cercle, dont le rayon est égal au segment de droite mené du sommet du segment (sc. de sphère) à un point de la périphérie de la base[3] ; pour toute sphère, le cylindre ayant pour base le grand cercle de la sphère et une hauteur égale au diamètre de la sphère est lui-même équivalent aux trois demis de la sphère, et sa surface est équivalente aux trois demis de la surface de la sphère[4] ; tout secteur solide est équivalent au cône ayant pour base un cercle équivalent à l'aire du segment de la sphère qui est dans le secteur et une hauteur égale au rayon de la sphère[5]. Tous les théorèmes et problèmes qui sont rédigés au moyen de ces théorèmes, je te les envoie, écrits dans ce livre ; quant à tous ceux qui sont découverts par d'autres considérations, à savoir ceux qui concernent les spirales et les conoïdes, je tâcherai de te les envoyer au plus tôt.

1. Dans le Ier livre de ce traité.
2. Cf. I, 33.
3. Cf. I, 42 et 43.
4. Cf. I, 34, coroll.
5. Cf. I, 44.

B

Ἀρχιμήδης Δοσιθέῳ χαίρειν.

Πρότερον μὲν ἐπέστειλάς μοι γράψαι τῶν προβλημάτων τὰς ἀποδείξεις, ὧν αὐτὸς τὰς προτάσεις ἀπέστειλα Κόνωνι· συμβαίνει δὲ αὐτῶν τὰ πλεῖστα γράφεσθαι διὰ τῶν θεωρημάτων, ὧν πρότερον ἀπέστειλά σοι τὰς ἀποδείξεις, ὅτι τε πάσης σφαίρας ἡ ἐπιφάνεια τετραπλασία ἐστὶ τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ, καὶ δὴ ὅτι παντὸς τμήματος σφαίρας τῇ ἐπιφανείᾳ ἴσος ἐστὶ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ εὐθείᾳ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος ἐπὶ τὴν περιφέρειαν τῆς βάσεως ἀγομένῃ, καὶ διότι πάσης σφαίρας ὁ κύλινδρος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν μέγιστον κύκλον τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ διαμέτρῳ τῆς σφαίρας, αὐτός τε ἡμιόλιός ἐστι τῷ μεγέθει τῆς σφαίρας καὶ ἡ ἐπιφάνεια αὐτοῦ ἡμιολία τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας, καὶ διότι πᾶς τομεὺς στερεὸς ἴσος ἐστὶ κώνῳ τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τὸν κύκλον τὸν ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ τμήματος τῆς σφαίρας τοῦ ἐν τῷ τομεῖ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας. Ὅσα μὲν οὖν τῶν θεωρημάτων καὶ προβλημάτων γράφεται διὰ τούτων τῶν θεωρημάτων, ἐν τῷδε τῷ βιβλίῳ γράψας ἀπέσταλκά σοι, ὅσα δὲ δι' ἄλλης εὑρίσκονται θεωρίας, τά τε περὶ ἑλίκων καὶ τὰ περὶ τῶν κωνοειδῶν, πειράσομαι διὰ τάχους ἀποστεῖλαι.

4 ὧν BDEGH : ὃν C ‖ 8 δὴ ὅτι BCDEGH : διότι Heiberg ‖ 9 τμήματος BC : om. DEGH.

Le premier des problèmes était le suivant :

Une sphère étant donnée, trouver une aire plane équivalente à la surface de la sphère[1]. Or la solution de ce problème est clairement démontrée en vertu des théorèmes indiqués ci-dessus ; car le quadruple du grand cercle de la sphère est une aire à la fois plane et équivalente à la surface de la sphère[2].

1.

Le second problème était le suivant : étant donné un cône ou un cylindre, trouver une sphère équivalente au cône ou au cylindre.

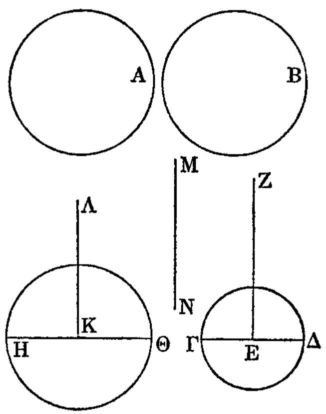

Fig. 46.

Soit A le cône ou le cylindre donné, et B la sphère équivalente à A ; donnons-nous un cylindre ΓZΔ équivalent aux trois demis du cône ou du cylindre A, et un autre cylindre, équivalent aux trois demis de la sphère B, ayant pour base le cercle de diamètre HΘ et un axe KΛ égal au diamètre de la sphère B[3] ; le

1-3. Cf. les notes complémentaires.

Τὸ δὲ πρῶτον ἦν τῶν προβλημάτων τόδε· Σφαίρας δοθείσης ἐπίπεδον χωρίον εὑρεῖν ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας. Ἔστιν δὲ τοῦτο φανερὸν δεδειγμένον ἐκ τῶν προειρημένων θεωρημάτων· τὸ γὰρ τετραπλάσιον τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ ἐπίπεδόν τε χωρίον ἐστὶ καὶ ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας.

α'.

Τὸ δεύτερον ἦν· Κώνου δοθέντος ἢ κυλίνδρου σφαῖραν εὑρεῖν τῷ κώνῳ ἢ τῷ κυλίνδρῳ ἴσην.

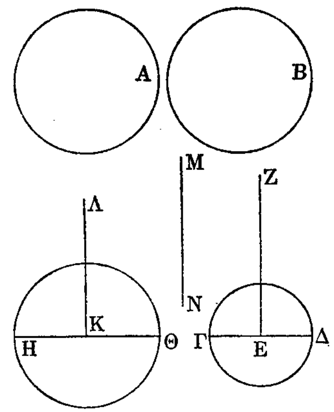

Fig. 46.

Ἔστω διδόμενος κῶνος ἢ κύλινδρος ὁ Α καὶ τῷ Α ἴση ἡ Β σφαῖρα, καὶ κείσθω τοῦ Α κώνου ἢ κυλίνδρου ἡμιόλιος κύλινδρος ὁ ΓΖΔ, τῆς δὲ Β σφαίρας ἡμιόλιος κύλινδρος, οὗ βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΗΘ κύκλος, ἄξων δὲ ὁ ΚΛ ἴσος τῇ διαμέτρῳ τῆς Β σφαίρας· ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ Ε

14 E mss. BCG : B mss. DEH.