Statisztikus tanulás az idegrendszerben

ORBÁN GERGŐ

http://golab.wigner.mta.hu

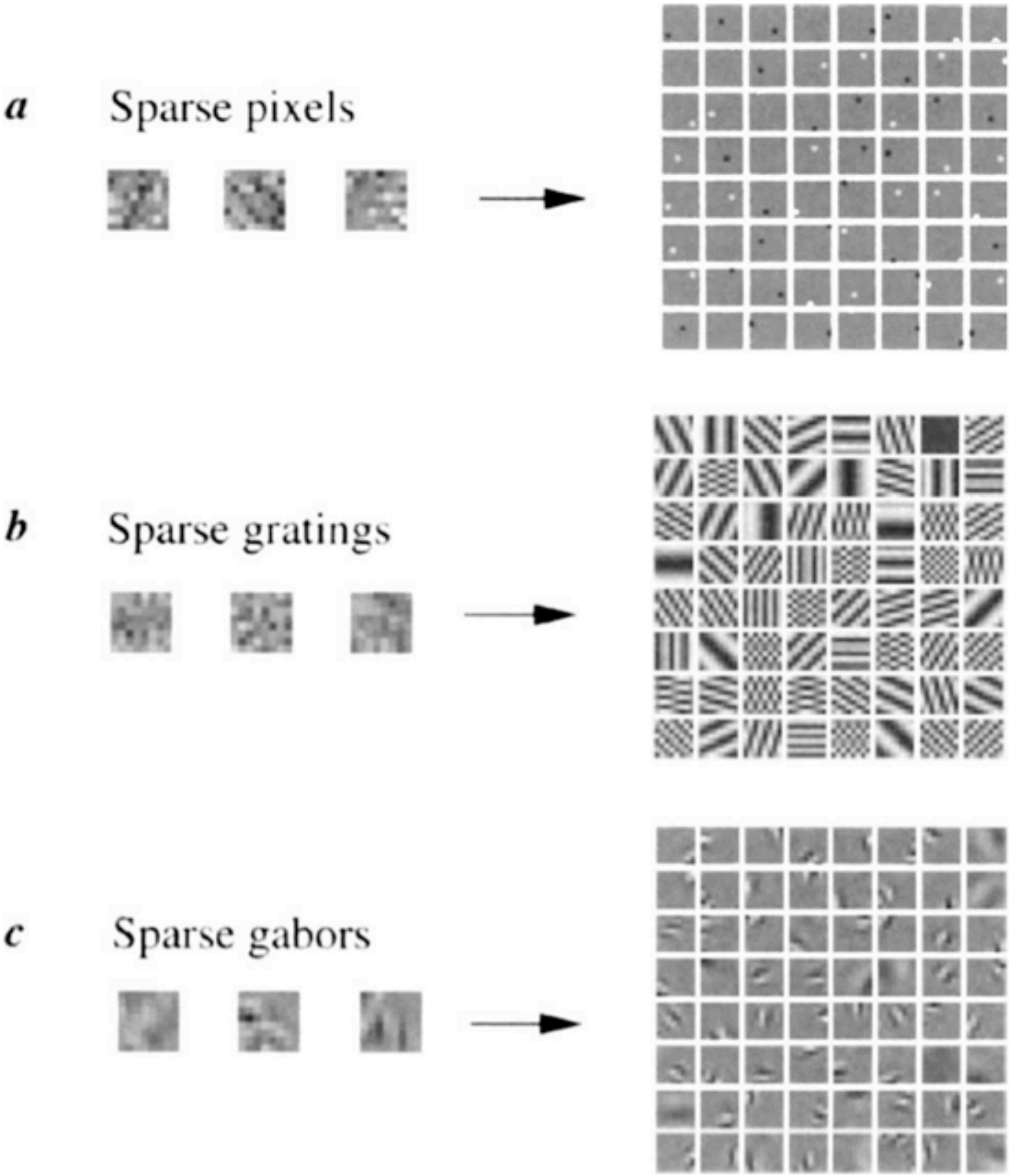
Somogyvári Zoltán

Bányai Mihály

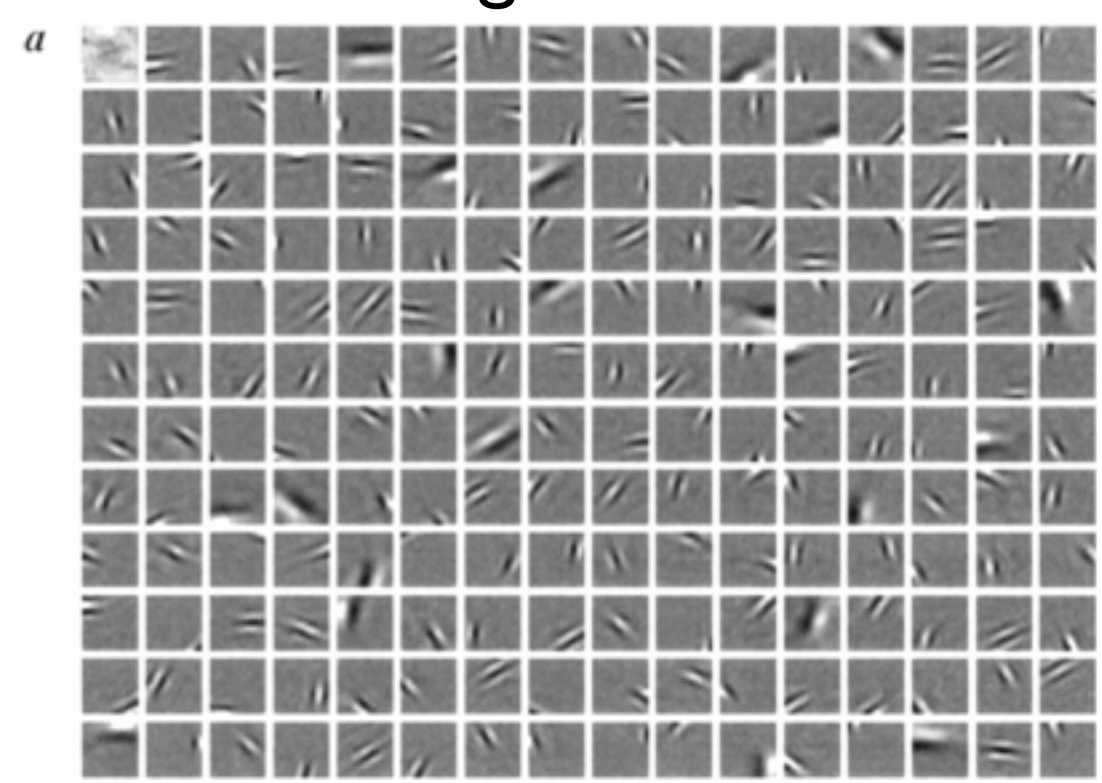
Orbán Gergő

1. Bevezetés - G
2. Perceptron, előrecsatolt hálózatok
3. Rekurrens hálózatok, a Hopfield hálózat
4. Rejtett változós modellek
5. Reprezentációs tanulás
6. Eloszlások tanulása, a Boltzmann-gép
7. MAP paraméterbecslés, bayesi modelösszehasonlítás
8. Az EM-algoritmus, keverékmodellek
9. Az EM speciális esetei
10. PCA, ICA, divisive normalisation
11. Bayes nets, Helmholtz machine
12. DBN, kontrasztiv divergencia
13. Sampling

RECAP: Statisztikai tanulás



Natural images



Olshausen & Field '96

RECAP: Statisztikai tanulás

RECAP: Statisztikai tanulás

- A filterek/receptiv mezok fuggenek a kepek statisztikajatol

RECAP: Statisztikai tanulás

- A filterek/receptiv mezok fuggenek a kepek statisztikajatol
- A stasztika és a stílus valamiképpen összefüggenek

RECAP: Statisztikai tanulás

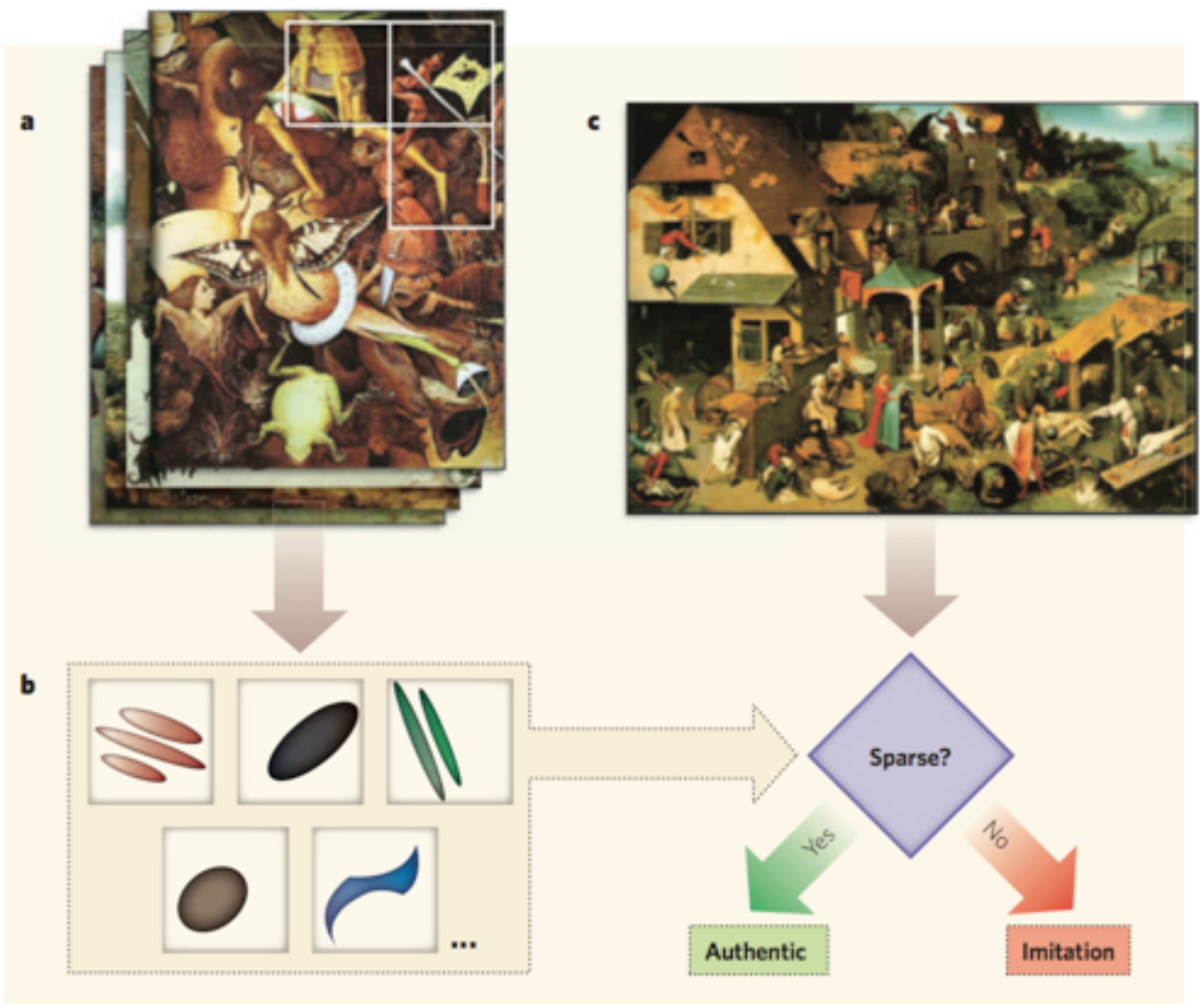
- A filterek/receptiv mezok fuggenek a kepek statisztikajatol
- A stasztika és a stílus valamiképpen összefüggenek
- A tréningező adathalmaz stílusa ‘tanulható’

RECAP: Statisztikai tanulás

- A filterek/receptiv mezok fuggenek a kepek statisztikajatol
- A stasztika és a stílus valamiképpen összefüggenek
- A tréningező adathalmaz stílusa ‘tanulható’
- A tesztadathalmaz stílusa tesztelhető

RECAP: Statisztikai tanulás

- A filterek/receptiv mezok fuggenek a kepek statisztikajatol
- A stasztika és a stílus valamiképpen összefüggenek
- A tréningező adathalmaz stílusa ‘tanulható’
- A tesztadathalmaz stílusa tesztelhető



RECAP: Statisztikai tanulás

- 'EM' a lineáris ICA modellben:

$$E = -\mathrm{cost}_1 - \lambda \mathrm{cost}_2$$

$$\mathrm{cost}_1 = \left(x - \sum_i A_i' \cdot z_i \right)^2$$

$$\mathrm{cost}_2 = -\sum_i S\left(\frac{z_i}{\sigma}\right)$$

$$\dot{z}_i = \mathbf{A}_i x_t - \sum_j \mathbf{A}_i' \mathbf{A}_j z_j - \frac{\lambda}{\sigma} S'\left(\frac{z_i}{\sigma}\right)$$

RECAP: Statisztikai tanulás

- 'EM' a lineáris ICA modellben:

$$E = -\mathrm{cost}_1 - \lambda \mathrm{cost}_2 \qquad \mathrm{cost}_1 = \left(x - \sum_i A_i' \cdot z_i \right)^2$$

$$\mathrm{cost}_2 = -\sum_i S\left(\frac{z_i}{\sigma}\right)$$

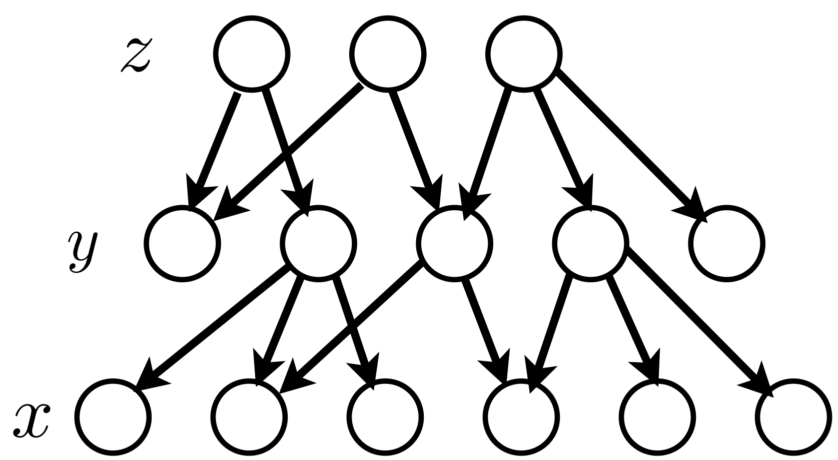
$$\dot{z}_i = \mathbf{A}_i x_t - \sum_j \mathbf{A}_i' \mathbf{A}_j z_j - \frac{\lambda}{\sigma} S'\left(\frac{z_i}{\sigma}\right)$$

$$\Delta A_i = \eta \left\langle a_i \left[x - \hat{x} \right] \right\rangle_t$$

RECAP: Statisztikai tanulás

Miért tudjuk ezt elvégezni?

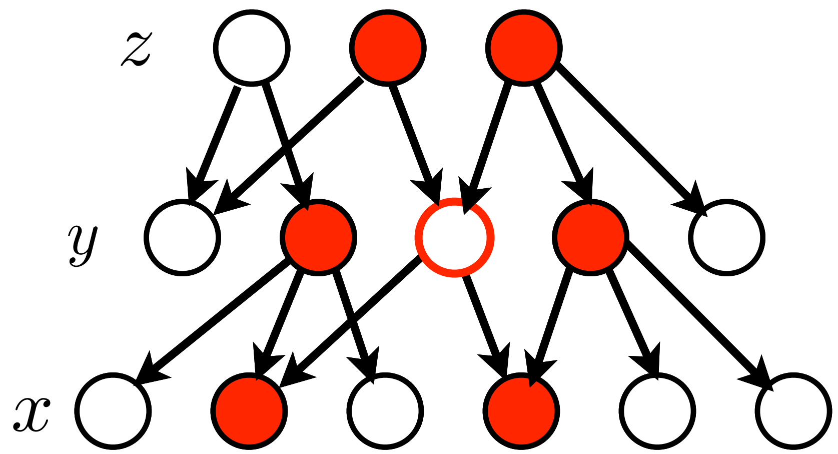
- Linearitás
- Irányított generatív modell



RECAP: Statisztikai tanulás

Miért tudjuk ezt elvégezni?

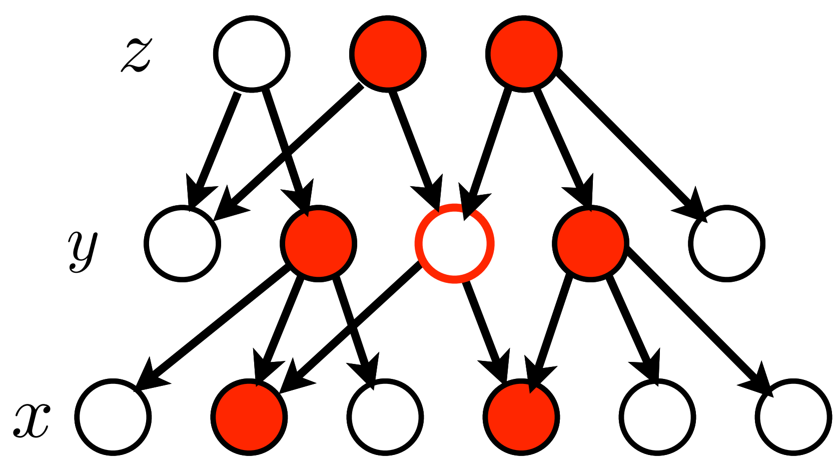
- Linearitás
- Irányított generatív modell



RECAP: Statisztikai tanulás

Miért tudjuk ezt elvégezni?

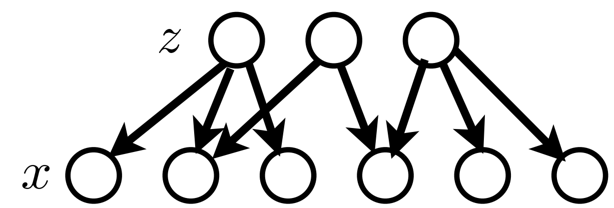
- Linearitás
- Irányított generatív modell



Markov lepedő:
- szülők
- gyermekek
- gyermekek szülei

Helmholtz machine

- Sztochasztikus
- Bináris
- Nemlineáris $P(x \mid z) = \mathrm{sigmoid}(w \cdot z)$
- Irányított
- Lehetőség szerint többrétegű (hierarchikus)

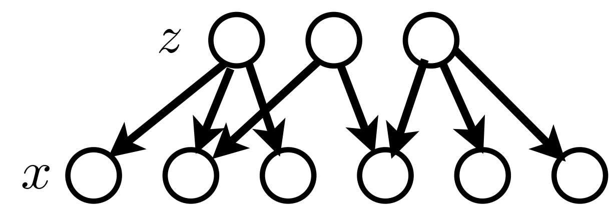


generatív súlyok

rekogníciós súlyok

Helmholtz machine

- Sztochasztikus
- Bináris
- Nemlineáris $P(x \mid z) = \text{sigmoid}(w \cdot z)$
- Irányított



- Lehetőség szerint többrétegű (hierarchikus)

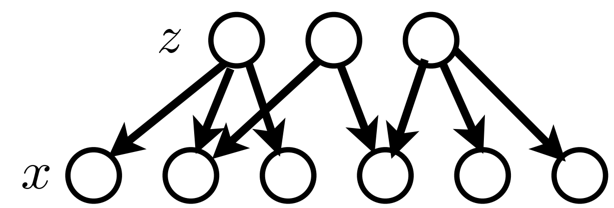
Probléma: tanulni szeretnénk ebben a modellben, de inferencia nehéz

generatív súlyok

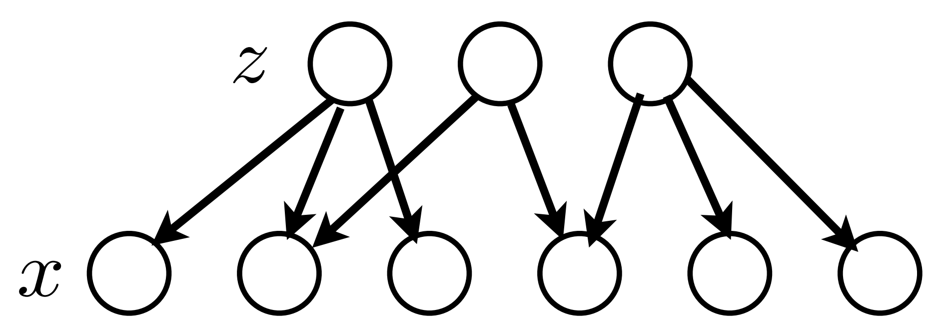
rekogníciós súlyok

Helmholtz machine

- Sztochasztikus
- Bináris
- Nemlineáris $P(x \mid z) = \mathrm{sigmoid}(w \cdot z)$
- Irányított
- Lehetőség szerint többrétegű (hierarchikus)



Probléma: tanulni szeretnénk ebben a modellben, de inferencia nehéz

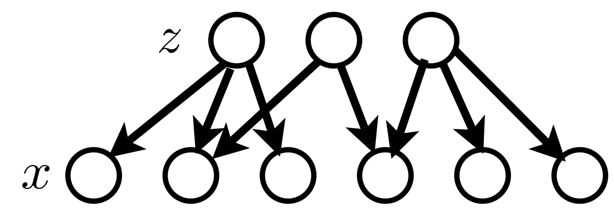


generatív súlyok

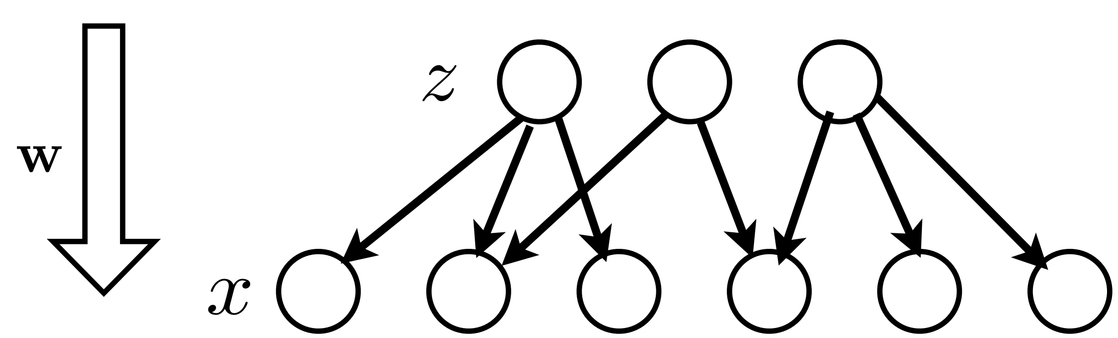
rekogníciós súlyok

Helmholtz machine

- Sztochasztikus
- Bináris
- Nemlineáris $P(x \mid z) = \mathrm{sigmoid}(w \cdot z)$
- Irányított
- Lehetőség szerint többrétegű (hierarchikus)



Probléma: tanulni szeretnénk ebben a modellben, de inferencia nehéz

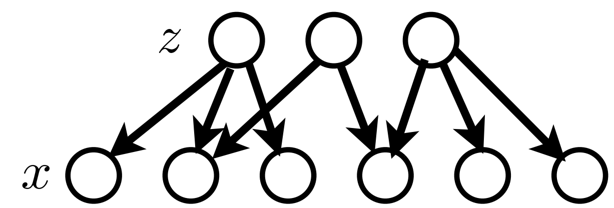


generatív súlyok

rekogníciós súlyok

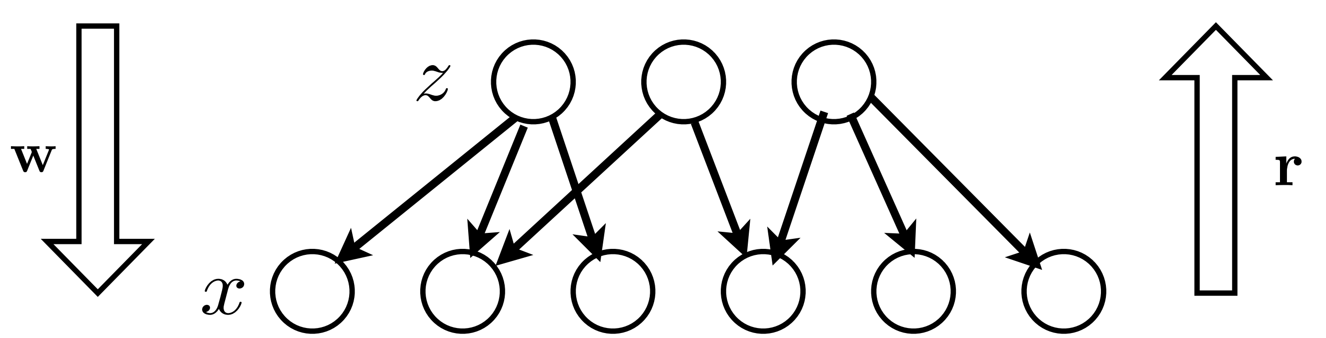
Helmholtz machine

- Sztochasztikus
- Bináris
- Nemlineáris $P(x \mid z) = \mathrm{sigmoid}(w \cdot z)$
- Irányított



- Lehetőség szerint többrétegű (hierarchikus)

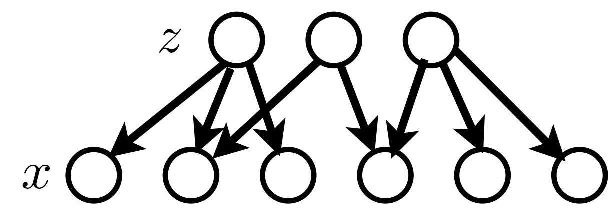
Probléma: tanulni szeretnénk ebben a modellben, de inferencia nehéz



generatív súlyok rekogníciós súlyok

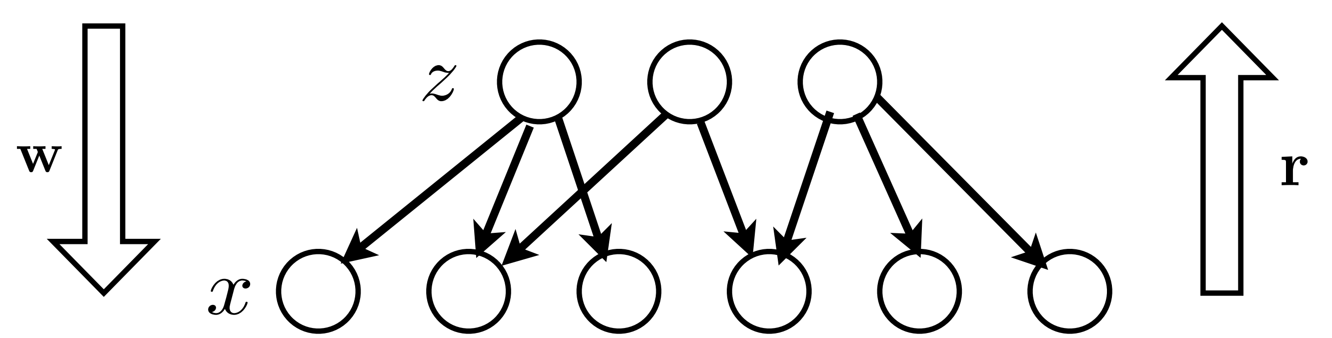
Helmholtz machine

- Sztochasztikus
- Bináris
- Nemlineáris $P(x \mid z) = \mathrm{sigmoid}(w \cdot z)$
- Irányított



- Lehetőség szerint többrétegű (hierarchikus)

Probléma: tanulni szeretnénk ebben a modellben, de inferencia nehéz

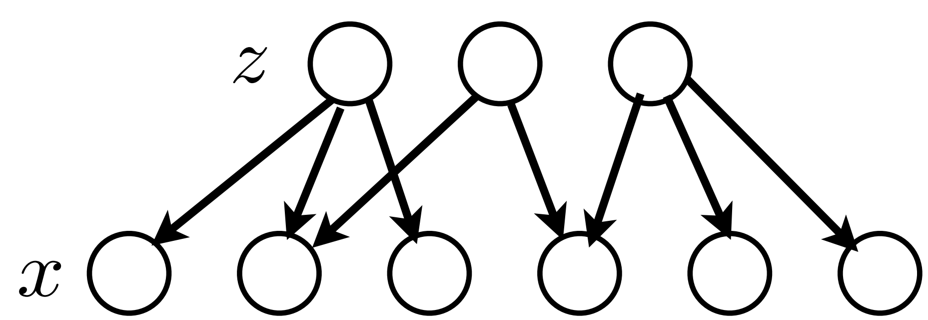


generatív súlyok

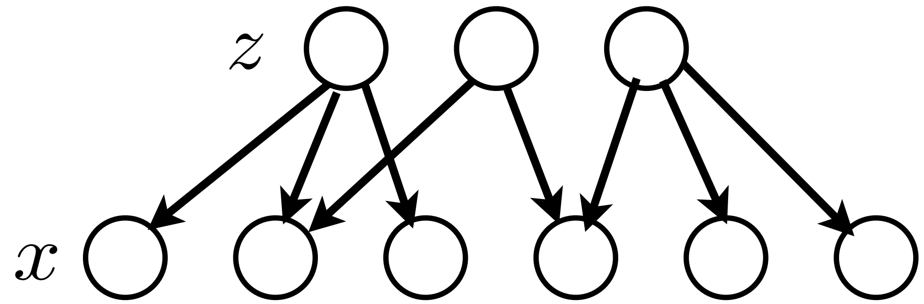
rekogníciós súlyok

generatív modell nem invertálható

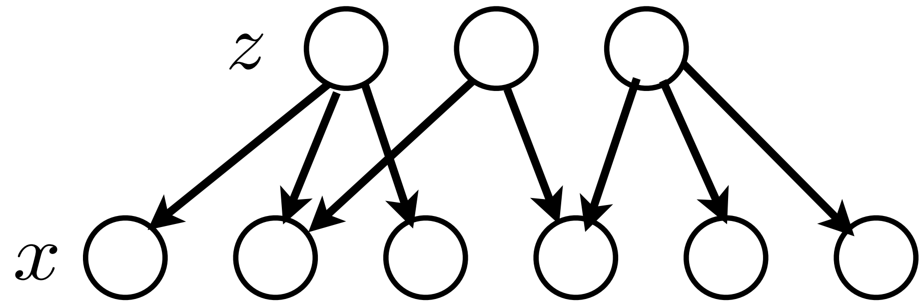
Helmholtz machine



Helmholtz machine

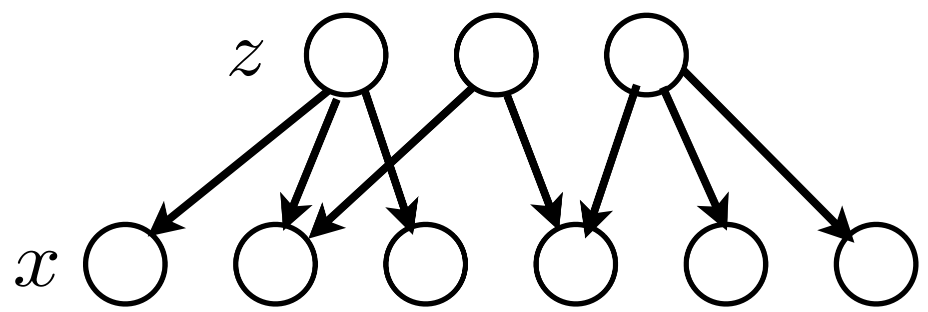


Helmholtz machine

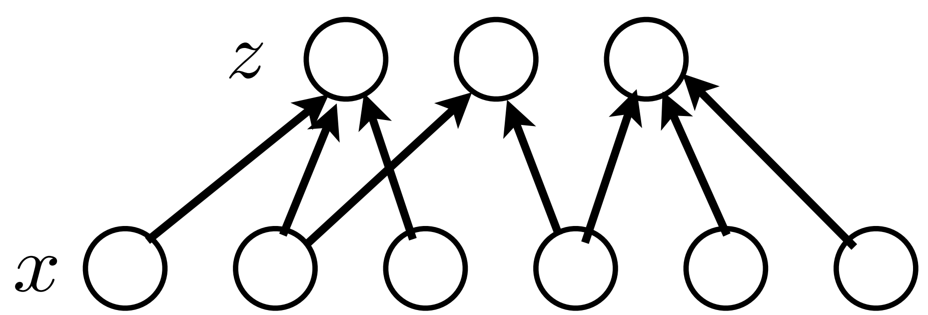


Közelítő rekogníciós modell:

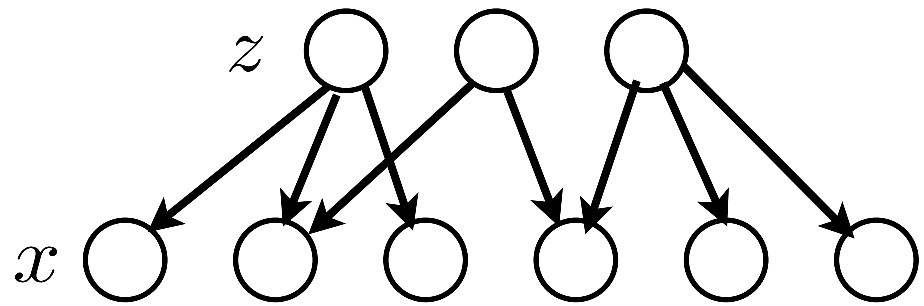
Helmholtz machine



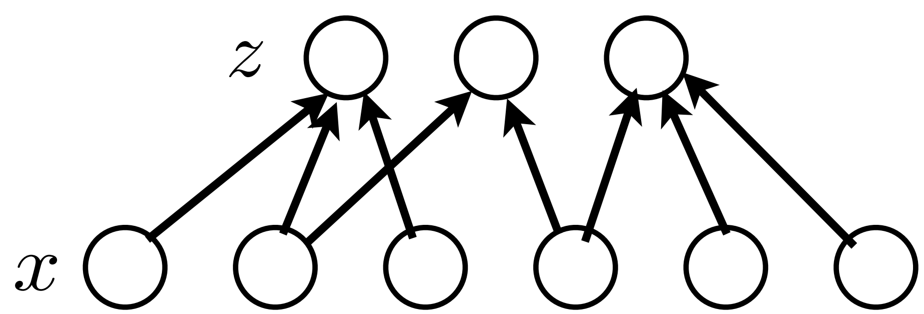
Közelítő rekogníciós modell:



Helmholtz machine

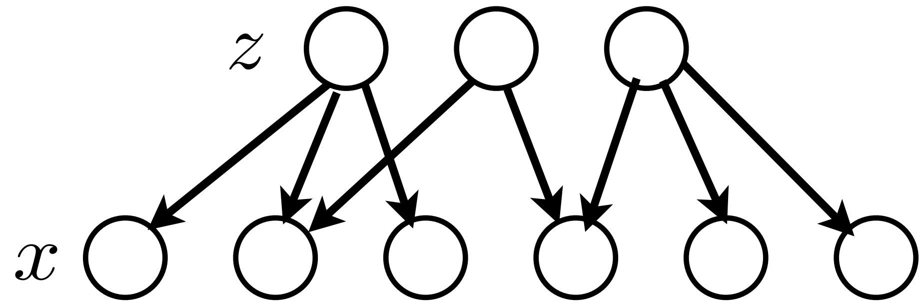


Közelítő rekogníciós modell:

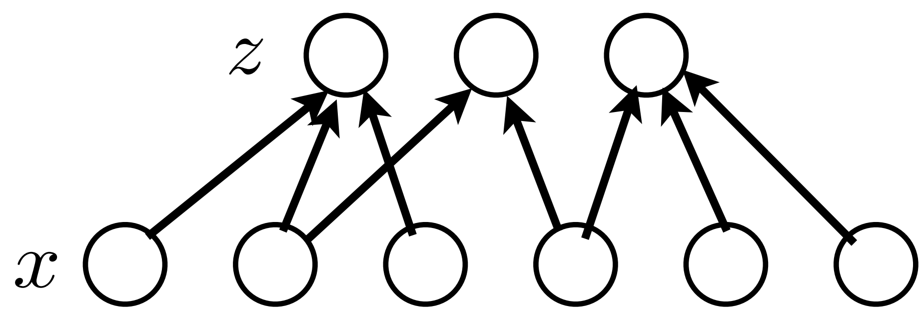


eredeti: $$P = \prod_i \mathrm{sigmoid}(h_i + w_i \cdot z)^{x_i} (1 - \mathrm{sigmoid}(h_i + w_i \cdot z))^{1-x_i}$$

Helmholtz machine



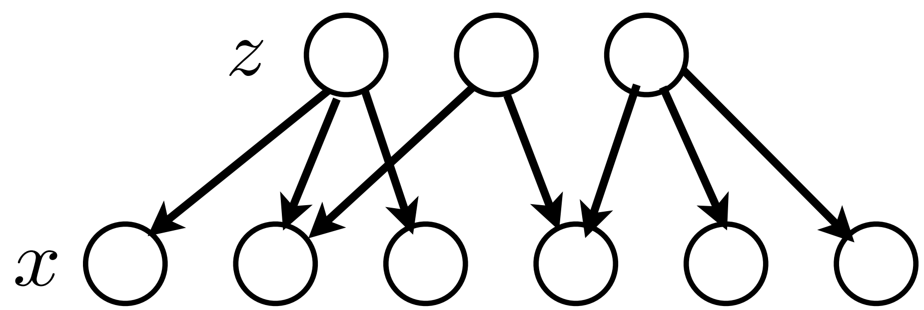
Közelítő rekogníciós modell:



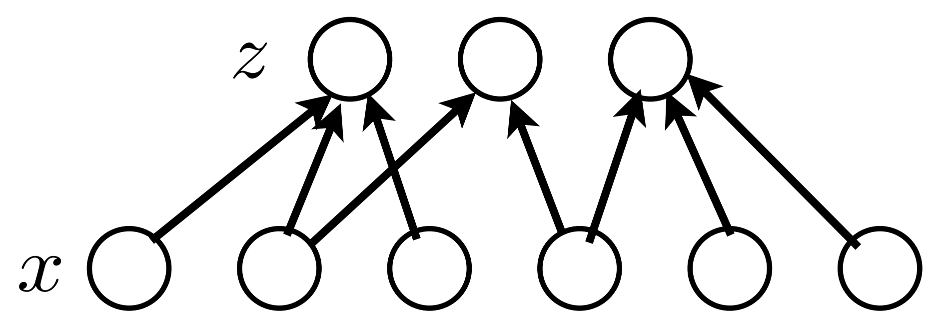
eredeti: $P = \prod_i \mathrm{sigmoid}(h_i + w_i \cdot z)^{x_i} (1 - \mathrm{sigmoid}(h_i + w_i \cdot z))^{1-x_i}$

közelítés: $Q = \prod_j \mathrm{sigmoid}(g_j + r_j \cdot x)^{x_i} (1 - \mathrm{sigmoid}(g_j + r_j \cdot x))^{1-x_i}$

Helmholtz machine



Közelítő rekogníciós modell:



eredeti: $$P = \prod_i \mathrm{sigmoid}(h_i + w_i \cdot z)^{x_i} (1 - \mathrm{sigmoid}(h_i + w_i \cdot z))^{1-x_i}$$

közelítés: $$Q = \prod_j \mathrm{sigmoid}(g_j + r_j \cdot x)^{x_i} (1 - \mathrm{sigmoid}(g_j + r_j \cdot x))^{1-x_i}$$

EM-et konstruálunk a tanuláshoz

Helmholtz machine

eredeti: $$P = \prod_i \mathrm{sigmoid}(h_i + w_i \cdot z)^{x_i} (1 - \mathrm{sigmoid}(h_i + w_i \cdot z))^{1-x_i}$$

közelítés: $$Q = \prod_j \mathrm{sigmoid}(g_j + r_j \cdot x)^{x_i} (1 - \mathrm{sigmoid}(g_j + r_j \cdot x))^{1-x_i}$$

reguláris EM

$$\mathcal{F}(R, W) = L(W) - \sum P(x) D_{KL}(Q[z; x, R], P[z \,|\, x, W])$$

Helmholtz machine

eredeti: $P = \prod_i \mathrm{sigmoid}(h_i + w_i \cdot z)^{x_i} (1 - \mathrm{sigmoid}(h_i + w_i \cdot z))^{1-x_i}$

közelítés: $Q = \prod_j \mathrm{sigmoid}(g_j + r_j \cdot x)^{x_i} (1 - \mathrm{sigmoid}(g_j + r_j \cdot x))^{1-x_i}$

reguláris EM

$$\mathcal{F}(R,W) = L(W) - \sum P(x) D_{KL}(Q[z;x,R], P[z\,|\,x,W])$$

közelített EM

$$\tilde{\mathcal{F}}(R,W) = L(W) - \sum P(x,W) D_{KL}(P[z\,|\,x,W], Q[z;x,R])$$

Helmholtz machine

eredeti: $$P = \prod_i \mathrm{sigmoid}(h_i + w_i \cdot z)^{x_i} (1 - \mathrm{sigmoid}(h_i + w_i \cdot z))^{1-x_i}$$

közelítés: $$Q = \prod_j \mathrm{sigmoid}(g_j + r_j \cdot x)^{x_i} (1 - \mathrm{sigmoid}(g_j + r_j \cdot x))^{1-x_i}$$

reguláris EM

$$\mathcal{F}(R, W) = L(W) - \sum P(x) D_{KL}(Q[z; x, R], P[z \,|\, x, W])$$

közelített EM

$$\tilde{\mathcal{F}}(R, W) = L(W) - \sum P(x, W) D_{KL}(P[z \,|\, x, W], Q[z; x, R])$$

E lépés:
- mintavételezés z-ből
- generatív súlyok tanulása

M lépés
- mintavételezés x-ből
- rekogníciós súlyok állítása

Unsupervised learning

Input: $x_1, x_2, \ldots, x_t$ összefoglaló néven: adat - vizuális, auditoros, szöveg

Gól: $\mathrm{P}\left(\mathbf{x}\right)$

Unsupervised learning

Input: $x_1, x_2, \ldots, x_t$ összefoglaló néven: adat - vizuális, auditoros, szöveg

Gól: $\mathrm{P}\left(\mathbf{x}\right)$

(Reinforcement learning:

Input: $\{x_1, y_1\}, \{x_2, y_2\}, \ldots, \{x_t, y_t\}$

Gól: $\mathrm{P}\left(\mathbf{x} \,|\, \mathbf{y}\right)$)

Unsupervised learning

Input: $x_1, x_2, \ldots, x_t$ összefoglaló néven: adat - vizuális, auditoros, szöveg

Gól: $\mathrm{P}\left(\mathbf{x}\right)$

(Reinforcement learning:

Input: $\{x_1, y_1\}, \{x_2, y_2\}, \ldots, \{x_t, y_t\}$

Gól: $\mathrm{P}\left(\mathbf{x} \,|\, \mathbf{y}\right)$)

$\mathrm{P}\left(\mathbf{x}\right)$ Bonyolult!

Miért is?

Unsupervised learning

Input: $x_1, x_2, \ldots, x_t$ összefoglaló néven: adat - vizuális, auditoros, szöveg

Gól: $\mathrm{P}\left(\mathbf{x}\right)$

(Reinforcement learning:

Input: $\{x_1, y_1\}, \{x_2, y_2\}, \ldots, \{x_t, y_t\}$

Gól: $\mathrm{P}\left(\mathbf{x} \,|\, \mathbf{y}\right)$)

$\mathrm{P}\left(\mathbf{x}\right)$ Bonyolult!

Miért is?

Egyszerűsítés: $\mathrm{P}\left(\mathbf{x}\right) = \mathrm{P}\left(\mathbf{x} \,|\, \mathbf{z}\right) \mathrm{P}\left(\mathbf{z}\right)$

Unsupervised learning

Input: $x_1, x_2, \ldots, x_t$ összefoglaló néven: adat - vizuális, auditoros, szöveg

Gól: $\mathrm{P}\left(\mathbf{x}\right)$

(Reinforcement learning:

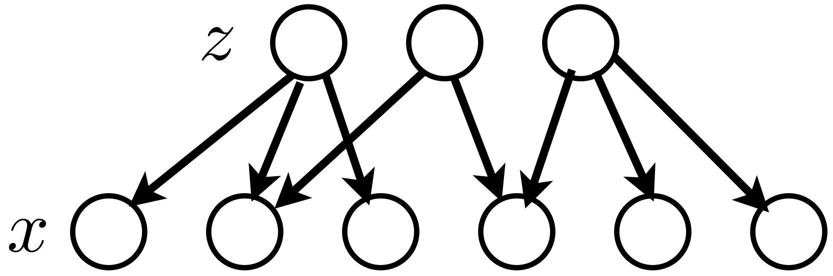
Input: $\{x_1, y_1\}, \{x_2, y_2\}, \ldots, \{x_t, y_t\}$

Gól: $\mathrm{P}\left(\mathbf{x} \,|\, \mathbf{y}\right)$)

$\mathrm{P}\left(\mathbf{x}\right)$ Bonyolult!

Miért is?

Egyszerűsítés: $\mathrm{P}\left(\mathbf{x}\right) = \mathrm{P}\left(\mathbf{x} \,|\, \mathbf{z}\right) \mathrm{P}\left(\mathbf{z}\right)$



Unsupervised learning

Input: $x_1, x_2, \ldots, x_t$ összefoglaló néven: adat - vizuális, auditoros, szöveg

Gól: $\mathrm{P}\left(\mathbf{x}\right)$

(Reinforcement learning:

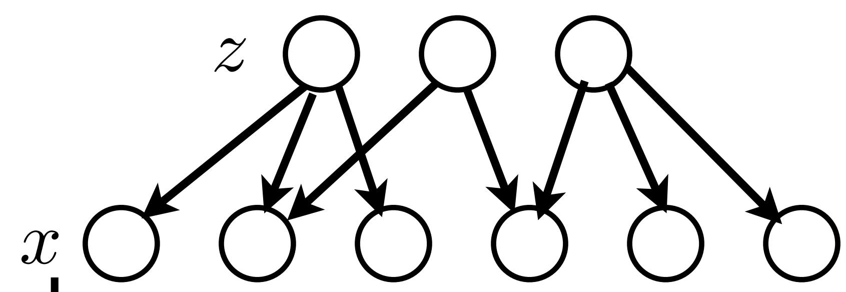
Input: $\{x_1, y_1\}, \{x_2, y_2\}, \ldots, \{x_t, y_t\}$

Gól: $\mathrm{P}\left(\mathbf{x} \,|\, \mathbf{y}\right)$)

$\mathrm{P}\left(\mathbf{x}\right)$ Bonyolult!

Miért is?

Egyszerűsítés: $\mathrm{P}\left(\mathbf{x}\right) = \mathrm{P}\left(\mathbf{x} \,|\, \mathbf{z}\right) \mathrm{P}\left(\mathbf{z}\right)$



- az adatot a "z"-k terében reprezentáljuk

Unsupervised learning

Input: $x_1, x_2, \ldots, x_t$ összefoglaló néven: adat - vizuális, auditoros, szöveg

Gól: $\mathrm{P}\left(\mathbf{x}\right)$

(Reinforcement learning:

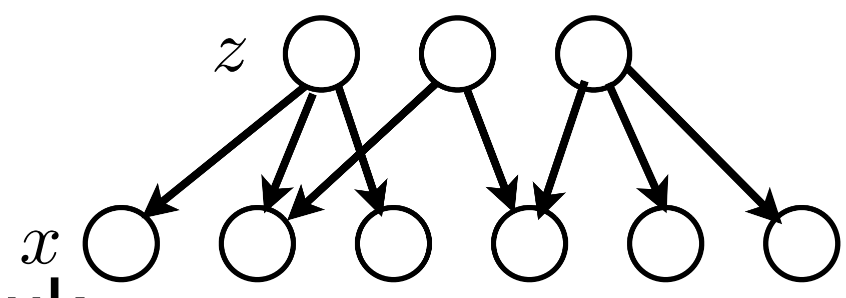
Input: $\{x_1, y_1\}, \{x_2, y_2\}, \ldots, \{x_t, y_t\}$

Gól: $\mathrm{P}\left(\mathbf{x} \,|\, \mathbf{y}\right)$)

$\mathrm{P}\left(\mathbf{x}\right)$ Bonyolult!

Miért is?

Egyszerűsítés: $\mathrm{P}\left(\mathbf{x}\right) = \mathrm{P}\left(\mathbf{x} \,|\, \mathbf{z}\right) \mathrm{P}\left(\mathbf{z}\right)$



- az adatot a “z”-k terében reprezentáljuk
- kategorizáció, dimenzió redukció

Unsupervised learning

Input: $x_1, x_2, \ldots, x_t$ összefoglaló néven: adat - vizuális, auditoros, szöveg

Gól: $\mathrm{P}(\mathbf{x})$

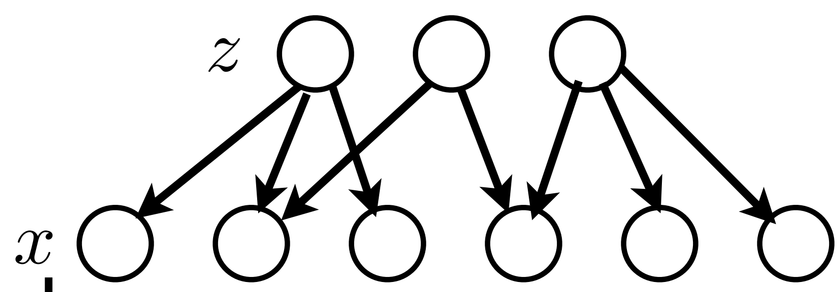
(Reinforcement learning:

Input: $\{x_1, y_1\}, \{x_2, y_2\}, \ldots, \{x_t, y_t\}$

Gól: $\mathrm{P}(\mathbf{x} \,|\, \mathbf{y})$)

$\mathrm{P}(\mathbf{x})$ Bonyolult!

Miért is?



Egyszerűsítés: $\mathrm{P}(\mathbf{x}) = \mathrm{P}(\mathbf{x} \,|\, \mathbf{z})\, \mathrm{P}(\mathbf{z})$

- az adatot a “z”-k terében reprezentáljuk
- kategorizáció, dimenzió redukció
- általánosabban a feladat: predikció, döntéshozatal, kommunikáció

Lineáris modellek

$$\mathrm{P}\left(x \mid z\right) = \mathrm{Normal}\left(x; z, \theta\right) = C \exp\left(\left(x - Az\right)^T \Sigma^{-1} \left(x - Az\right)\right)$$

Lineáris modellek

$$\mathrm{P}\left(x \mid z\right) = \mathrm{Normal}\left(x; z, \theta\right) = C \exp\Big(\left(x - Az\right)^T \Sigma^{-1} \left(x - Az\right)\Big)$$

PCA

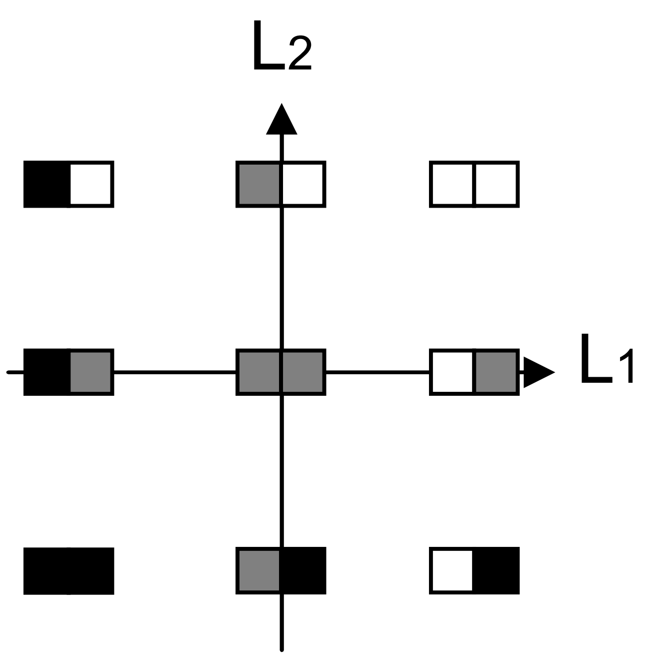
- A oszlopvektorai ortogonalisak
- D(x) = D(z)
- Izotróp zaj

Lineáris modellek

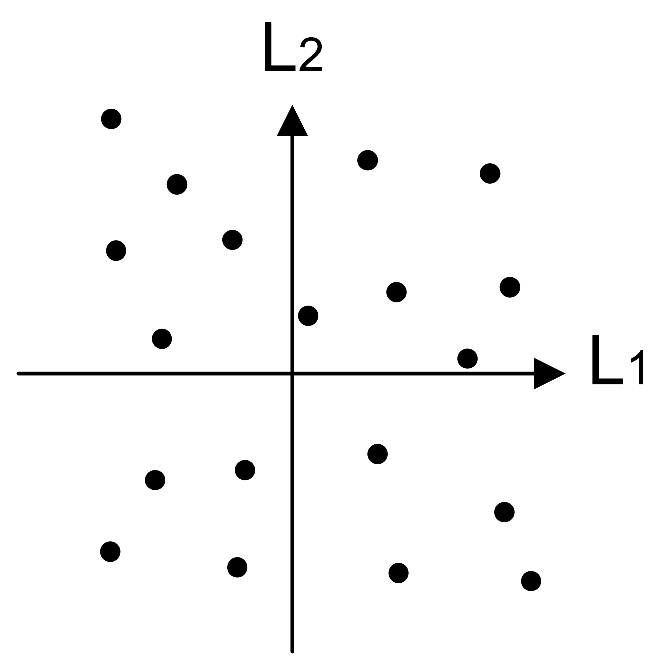
$$\mathrm{P}\left(x \,|\, z\right) = \mathrm{Normal}\left(x; z, \theta\right) = C \exp\left(\left(x - Az\right)^{T} \Sigma^{-1} \left(x - Az\right)\right)$$

PCA

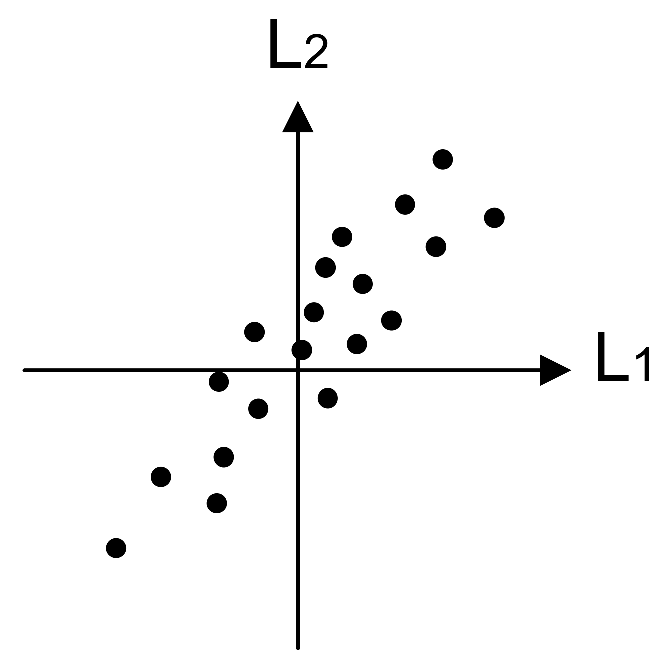
- A oszlopvektorai ortogonalisak
- D(x) = D(z)
- Izotróp zaj



State space of two pixel images



Random images



Structured images

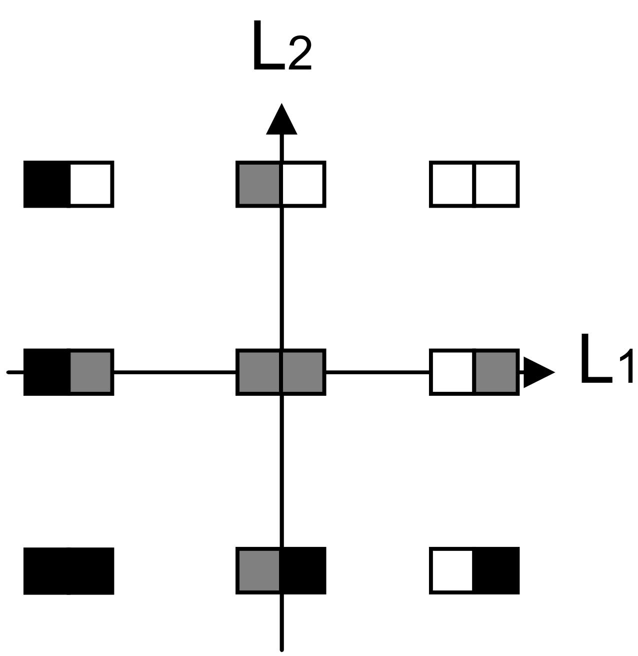
Lineáris modellek

$$\mathrm{P}\left(x \,|\, z\right) = \mathrm{Normal}\left(x; z, \theta\right) = C \exp\left(\left(x - Az\right)^{T} \Sigma^{-1} \left(x - Az\right)\right)$$

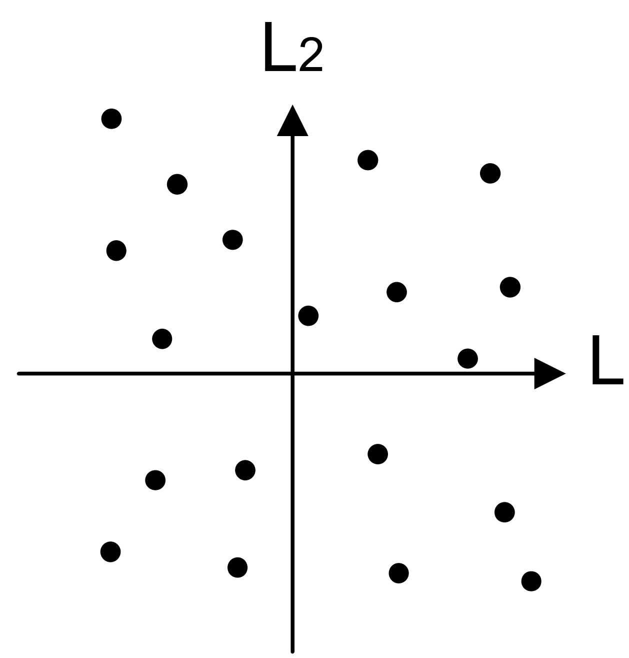
$$x = \mathbf{A} \cdot z + \epsilon$$

PCA

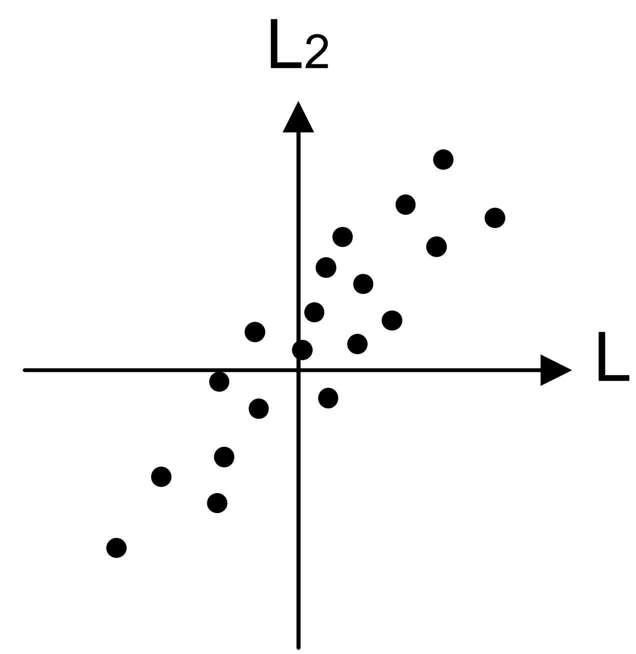
- A oszlopvektorai ortogonalisak
- D(x) = D(z)
- Izotróp zaj



State space of two pixel images



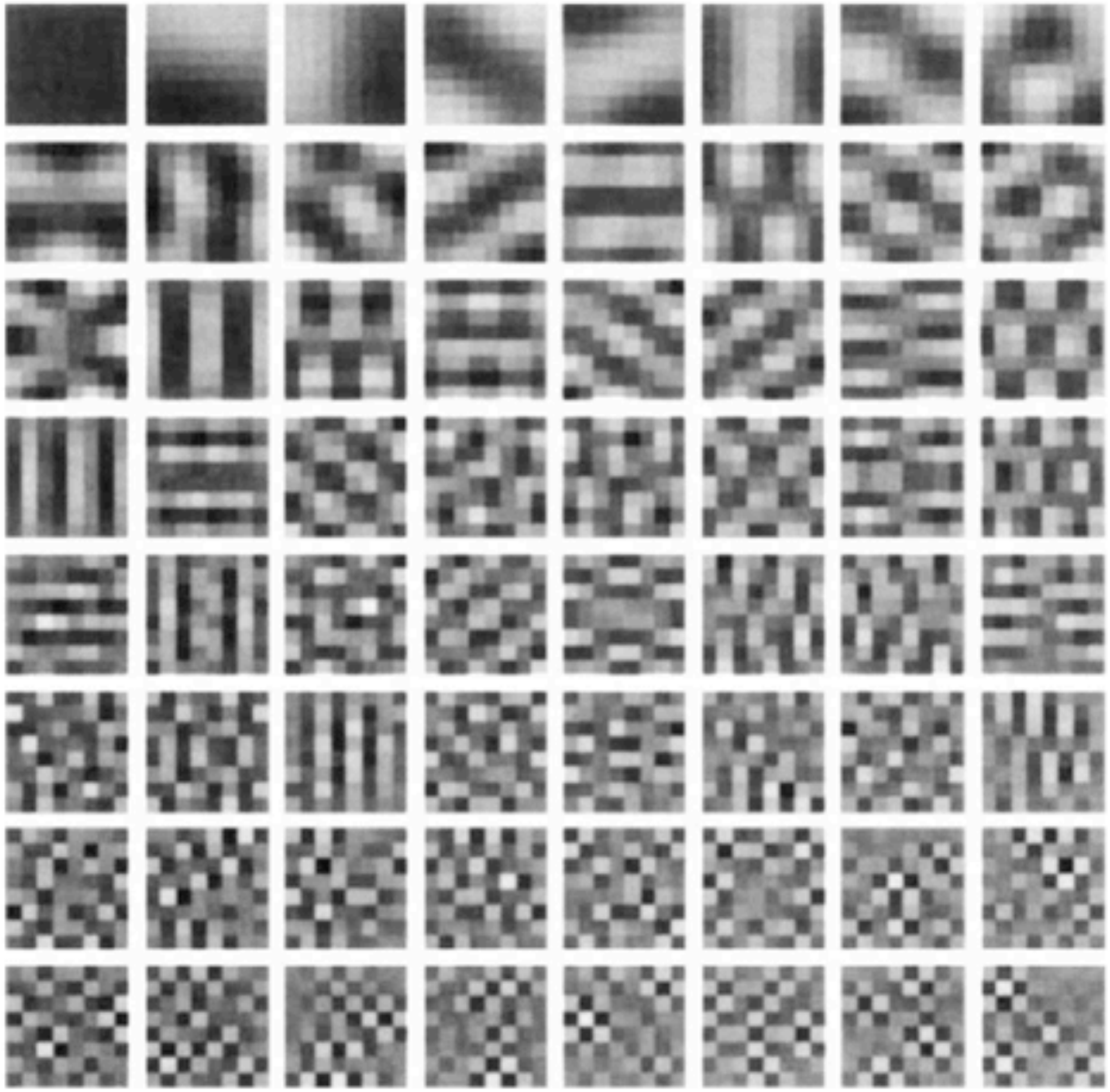
Random images



Structured images

PCA tulajdonságok

- Kompakt kódot eredményez
- Egy adatponért leírásáért általában a teljes hálózat felel



Sparse kódolás, ICA

- “z”-k függetlenek
- y priorja “ritka”(P(z))

Sparse kódolás, ICA

$$x = \mathbf{A} \cdot z + \epsilon$$

- “z”-k függetlenek
- y priorja “ritka”(P(z))

Sparse kódolás, ICA

$$x = \mathbf{A} \cdot z + \epsilon$$

- “z”-k függetlenek
- y priorja “ritka”(P(z))

Komputációs kritériumok:

- Hiteles rekonstrukció
  költség egy adatpontra (képre):

$$\mathrm{cost}_1 = \left(x - \sum_i A'_i \cdot z_i \right)^2$$

- Kis “energiafelhasználás (kevés szimultán aktiv neuron)
  további költség a kód “ritkasága”:

$$\mathrm{cost}_2 = -\sum_i S\left(\frac{z_i}{\sigma}\right)$$

  S a Gauss-nál nagyobb kurtózissal bíró eloszlás

- teljes költség (~energia):

$$E = -\mathrm{cost}_1 - \lambda \mathrm{cost}_2$$

Sparse kód tanulása: E-M

Algoritmus:
- Itáráció EM lépésekkel
- Random kezdeti feltételek
- Adott konnektivitási mátrixnál az aktiviások segítségével a költség minimalizálása
- Adott aktivitásokkal a költség minimalizálása a súlyok adaptálásával

Sparse kód tanulása: E-M

Algoritmus:

- Itáráció EM lépésekkel
- Random kezdeti feltételek
- Adott konnektivitási mátrixnál az aktiviások segítségével a költség minimalizálása
- Adott aktivitásokkal a költség minimalizálása a súlyok adaptálásával

Adott konnektivitási mátrix esetén a legjobb aktivitások megtalalása:

$$\dot{z}_i = \mathbf{A}_i x_t - \sum_j \mathbf{A}_i' \mathbf{A}_j z_j - \frac{\lambda}{\sigma} S' \left(\frac{z_i}{\sigma} \right)$$

Sparse kód tanulása: E-M

Algoritmus:

- Itáráció EM lépésekkel
- Random kezdeti feltételek
- Adott konnektivitási mátrixnál az aktiviások segítségével a költség minimalizálása
- Adott aktivitásokkal a költség minimalizálása a súlyok adaptálásával

Adott konnektivitási mátrix esetén a legjobb aktivitások megtalalása:

$$\dot{z}_i = \mathbf{A}_i x_t - \sum_j \mathbf{A}_i' \mathbf{A}_j z_j - \frac{\lambda}{\sigma} S' \left(\frac{z_i}{\sigma} \right)$$

Adott konnektivitási aktivációk esetén a legjobb súlyok megtalalása:

Sparse kód tanulása: E-M

Algoritmus:

- Itáráció EM lépésekkel
- Random kezdeti feltételek
- Adott konnektivitási mátrixnál az aktiviások segítségével a költség minimalizálása
- Adott aktivitásokkal a költség minimalizálása a súlyok adaptálásával

Adott konnektivitási mátrix esetén a legjobb aktivitások megtalalása:

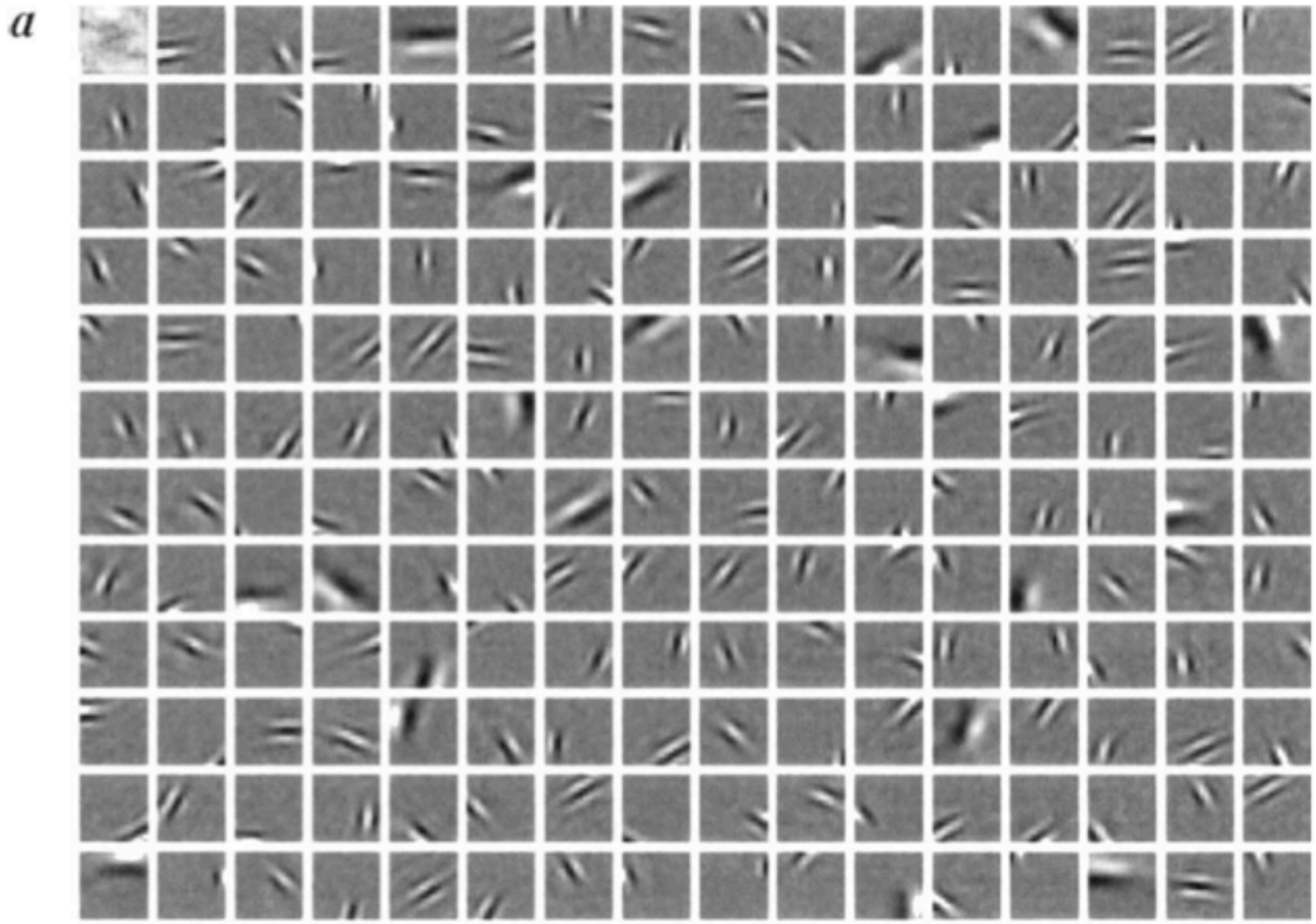
$$\dot{z}_i = \mathbf{A}_i x_t - \sum_j \mathbf{A}_i' \mathbf{A}_j z_j - \frac{\lambda}{\sigma} S' \left(\frac{z_i}{\sigma} \right)$$

Adott konnektivitási aktivációk esetén a legjobb súlyok megtalalása:

$$\Delta A_i = \eta \left\langle a_i \left[x - \hat{x} \right] \right\rangle_t$$

Sparse kódolás: eredmény

tréningezés természetes képekkel

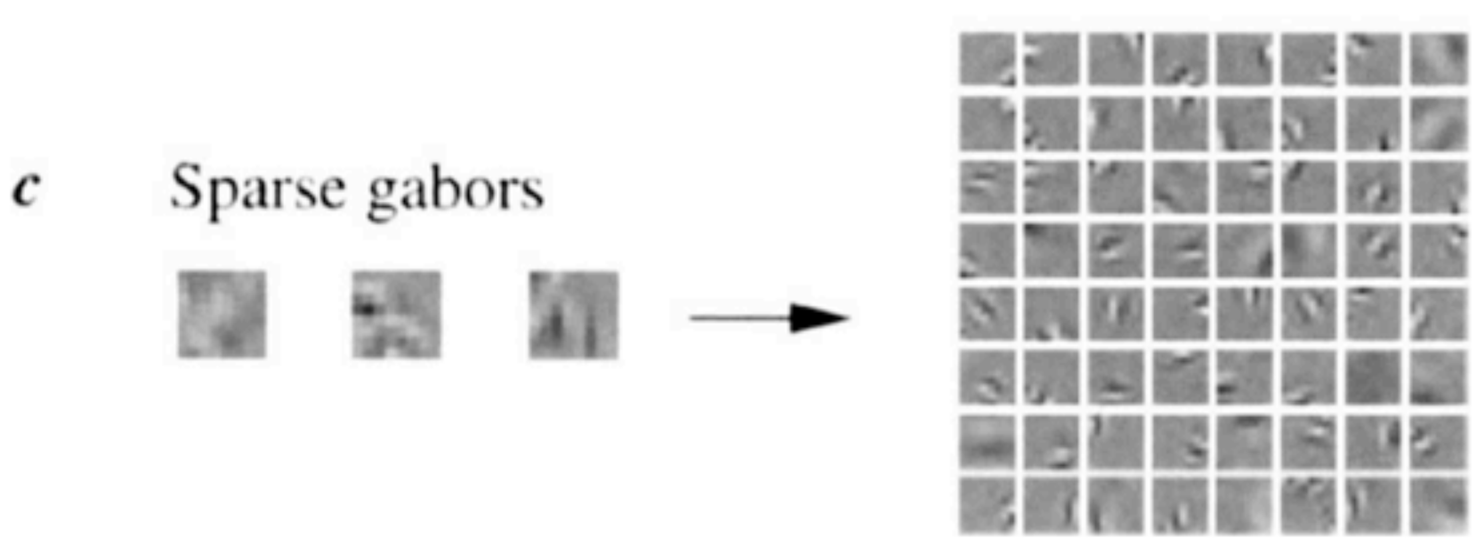


Olshausen & Field '96

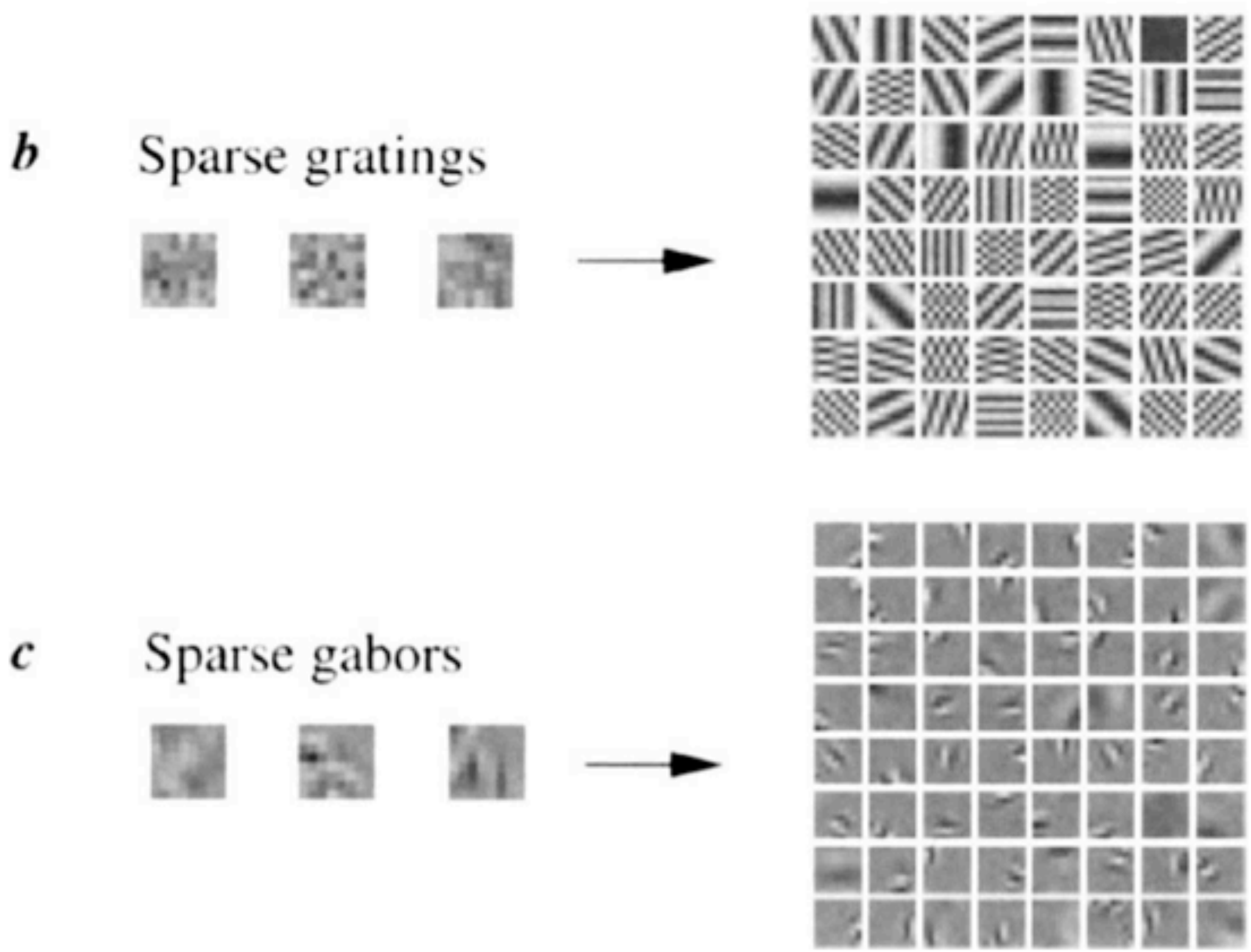
A kialakult bázis:

- irányított
- térbeli sávszűrést valósít meg
- lokalizált

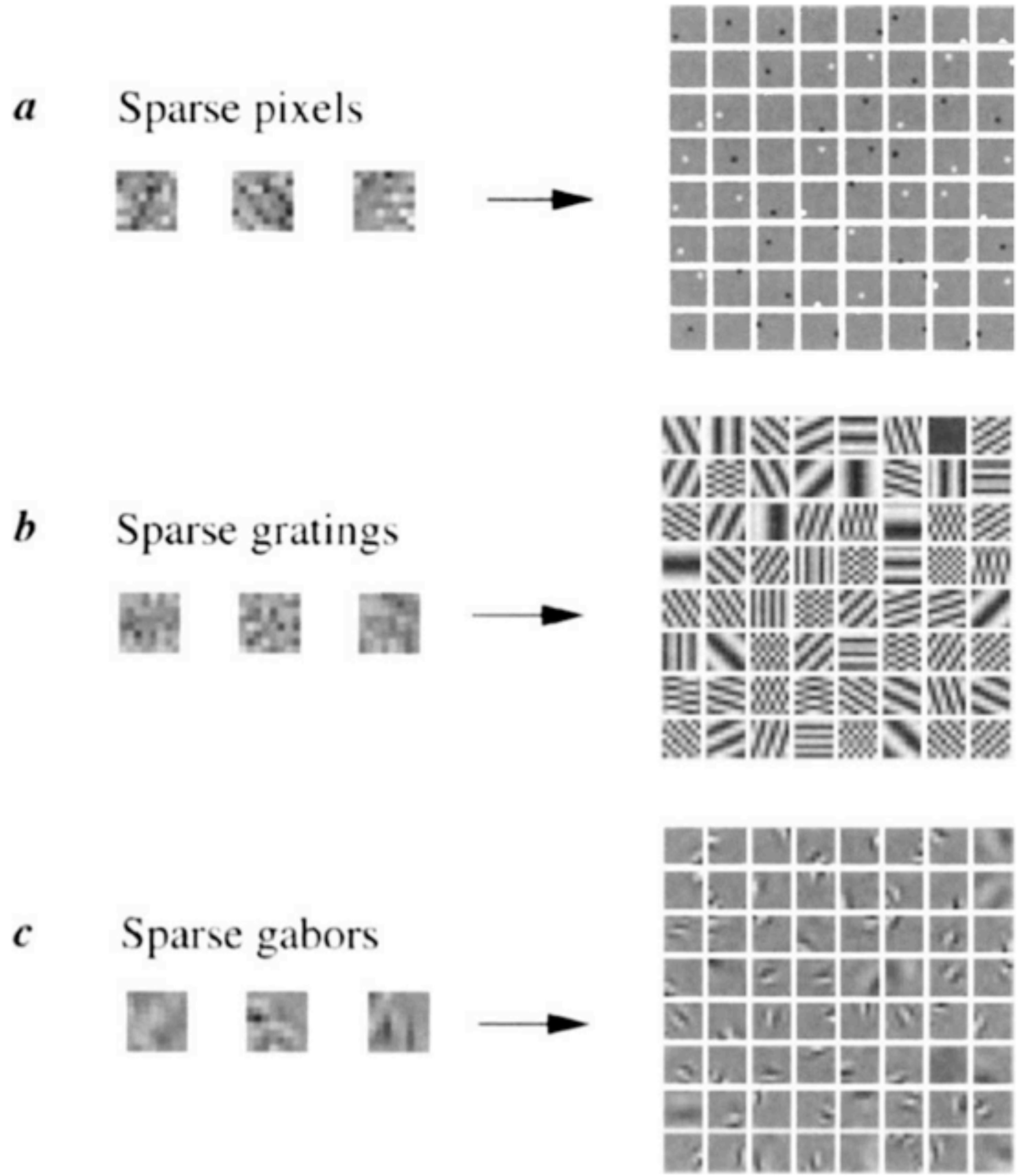
Tanulás és stimulus statisztika



Tanulás és stimulus statisztika



Tanulás és stimulus statisztika

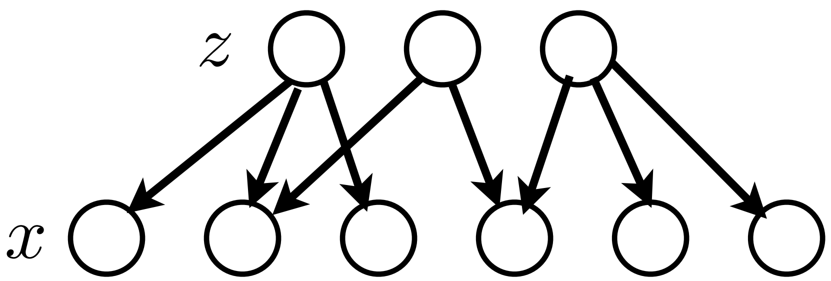


Generatív/rekogniciós modell

$$\mathrm{P}\left(\mathbf{x}\right) = \mathrm{P}\left(\mathbf{x} \,|\, \mathbf{z}\right) \mathrm{P}\left(\mathbf{z}\right)$$

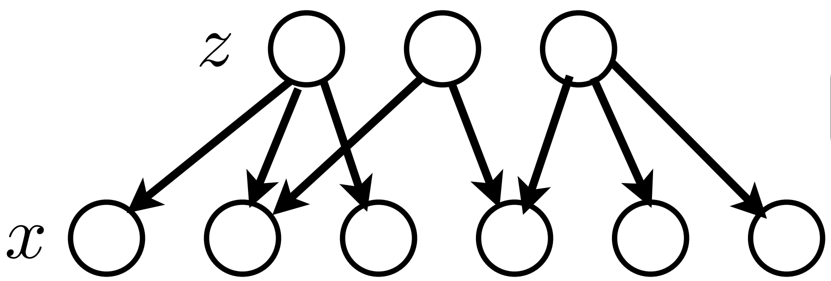
Generatív/rekogniciós modell

$$\mathrm{P}(\mathbf{x}) = \mathrm{P}(\mathbf{x} \mid \mathbf{z})\, \mathrm{P}(\mathbf{z})$$



Generatív/rekogniciós modell

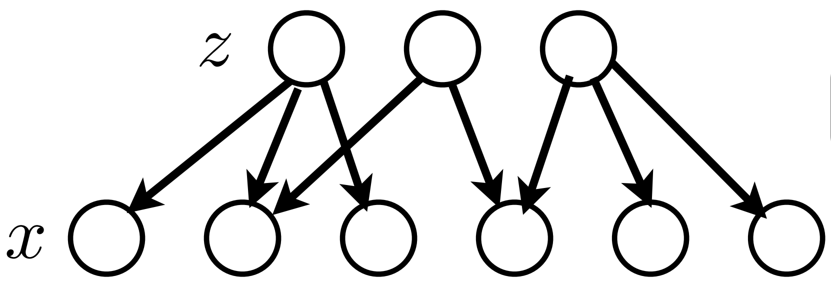
$$\mathrm{P}\left(\mathbf{x}\right) = \mathrm{P}\left(\mathbf{x}\,|\,\mathbf{z}\right)\mathrm{P}\left(\mathbf{z}\right)$$

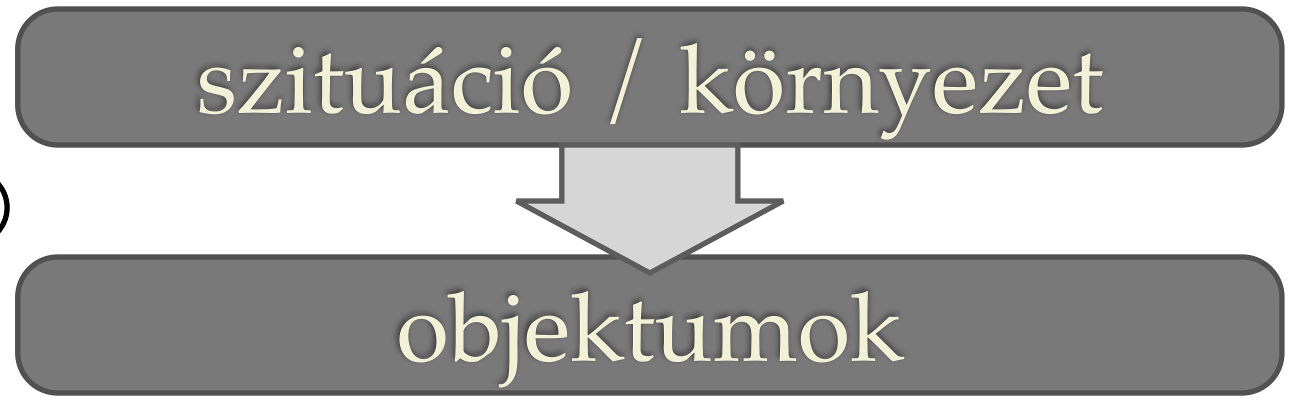


szituáció / környezet

Generatív/rekogniciós modell

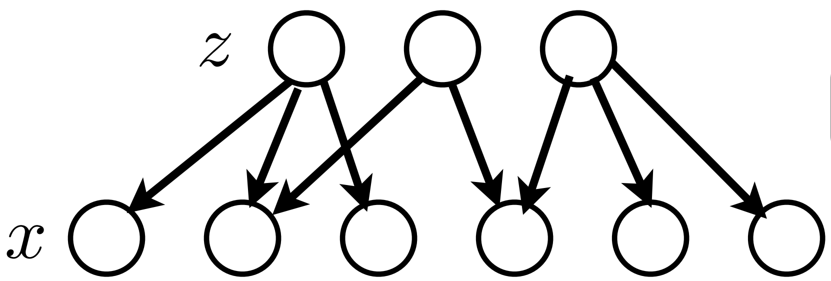
$$\mathrm{P}\left(\mathbf{x}\right) = \mathrm{P}\left(\mathbf{x}\,|\,\mathbf{z}\right)\mathrm{P}\left(\mathbf{z}\right)$$

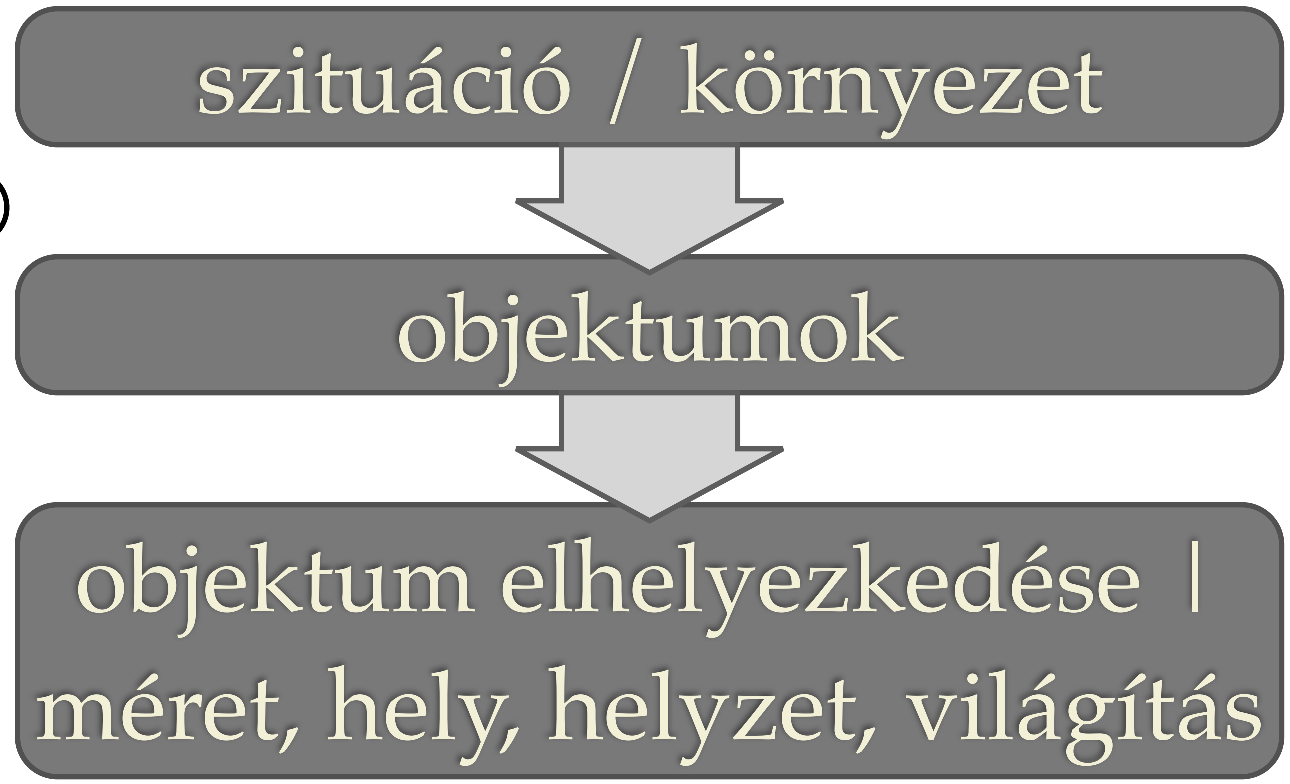




Generatív/rekogniciós modell

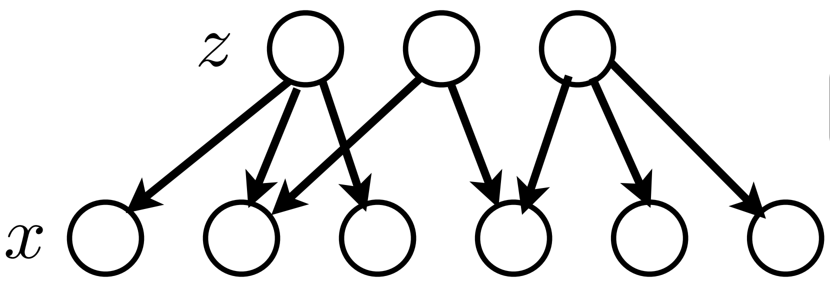
$$\mathrm{P}\left(\mathbf{x}\right) = \mathrm{P}\left(\mathbf{x}\,|\,\mathbf{z}\right)\mathrm{P}\left(\mathbf{z}\right)$$





Generatív/rekogniciós modell

$$\mathrm{P}(\mathbf{x}) = \mathrm{P}(\mathbf{x}\,|\,\mathbf{z})\,\mathrm{P}(\mathbf{z})$$



szituáció / környezet

↓

objektumok

↓

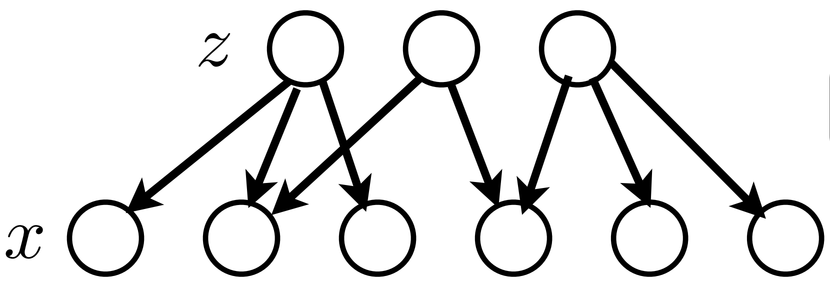
objektum elhelyezkedése | méret, hely, helyzet, világítás

↓

objektum tulajdonságai | élek, felületi mintázatok

Generatív/rekogniciós modell

$$\mathrm{P}\left(\mathbf{x}\right) = \mathrm{P}\left(\mathbf{x}\,|\,\mathbf{z}\right)\mathrm{P}\left(\mathbf{z}\right)$$



szituáció / környezet

objektumok

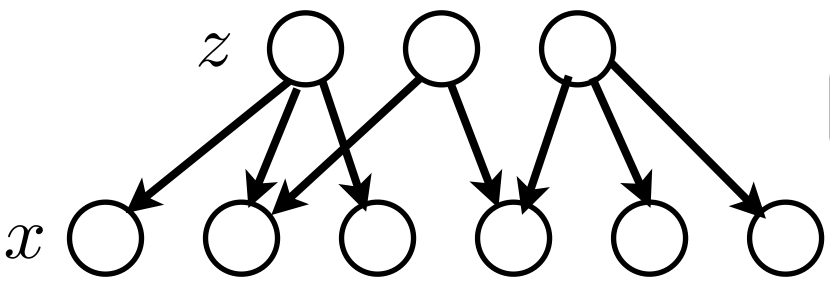
objektum elhelyezkedése | méret, hely, helyzet, világítás

objektum tulajdonságai | élek, felületi mintázatok

stimulus

Generatív/rekogniciós modell

$$\mathrm{P}(\mathbf{x}) = \mathrm{P}(\mathbf{x} \,|\, \mathbf{z})\, \mathrm{P}(\mathbf{z})$$



szituáció / környezet

objektumok

objektum elhelyezkedése | méret, hely, helyzet, világítás

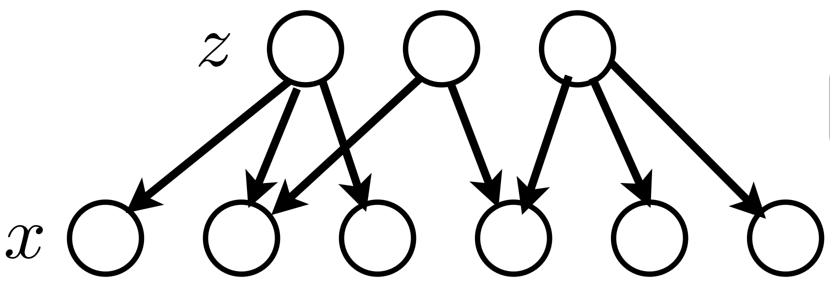
objektum tulajdonságai | élek, felületi mintázatok

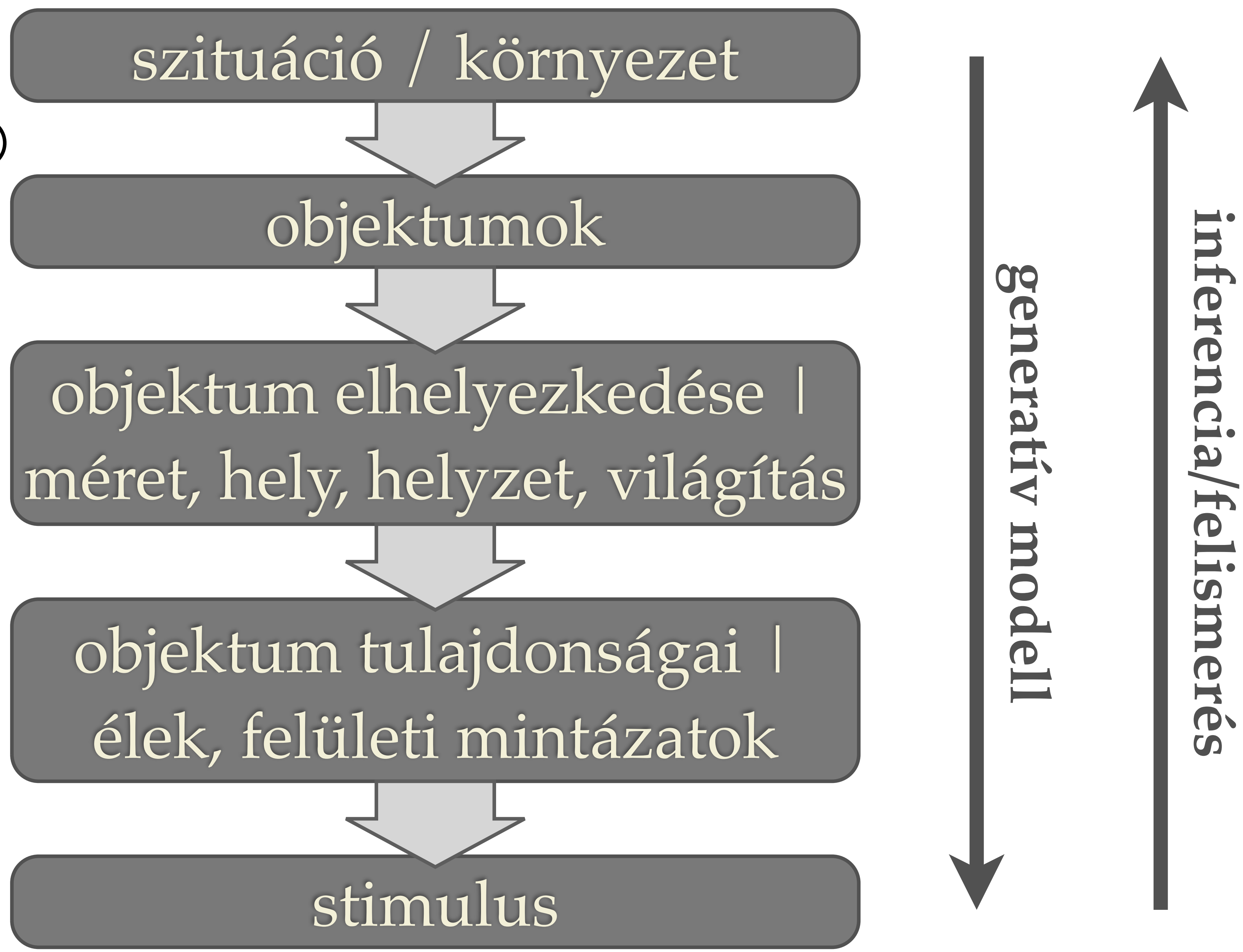
stimulus

generatív modell

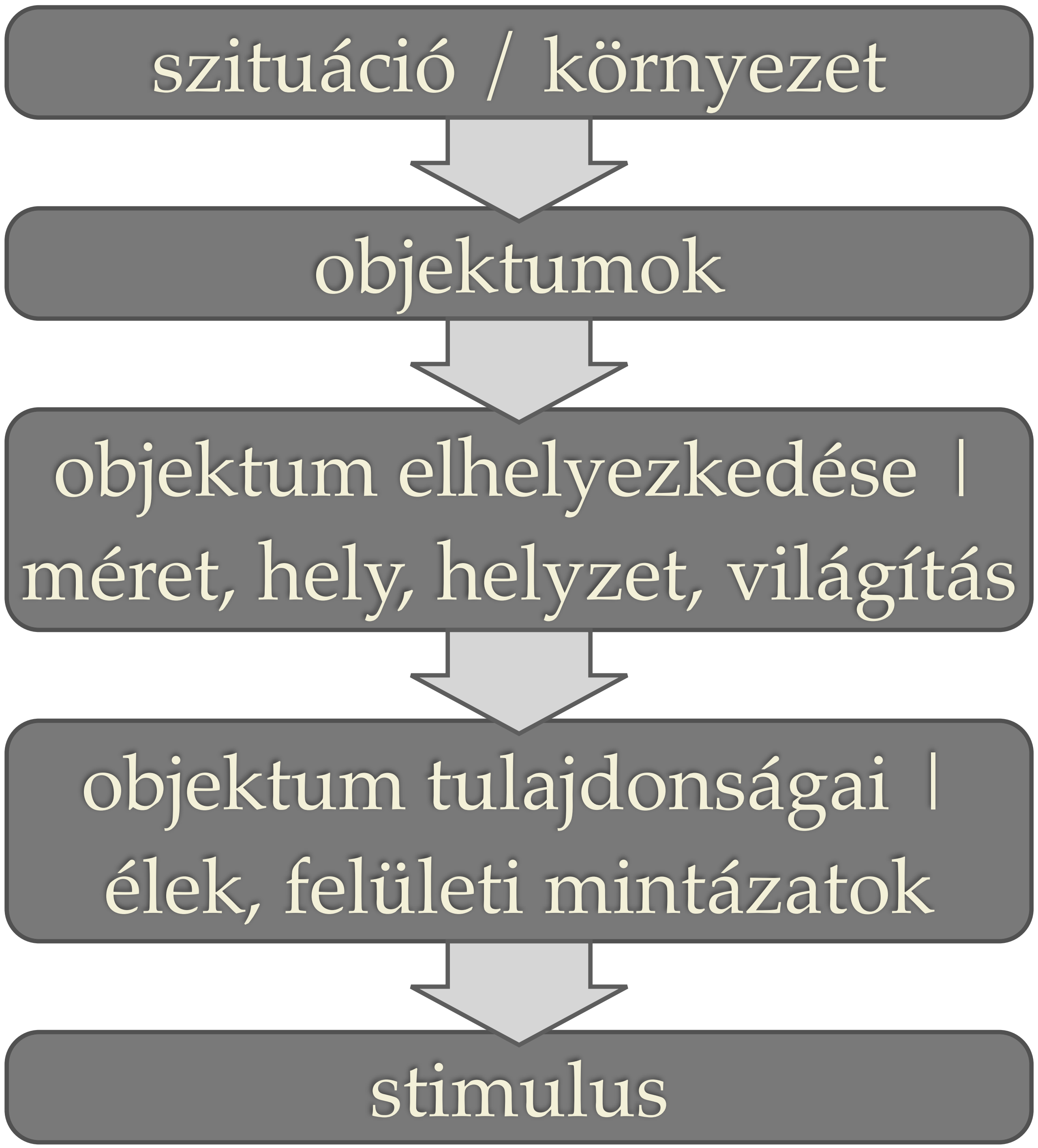
Generatív/rekogniciós modell

$$\mathrm{P}(\mathbf{x}) = \mathrm{P}(\mathbf{x} \mid \mathbf{z})\, \mathrm{P}(\mathbf{z})$$

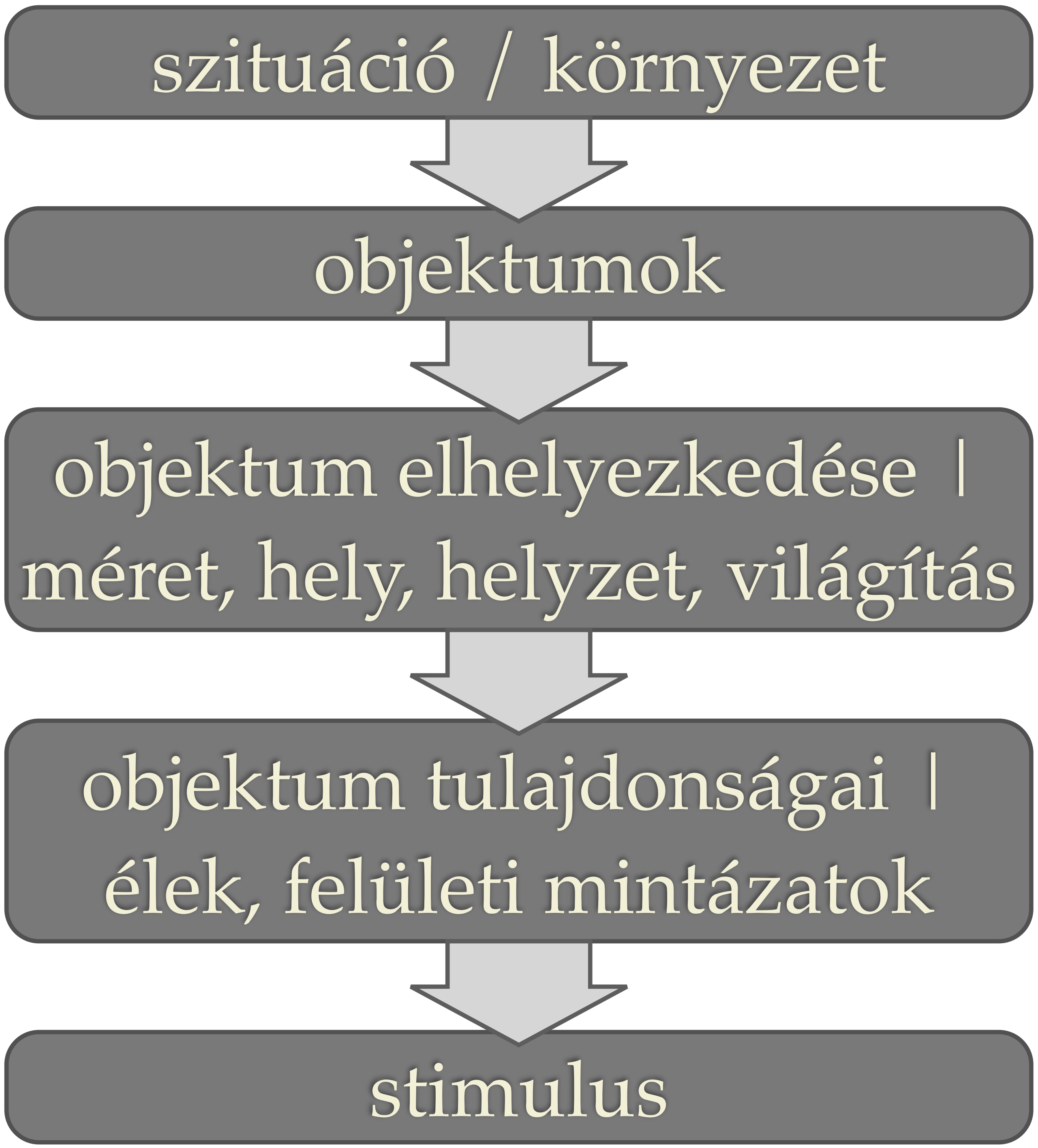


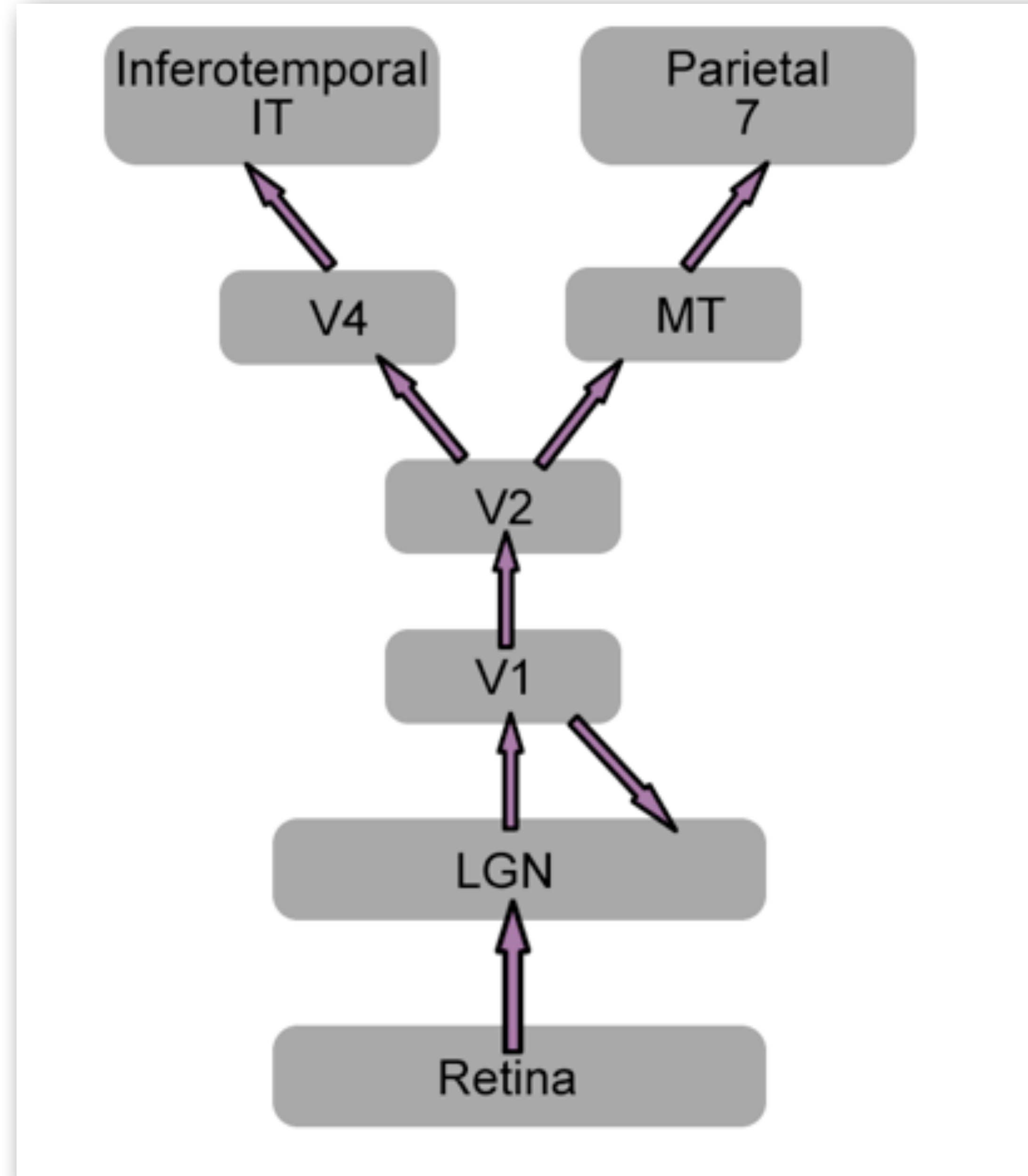


Generatív/rekogniciós modell



Generatív/rekogniciós modell





Generatív/rekogniciós modell

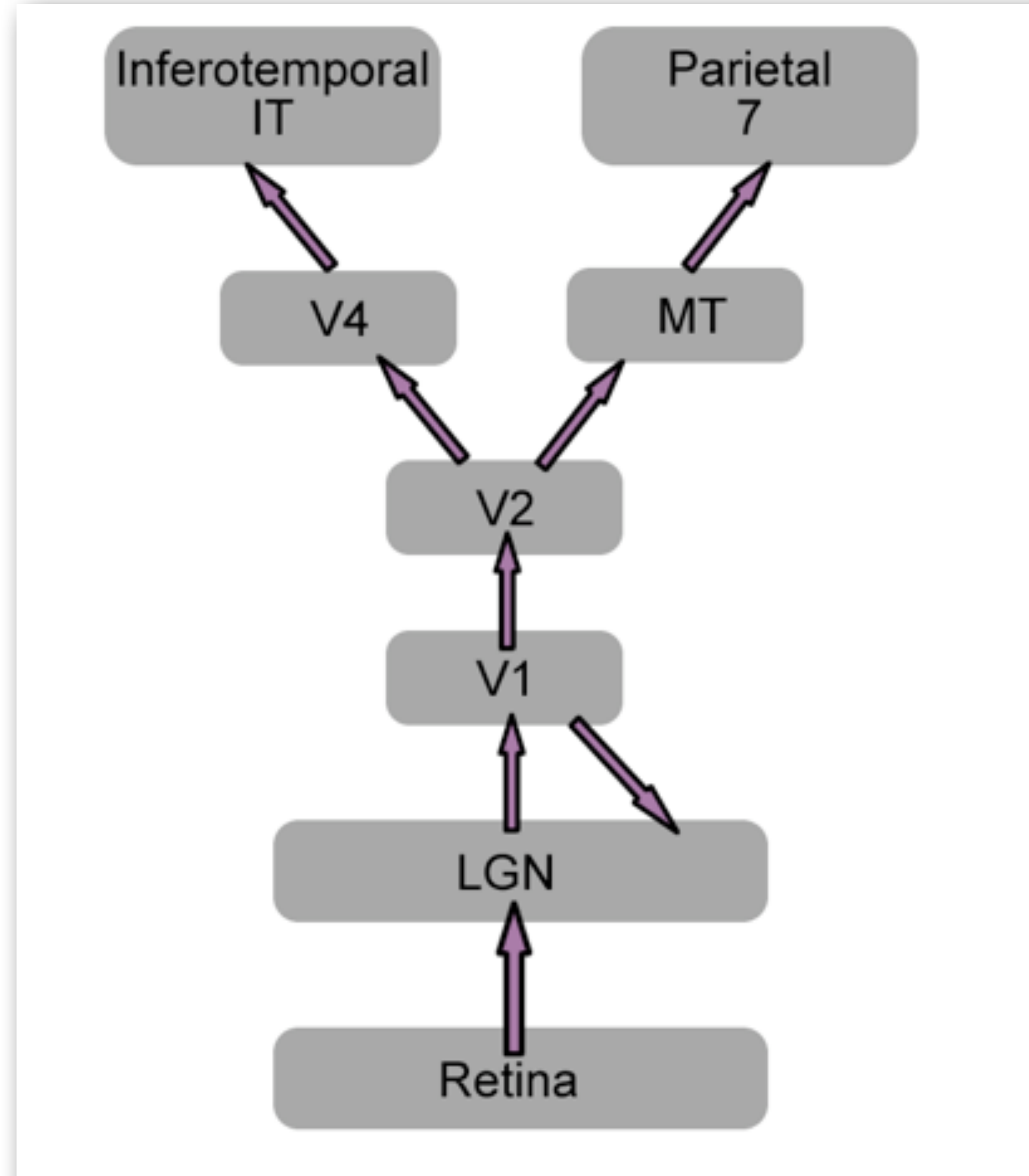
szituáció / környezet

objektumok

objektum elhelyezkedése | méret, hely, helyzet, világítás

objektum tulajdonságai | élek, felületi mintázatok

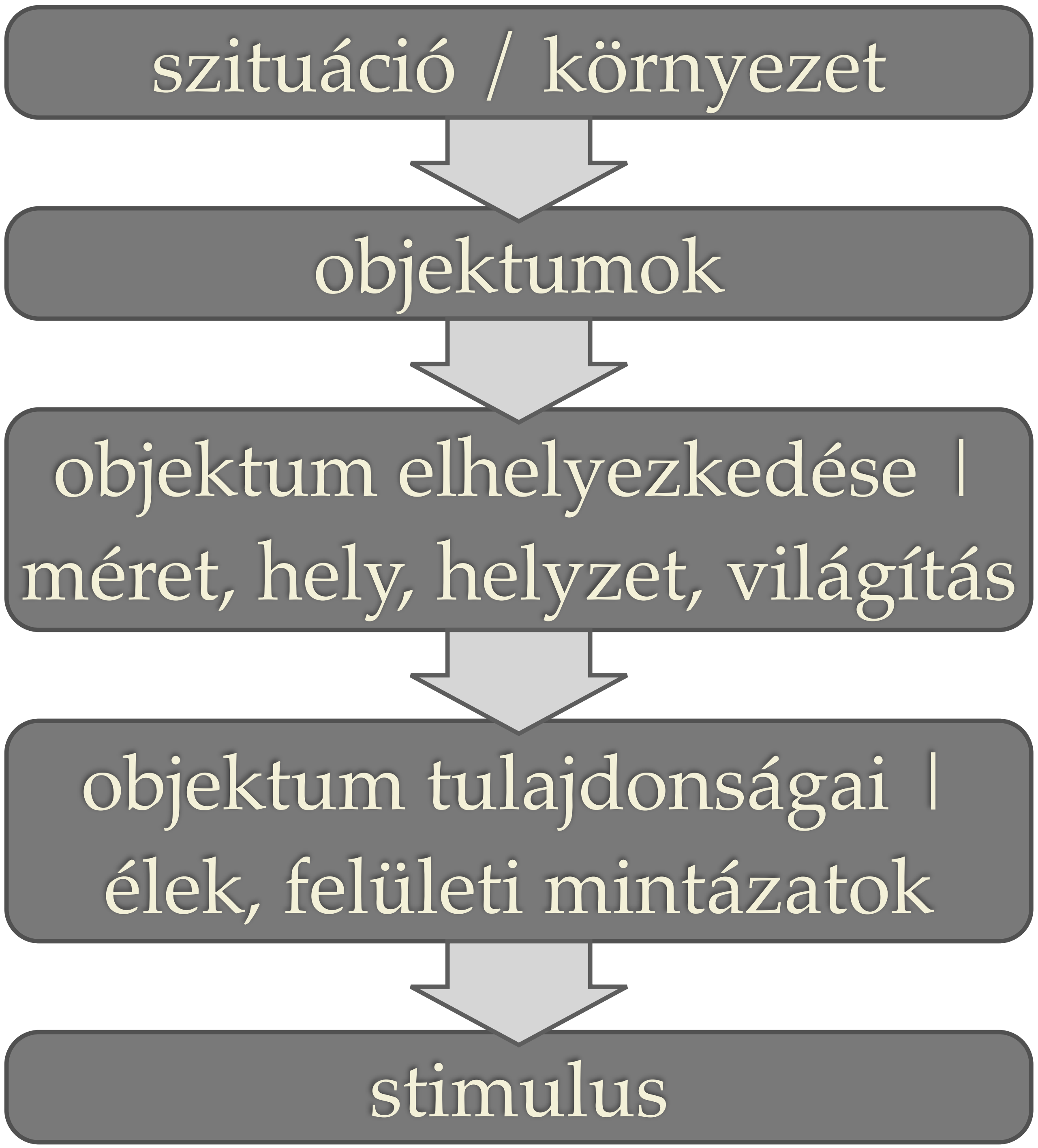
stimulus

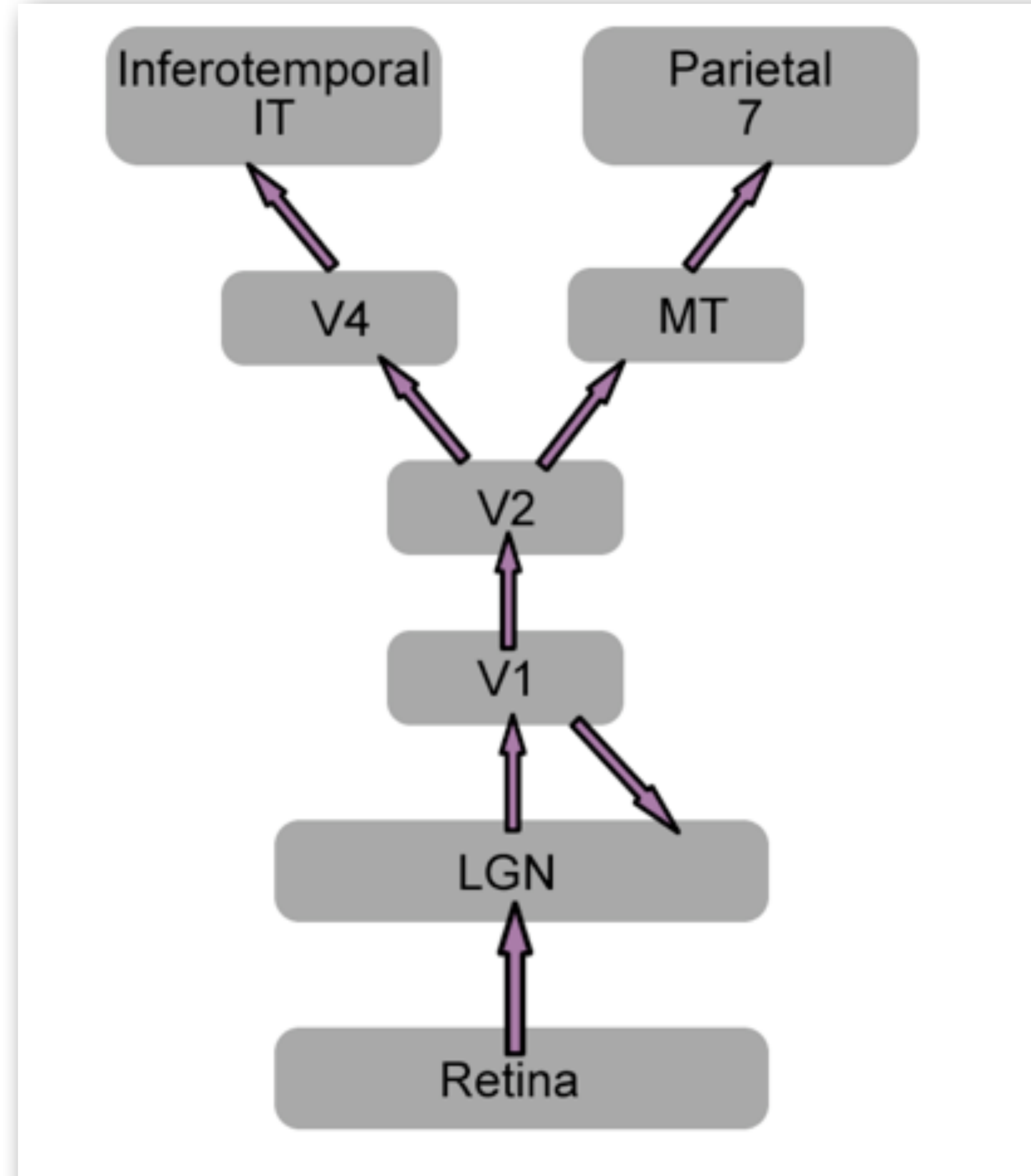


Modell definició -> rekogníció:

$$\mathrm{P}\left(x\,|z\right)$$

Generatív/rekogniciós modell



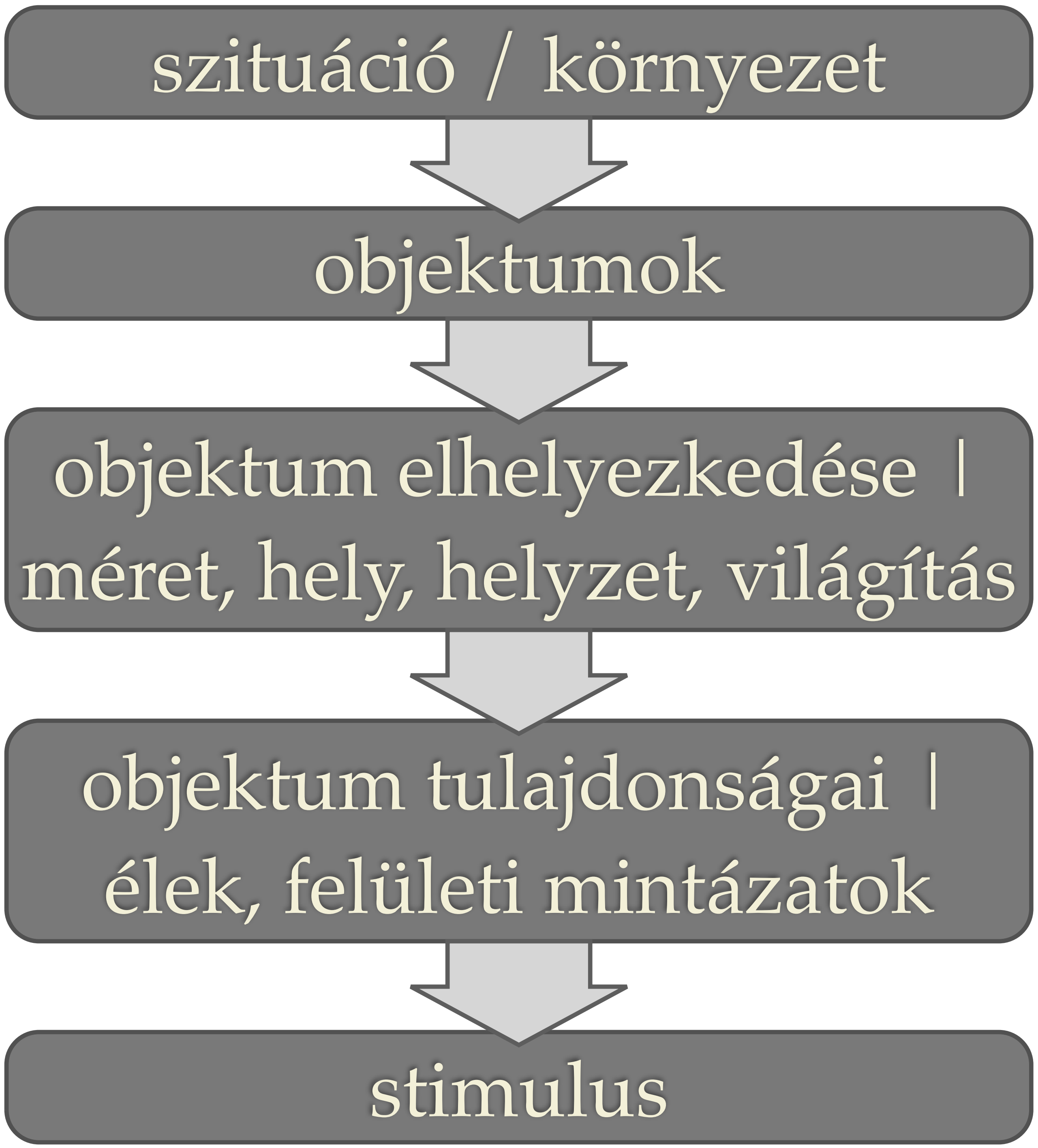


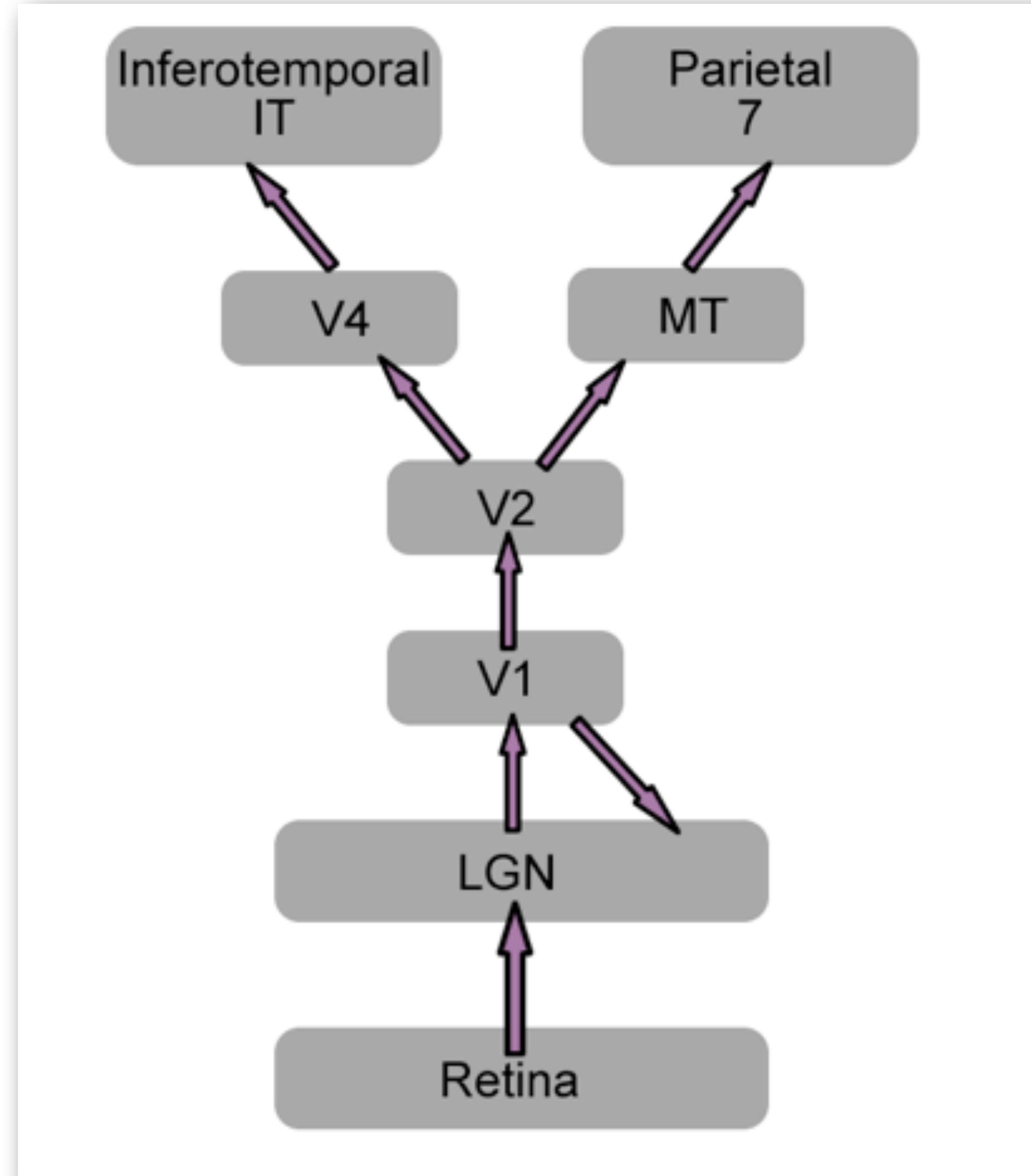
Modell definició -> rekogníció:

$$\mathrm{P}\left(x\,|z\right)$$

$$\mathrm{P}\left(z\,|x\right)$$

Generatív/rekogniciós modell





Modell definició -> rekogníció:

$$\mathrm{P}\left(x\,|z\right)$$

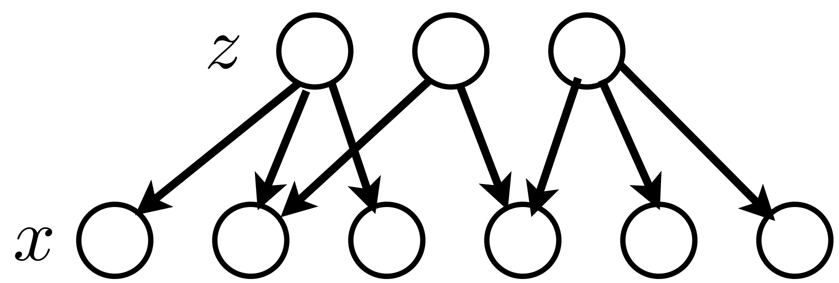
Inferencia igénye -> rekogníció:

$$\mathrm{P}\left(z\,|x\right)$$

Independens komponensek

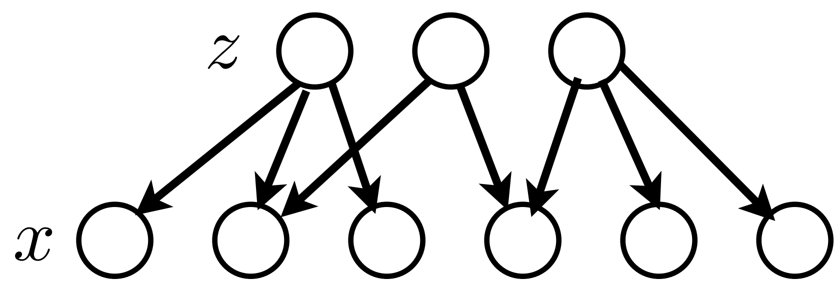
Schwartz & Simoncelli, 2001

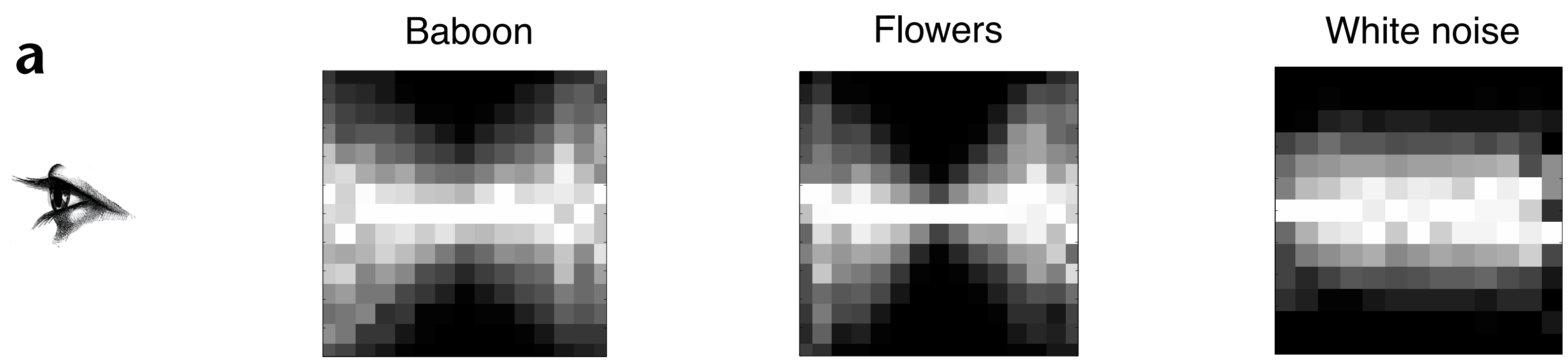
Independens komponensek



Schwartz & Simoncelli, 2001

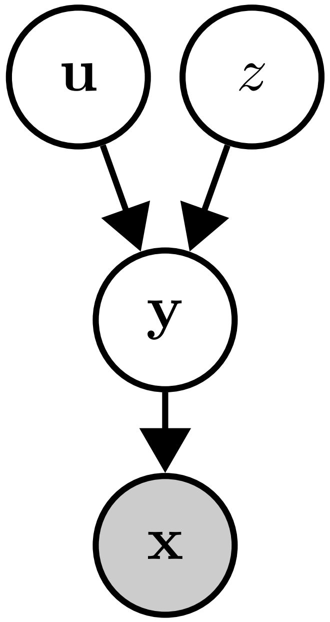
Independens komponensek





Schwartz & Simoncelli, 2001

Gaussian Scale Mixtures



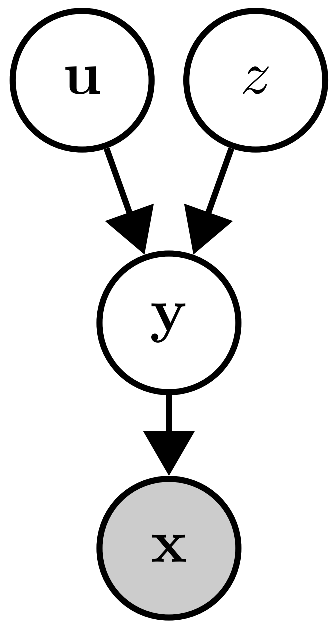
$$\begin{aligned}
\mathrm{P}(\mathbf{x}|\mathbf{y}) &= \mathcal{N}\big(\mathbf{x}; \mathbf{A}\mathbf{y}, \sigma_{\mathrm{x}}^2\mathbf{I}\big)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{y} &= z\,\mathbf{u} \\
\mathrm{P}(\mathbf{u}) &= \mathcal{N}(\mathbf{u}; \mathbf{0}, \mathbf{C}) \\
\mathrm{P}(z) &= \mathrm{Gamma}(z; k, \theta)
\end{aligned}$$

1

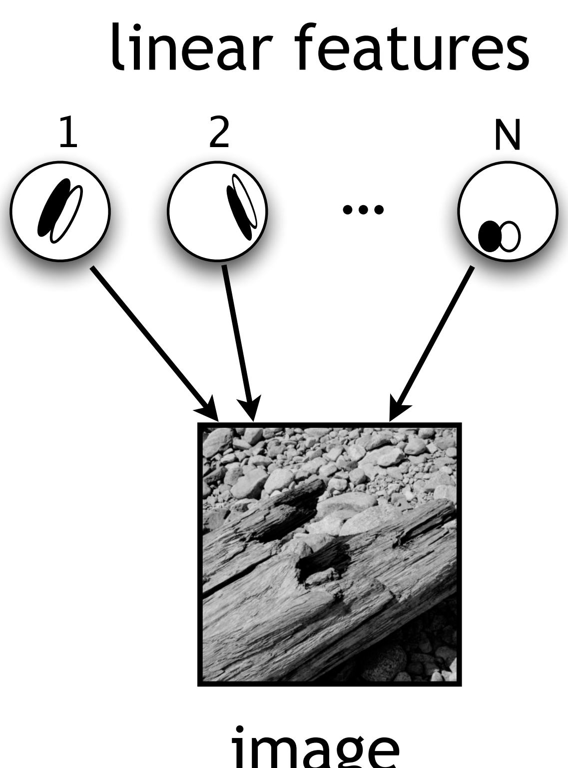
image

Gaussian Scale Mixtures

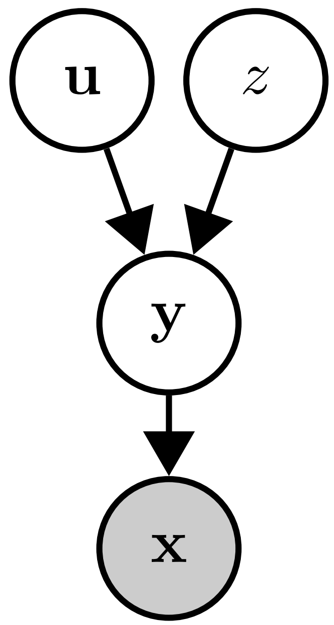


$$\mathrm{P}(\mathbf{x}|\mathbf{y}) \quad = \quad \mathcal{N}\big(\mathbf{x}; \mathbf{A}\mathbf{y}, \sigma_{\mathrm{x}}^2\mathbf{I}\big)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{y} &= z\,\mathbf{u} \\ \mathrm{P}(\mathbf{u}) &= \mathcal{N}(\mathbf{u}; \mathbf{0}, \mathbf{C}) \\ \mathrm{P}(z) &= \mathrm{Gamma}(z; k, \theta) \end{aligned}$$



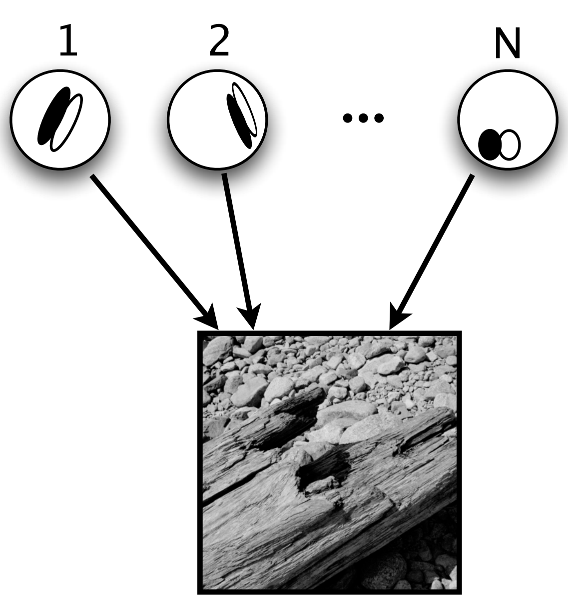
Gaussian Scale Mixtures



$$
\begin{aligned}
\mathrm{P}(\mathbf{x}|\mathbf{y}) &= \mathcal{N}\big(\mathbf{x}; \mathbf{A}\mathbf{y}, \sigma_{\mathrm{x}}^2 \mathbf{I}\big)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\mathbf{y} &= z\,\mathbf{u} \\
\mathrm{P}(\mathbf{u}) &= \mathcal{N}(\mathbf{u}; \mathbf{0}, \mathbf{C}) \\
\mathrm{P}(z) &= \mathrm{Gamma}(z; k, \theta)
\end{aligned}
$$

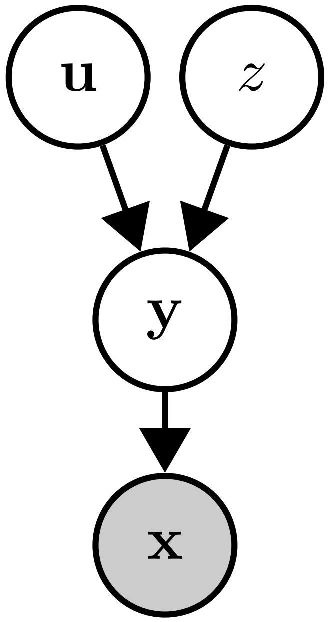
linear features



image

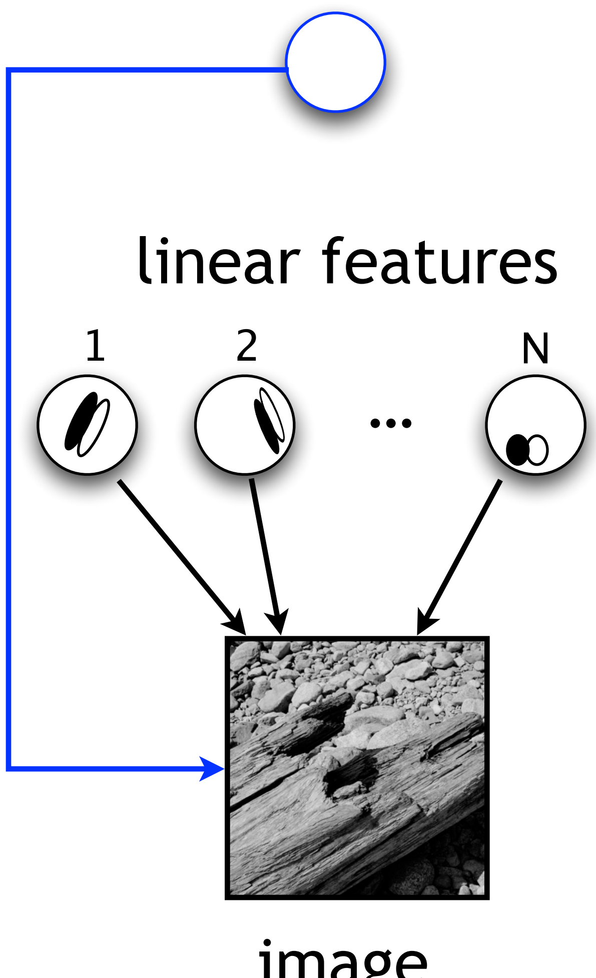
$$\text{image} = \quad a_1\,\text{feature}_1 + a_2\,\text{feature}_2 + \ldots + a_N\,\text{feature}_N \quad + \text{noise}$$

Gaussian Scale Mixtures



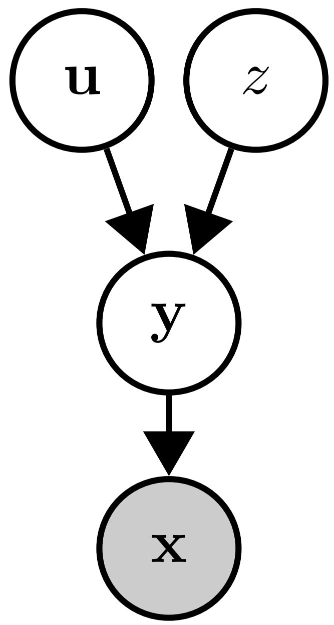
$$\mathrm{P}(\mathbf{x}|\mathbf{y}) = \mathcal{N}\left(\mathbf{x}; \mathbf{A}\mathbf{y}, \sigma_{\mathrm{x}}^2 \mathbf{I}\right)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{y} &= z\,\mathbf{u} \\ \mathrm{P}(\mathbf{u}) &= \mathcal{N}(\mathbf{u}; \mathbf{0}, \mathbf{C}) \\ \mathrm{P}(z) &= \mathrm{Gamma}(z; k, \theta) \end{aligned}$$



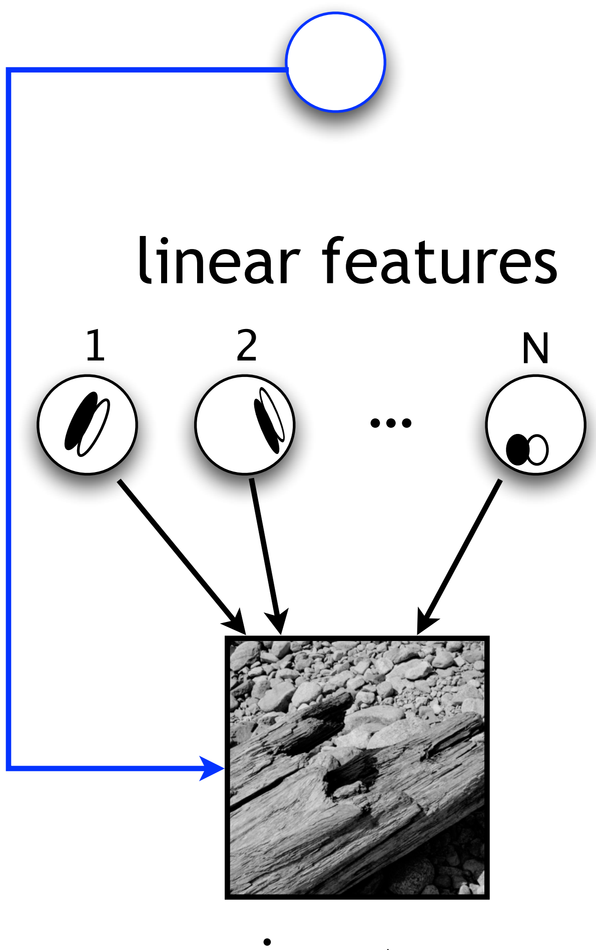
$$\text{image} = \text{contrast} \times \left(a_1\,\text{feature}_1 + a_2\,\text{feature}_2 + \ldots + a_N\,\text{feature}_N \quad + \text{noise}\right)$$

Gaussian Scale Mixtures



$$\mathrm{P}(\mathbf{x}|\mathbf{y}) \quad = \quad \mathcal{N}\left(\mathbf{x}; \mathbf{A}\mathbf{y}, \sigma_{\mathrm{x}}^2 \mathbf{I}\right)$$

$$\begin{aligned}\mathbf{y} &= z\,\mathbf{u} \\ \mathrm{P}(\mathbf{u}) &= \mathcal{N}(\mathbf{u}; \mathbf{0}, \mathbf{C}) \\ \mathrm{P}(z) &= \mathrm{Gamma}(z; k, \theta)\end{aligned}$$

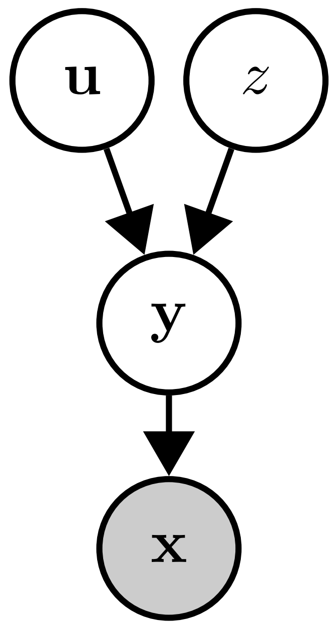


$$\text{image} = \text{contrast} \times \left(a_1\,\text{feature}_1 + a_2\,\text{feature}_2 + \ldots + a_N\,\text{feature}_N \quad + \text{noise}\right)$$

$$var\ (L_1|\,L_2) = wL_2^2 + \sigma^2$$

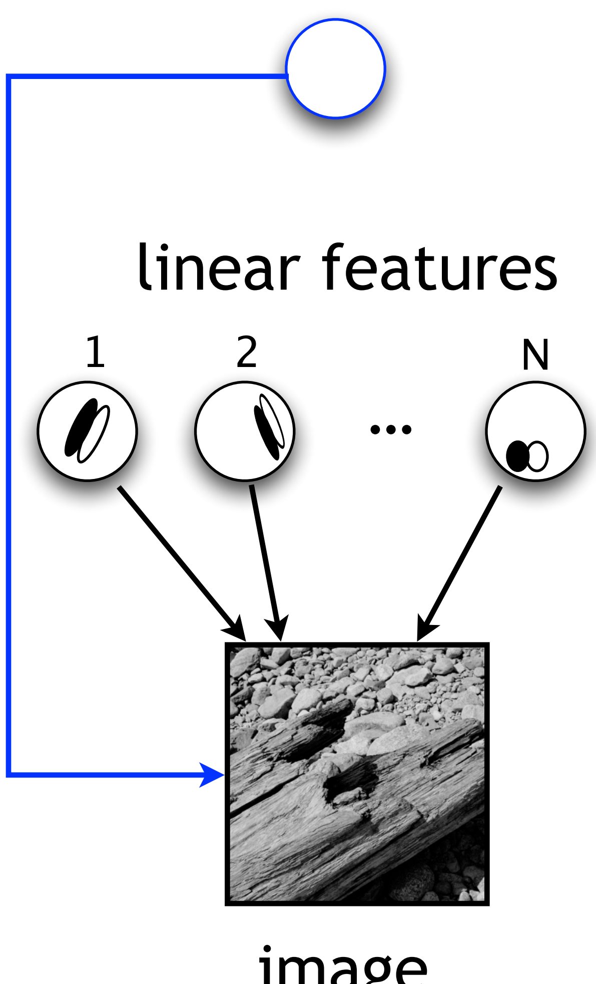
$$\mathrm{R}_1 = \frac{L_1^2}{wL_2^2 + \sigma^2}$$

Gaussian Scale Mixtures



$$\mathrm{P}(\mathbf{x}|\mathbf{y}) \quad = \quad \mathcal{N}\left(\mathbf{x}; \mathbf{A}\mathbf{y}, \sigma_{\mathrm{x}}^2 \mathbf{I}\right)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{y} &= z\,\mathbf{u} \\ \mathrm{P}(\mathbf{u}) &= \mathcal{N}(\mathbf{u}; \mathbf{0}, \mathbf{C}) \\ \mathrm{P}(z) &= \mathrm{Gamma}(z; k, \theta) \end{aligned}$$



$$\text{image} = \text{contrast} \times \left(a_1\ \text{feature}_1 + a_2\ \text{feature}_2 + \ldots + a_N\ \text{feature}_N \quad + \text{noise} \right)$$

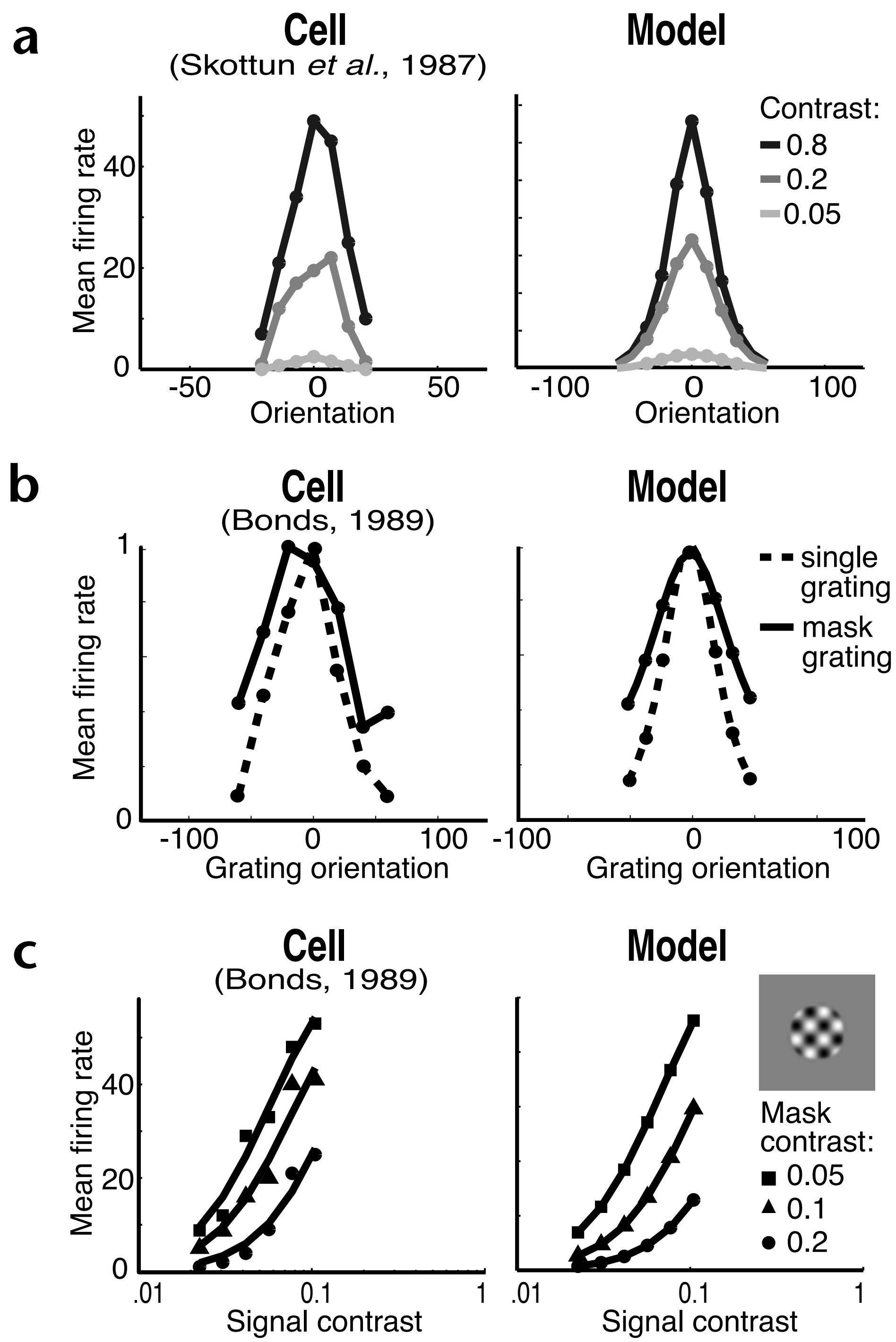
$$var\ (L_1 | L_2) = wL_2^2 + \sigma^2$$

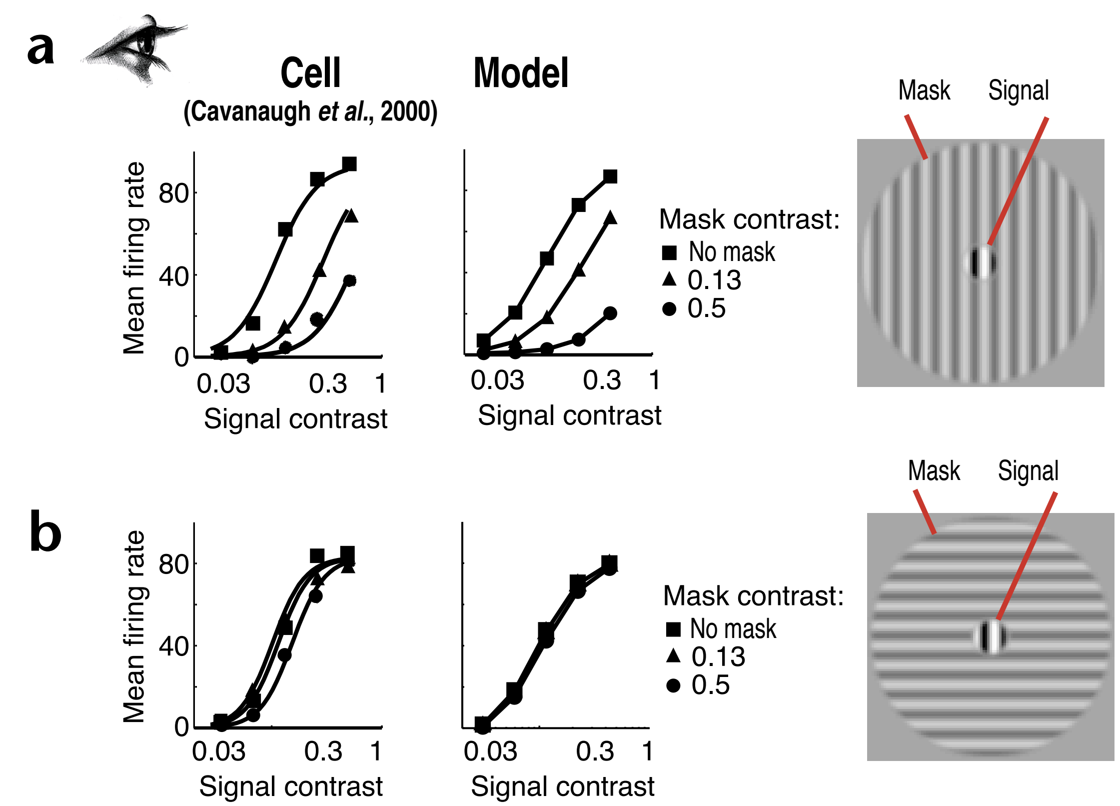
$$\mathrm{R}_1 = \frac{L_1^2}{wL_2^2 + \sigma^2}$$

$$var\ (L_i | \{L_j, j \in N_i\}) = \sum \mathrm{w}_{ji} \mathrm{L}_j^2 + \sigma^2$$

$$R_i = \frac{L_i^2}{\sum_j \mathrm{w}_{ji} \mathrm{L}_j^2 + \sigma^2}$$

Neurális adatok és GSM





Schwartz & Simoncelli, 2001