# Statisztikus tanulás az idegrendszerben

# ORBÁN GERGŐ

#### http://golab.wigner.mta.hu



# Hierarchikus grafikus modellek



- Nehéz a nemlineáris optimalizálás hierarchikus rendszerekben:
- Amennyiben erős függéseket tételezek fel, akkor lokális minimumokban ragad meg a tanulás
- Amennyiben gyenge függéseket tételezek fel, akkor a grádiensek a rétegek között egészen elenyészővé válnak és a hálózat számára nincsen "szignál" ami alapján tanulni tudna



Hinton & Salakhutdinov, 2006



Statisztikus tanulás az idegrendszerben





Statisztikus tanulás az idegrendszerben

#### ep Belief Networks - pretraining



Energia függvény:  $E(\mathbf{v}, \mathbf{h}) = -\sum_{i \in \text{pixels}} b_i v_i - \sum_{j \in \text{features}} b_j h_j$   $-\sum_{i,j} v_i h_j w_{ij}$ Aktivációs függvény:  $P(h_j | \mathbf{v}) = \text{sigmoid}(b_j + \sum_i v_i w_{ij})$ 

#### ep Belief Networks - pretraining



Energia függvény:  

$$E(\mathbf{v}, \mathbf{h}) = -\sum_{i \in \text{pixels}} b_i v_i - \sum_{j \in \text{features}} b_j h_j$$

$$-\sum_{i,j} v_i h_j w_{ij}$$
Aktivációs függvény:  

$$P(h_j | \mathbf{v}) = \text{sigmoid}(b_j + \sum_i v_i w_{ij})$$

Kontrasztív divergencia:

 $\Delta w_{ij} = \varepsilon \left( \langle v_i h_j \rangle_{\text{data}} - \langle v_i h_j \rangle_{\text{recon}} \right)$ 

В



#### ep Belief Networks - pretraining



Energia függvény:  

$$E(\mathbf{v}, \mathbf{h}) = -\sum_{i \in \text{pixels}} b_i v_i - \sum_{j \in \text{features}} b_j h_j$$

$$-\sum_{i,j} v_i h_j w_{ij}$$
Aktivációs függvény:  

$$P(h_j | \mathbf{v}) = \text{sigmoid}(b_j + \sum_i v_i w_{ij})$$

Kontrasztív divergencia:

 $\Delta w_{ij} = \varepsilon \left( \langle v_i h_j \rangle_{\text{data}} - \langle v_i h_j \rangle_{\text{recon}} \right)$ 

Konfabuláció:  $P(v_i | \mathbf{h}) = \text{sigmoid}(b_i + \sum_j h_j w_{ij})$ 

a kontrasztív divergencia második tagjában a látens súlyokat is frissíteni kell a konfabulált 'v'-knek megfelelŐen

в



# Deep Belief Networks - greedy learning

- Rétegről rétegre végzem a tanulást
- Újabb réteg hozzáadásával a tréning adat likelihoodjának alsó korlátja növekszik (ha a látensek számát nem csökkentjük)
- Folytonos adat esetén a legalsó rétegben Normál eloszlású neuronokat lehet használni (egység variancia esetén a látens frissítése megegyezik a bináris esettel)









RBM

Pretraining

# **Deep Belief Networks - fine tuning**



- Az RBM előtréningezés jó kezdeti feltételeket ad további tréningezéshez
- Sztenderd back propagation algoritmussal tréningezhető innen a hálózat

#### Deep Belief Networks - tanulás



- Szintetikus adat: íves görbék
- Hálózat: (28x28)-400-200-100-50-25-6
- Sorok: rekonstrukció tanulás után a 6 dimenziós DBN-nel; 6D szigmoid-PCA; 18D szigmoid-PCA, 18D sztenderd PCA

# Belief Networks - tanulás



- Szintetikus adat: íves görbék
- Hálózat: (28x28)-400-200-100-50-25-6
- Sorok: rekonstrukció tanulás után a 6 dimenziós DBN-nel; 6D szigmoid-PCA; 18D szigmoid-PCA, 18D sztenderd PCA



- Természetes képek: arcok
- Hálózat: (25x25)-2000-1000-500-30
- Sorok: rekonstrukció tanulás után a 30D DBN-nel; rekonstrukció 30D PCA













Eddig arra koncentráltunk, hogy mi a legvalószínűbb aktivitás





Eddig arra koncentráltunk, hogy mi a legvalószínűbb aktivitás

Ez a maximum a posteriori becslés (MAP)

stimulus	perception	action







VI orientáció-szelektív neuronok











a neuronok azonban zajosak: az átlag körül az átlaggal arányos variabilitás van jelen

VI orientáció-szelektív neuronok



orientation

a neuronok azonban zajosak: az átlag körül az átlaggal arányos variabilitás van jelen

cél: orientáció becslése





orientation

a neuronok azonban zajosak: az átlag körül az átlaggal arányos variabilitás van jelen

cél: orientáció becslése

megfigyelt változók:  $r = \{r_1, r_2, \dots r_N\}$ 



orientation

a neuronok azonban zajosak: az átlag körül az átlaggal arányos variabilitás van jelen

cél: orientáció becslése

megfigyelt változók:  $r = \{r_1, r_2, \dots r_N\}$ 

nem megfigyelt változó: s



orientation

a neuronok azonban zajosak: az átlag körül az átlaggal arányos variabilitás van jelen

cél: orientáció becslése

megfigyelt változók:  $r = \{r_1, r_2, \dots r_N\}$ 

nem megfigyelt változó: s

3

Bayes:  $P(s | \mathbf{r}) \propto P(\mathbf{r} | s) P(s)$ 

#### **Probabilistic Population Codes**

# **Probabilistic Population Codes**

 Neurális zaj varianciája arányos az átlagos aktivitással: Poisson zaj

# **Probabilistic Population Codes**

- Neurális zaj varianciája arányos az átlagos aktivitással: Poisson zaj
- Likelihood alakja:

$$P(\mathbf{r} \mid s) = \prod_{i} \frac{e^{-f_i(s)} f_i(s)^{r_i}}{r_i!}$$
- Neurális zaj varianciája arányos az átlagos aktivitással: Poisson zaj
- Likelihood alakja:

$$P(\mathbf{r} \mid s) = \prod_{i} \frac{e^{-f_i(s)} f_i(s)^{r_i}}{r_i!}$$







- Neurális zaj varianciája arányos az átlagos aktivitással: Poisson zaj
- Likelihood alakja:







- Neurális zaj varianciája arányos az átlagos aktivitással: Poisson zaj
- Likelihood alakja:





- Neurális zaj varianciája arányos az átlagos aktivitással: Poisson zaj
- Likelihood alakja:









$$P(\mathbf{r} \,|\, s) = \prod_{i} \frac{e^{-f_i(s)} f_i(s)^{r_i}}{r_i!}$$



$$P(\mathbf{r} \,|\, s) = \prod_{i} \frac{e^{-f_i(s)} f_i(s)^{r_i}}{r_i!}$$

#### $p(s|c_1,c_2) \propto p(c_1|s)p(c_2|s)p(s).$



$$P(\mathbf{r} \,|\, s) = \prod_{i} \frac{e^{-f_i(s)} f_i(s)^{r_i}}{r_i!}$$

$$p(s|c_1, c_2) \propto p(c_1|s)p(c_2|s)p(s).$$
$$\frac{1}{\sigma_3^2} = \frac{1}{\sigma_1^2} + \frac{1}{\sigma_2^2}$$
$$\mu_3 = \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} \mu_1 + \frac{\sigma_1^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} \mu_2$$

egrendszerben

http://golab.wigner.mta.hu

















HOW DO WE KNOW IF AN INTERNAL MODEL IS OPTIMAL?

$$\int \mathcal{P}_{\theta}(\mathbf{y}|\mathbf{x}) \mathcal{P}^{*}(\mathbf{x}) d\mathbf{x} = \mathcal{P}_{\theta}(\mathbf{y})$$



#### HOW DO WE KNOW IF AN INTERNAL MODEL IS OPTIMAL?

"average inferences" "prior expectations"  $\int P_{\theta}(\mathbf{y}|\mathbf{x}) P^{*}(\mathbf{x}) d\mathbf{x} = P_{\theta}(\mathbf{y})$ for natural stimulus ensemble  $P^{*}(\mathbf{x}) = \int P^{*}(\mathbf{y}) P^{*}(\mathbf{x}|\mathbf{y}) d\mathbf{y}$ 

XV. Magyar Látás Szimpózium, Szeged, 2009. december 18.

http://www.eng.cam.ac.uk/~m.lengyel



$$\int P_{\theta}(\mathbf{y}|\mathbf{x}) P^{*}(\mathbf{x}) d\mathbf{x} = P_{\theta}(\mathbf{y})$$























awake behaving ferrets



awake behaving ferrets aged P29 (eye opening) – P151 (mature visual system)



awake behaving ferrets aged P29 (eye opening) — P151 (mature visual system) multi-unit recordings from layers 2/3 of V1



awake behaving ferrets aged P29 (eye opening) — P151 (mature visual system) multi-unit recordings from layers 2/3 of V1 16 electrodes with 200 µm spacing



awake behaving ferrets aged P29 (eye opening) — P151 (mature visual system) multi-unit recordings from layers 2/3 of V1 16 electrodes with 200 µm spacing

conditions

• spontaneous

darkness  
$$S(\mathbf{y}) = P_{\theta}(\mathbf{y})$$



awake behaving ferrets aged P29 (eye opening) — P151 (mature visual system) multi-unit recordings from layers 2/3 of V1 16 electrodes with 200 µm spacing

#### conditions

• spontaneous



• evoked





awake behaving ferrets aged P29 (eye opening) – P151 (mature visual system) multi-unit recordings from layers 2/3 of V1 16 electrodes with 200 µm spacing

#### conditions

• spontaneous



evoked



natural image movies  

$$M(\mathbf{y}) = \int P_{\theta}(\mathbf{y}|\mathbf{x}) P_{\text{movie}}^{*}(\mathbf{x}) d\mathbf{x}$$

$$\mathbf{y} = \int P_{\theta}(\mathbf{y}|\mathbf{x}) P_{\text{noise}}^{*}(\mathbf{x}) d\mathbf{x}$$



awake behaving ferrets aged P29 (eye opening) – P151 (mature visual system) multi-unit recordings from layers 2/3 of V1 16 electrodes with 200 µm spacing

#### conditions

• spontaneous

darkness  $S(\mathbf{y}) = P_{\theta}(\mathbf{y})$ 

evoked



natural image movies  

$$M(\mathbf{y}) = \int P_{\theta}(\mathbf{y}|\mathbf{x}) P_{\text{movie}}^{*}(\mathbf{x}) d\mathbf{x}$$

$$\mathbf{y} = \int P_{\theta}(\mathbf{y}|\mathbf{x}) P_{\text{noise}}^{*}(\mathbf{x}) d\mathbf{x}$$

$$\mathbf{W}(\mathbf{y}) = \int P_{\theta}(\mathbf{y}|\mathbf{x}) P_{\text{noise}}^{*}(\mathbf{x}) d\mathbf{x}$$

$$\mathbf{W}(\mathbf{y}) = \int P_{\theta}(\mathbf{y}|\mathbf{x}) P_{\text{noise}}^{*}(\mathbf{x}) d\mathbf{x}$$








# DATA ANALYSIS



## **DEVELOPMENTAL CHANGES**



## **DEVELOPMENTAL CHANGES**



## **DEVELOPMENTAL CHANGES**



# SPATIAL CORRELATIONS

destroying spatial dependencies:  $\tilde{P}(\mathbf{y}) = \prod_{i=1}^{16} P(y_i)$ 

# SPATIAL CORRELATIONS

destroying spatial dependencies:  $\tilde{P}(\mathbf{y}) = \prod_{i=1}^{16} P(y_i)$ 

#### within-condition correlations





## SPATIAL CORRELATIONS

destroying spatial dependencies: 
$$ilde{\mathrm{P}}(\mathbf{y}) = \prod_{i=1}^{16} \mathrm{P}(y_i)$$

within-condition correlations

importance of correlations for match between conditions

М

S

Ŝ

 $\tilde{\mathbf{M}}$ 







KL (bits/sec)

state-transition distributions:  $P(\mathbf{y}_{t+\tau}|\mathbf{y}_t)$ 

state-transition distributions:  $P(\mathbf{y}_{t+\tau}|\mathbf{y}_t)$ control:  $\tilde{P}(\mathbf{y}_{t+\tau}|\mathbf{y}_t) = P(\mathbf{y})$ 

state-transition distributions:  $P(\mathbf{y}_{t+\tau}|\mathbf{y}_t)$ control:  $\tilde{P}(\mathbf{y}_{t+\tau}|\mathbf{y}_t) = P(\mathbf{y})$ 





state-transition distributions:  $P(\mathbf{y}_{t+\tau}|\mathbf{y}_t)$ control:  $\tilde{P}(\mathbf{y}_{t+\tau}|\mathbf{y}_t) = P(\mathbf{y})$ 











