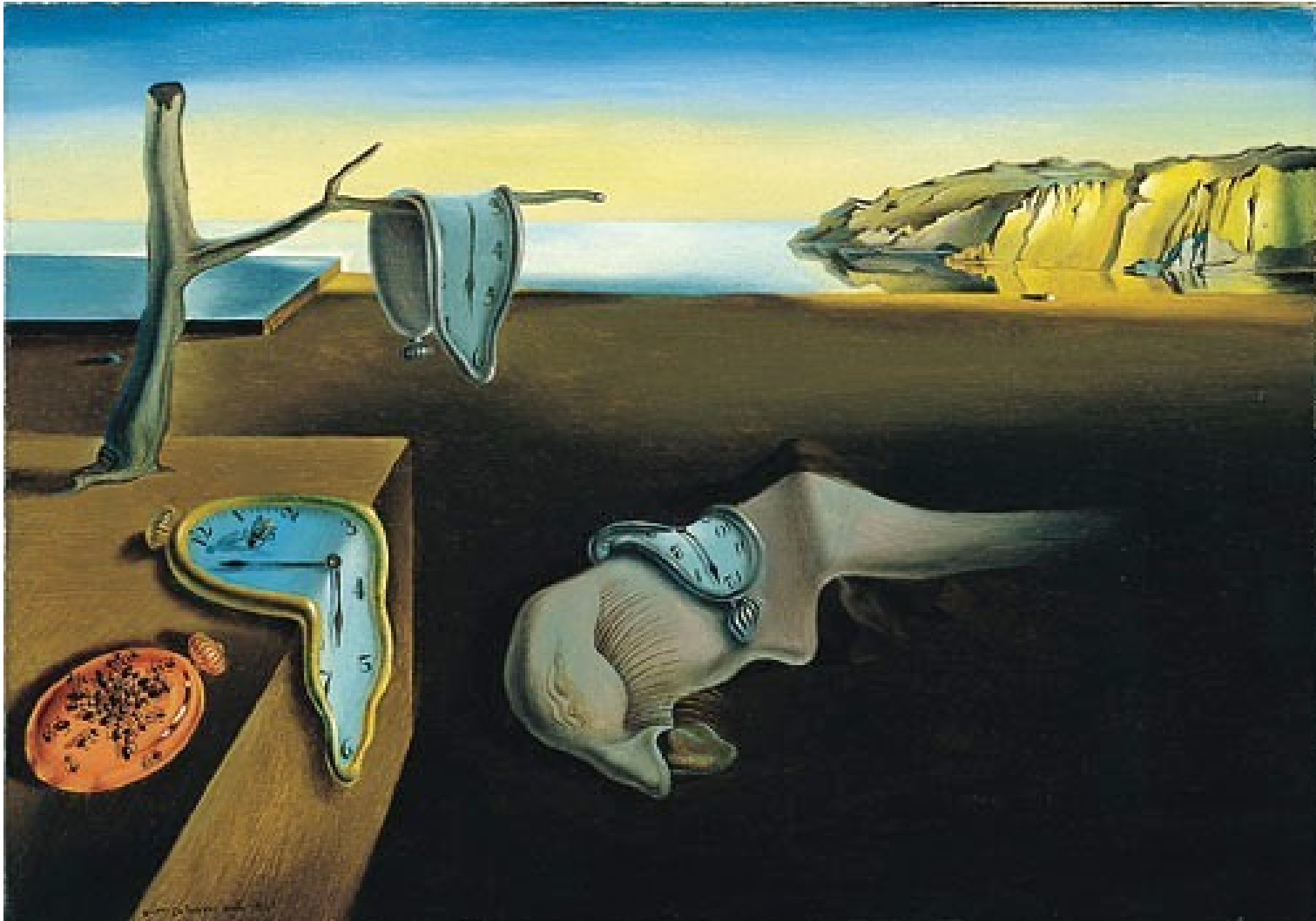


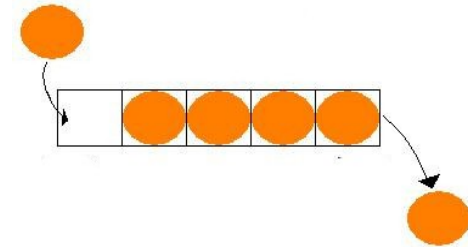
# Az idegrendszeri memória modelljei



# A memória típusai

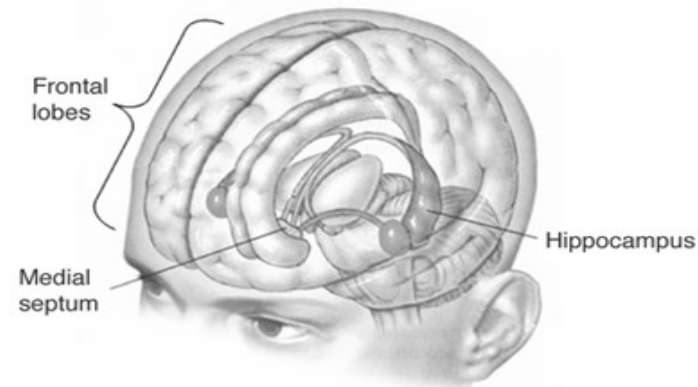
- Rövidtávú

- Working memory - az aktuális feladat
- Vizuális, auditórikus,...
- Prefrontális cortex, szenzorikus területek
- Kapacitás:  $7 \pm 2$  minta

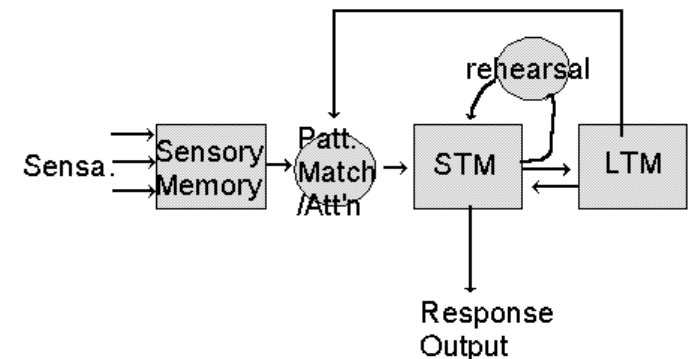


- Hosszútávú

- Epizodikus, szemantikus
  - Technikailag: asszociatív
  - Temporális lebeny, hippokampusz
- Interakció a rendszerek között

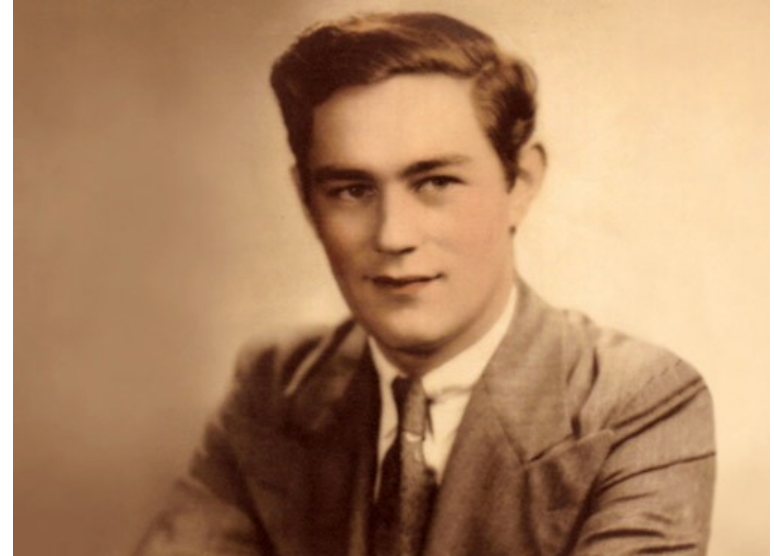


The Atkinson & Shiffrin Model of Memory



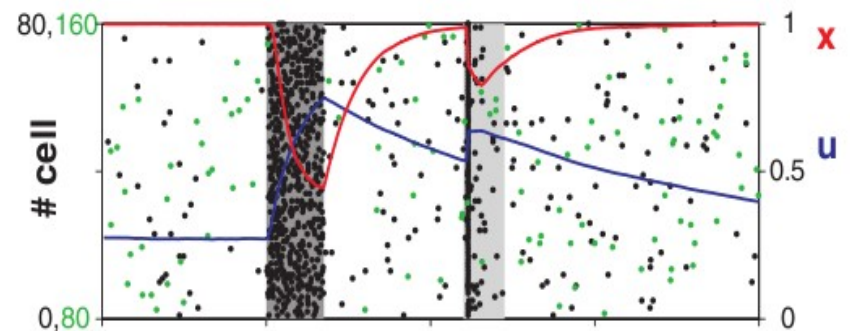
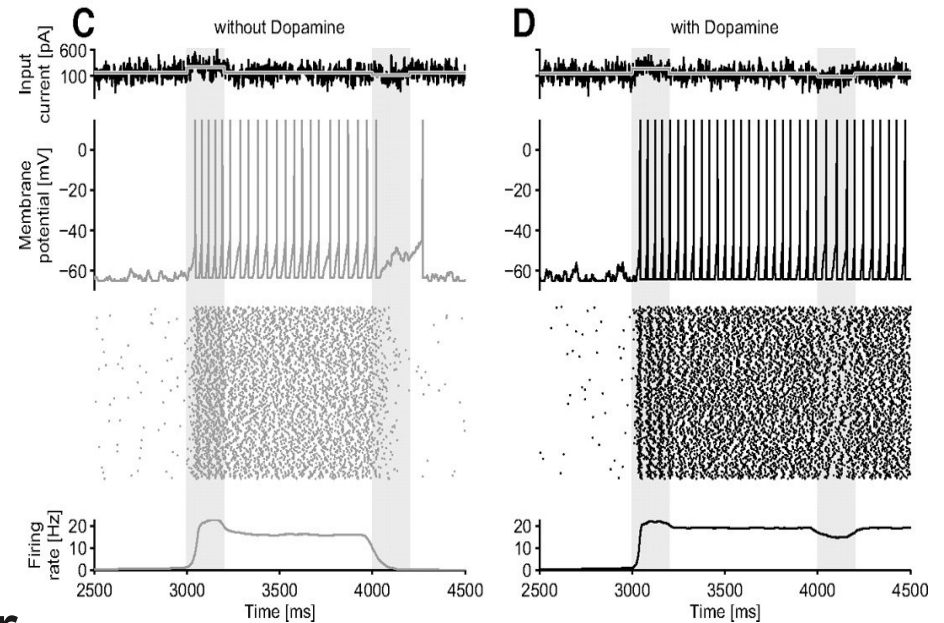
# H. M.

- Súlyos epilepsziája volt, amit a hippokampusz egy részének eltávolításával orvosoltak 1953-ban.
- Ettől kezdve elvesztette az epizodikus memóriaformáció képességét – a korábbi emlékei megmaradtak.
- A rövidtávú memóriája ép maradt, valamint a motoros tanulási képessége is. Megtanult pl. tükörben rajzolni.
- A térbeli memóriája erősen sérült.
- Bizonyítékot szolgáltatott a különböző memóriarendszerek létezésére.

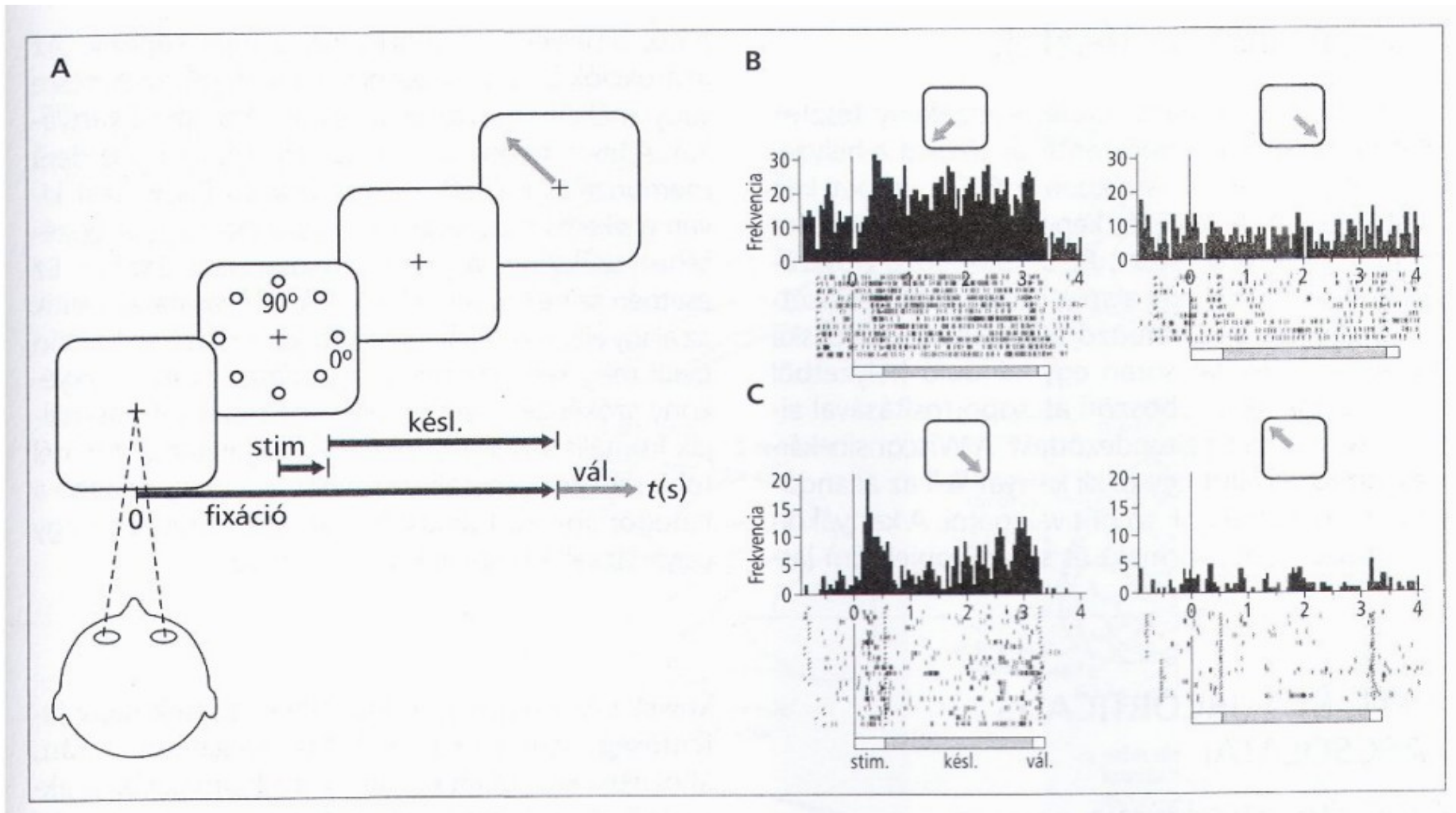


# Munkamemória modelljei

- Rekurrens hálózati modellek, serkentő-gátló populációkkal
- Perzisztens aktivitás  
A kódoló populáció a jel beírása után magasabb rátával tüzel
- Előfeszített állapot  
A sejtek a beírásakor facilitált állapotba kerülnek, a kiolvasáskor szinkron tüzelés valósul meg
- Oszcillációs modell (később)
- Disztrakció: kis zavaró jelet ignorálni szeretnénk, nagyra viszont elromlik a memória



# Perzisztens aktivitás



A majom prefrontális kérgében egyes sejtek megnövekedett aktivitást mutatnak bizonyos stimulusok után a késleltetési szakaszban, ami meghatározza az adott választ is.

# Szinaptikus modell

- Szinaptikus facilitáció és depresszió dinamikája integrate and fire neuronokban

$$\dot{u}_j(t) = \frac{U - u_j(t)}{\tau_F} + U [1 - u_j(t)] \sum_k \delta(t - t_k^{(j)})$$

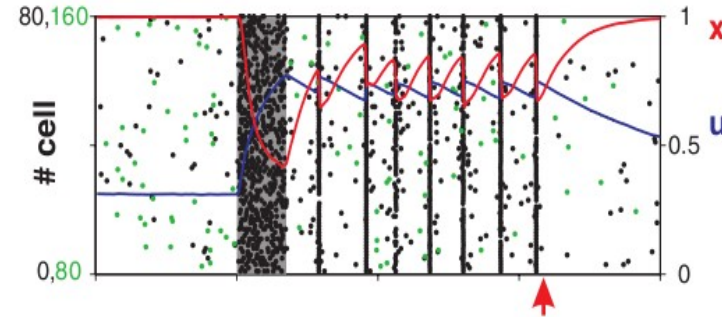
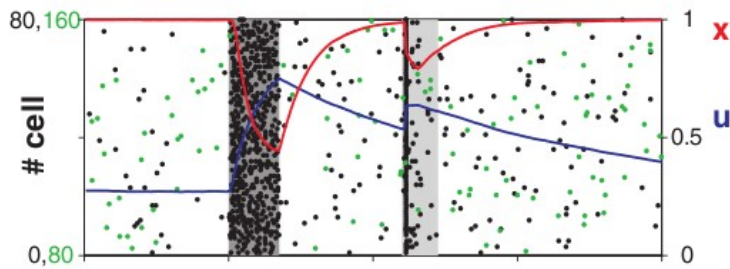
$$\dot{x}_j(t) = \frac{1 - x_j(t)}{\tau_D} + u_j(t) x_j(t) \sum_k \delta(t - t_k^{(j)})$$

$$\tau_m \dot{V}_i = -V_i + I_i^{(rec)}(t) + I_i^{(ext)}(t)$$

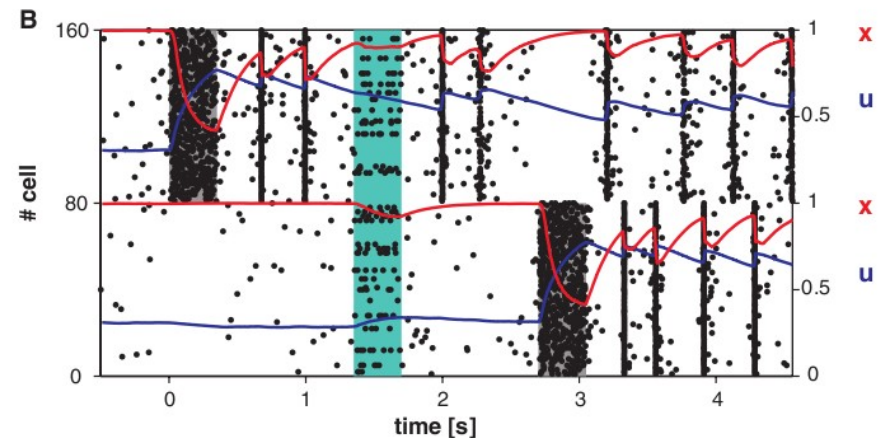
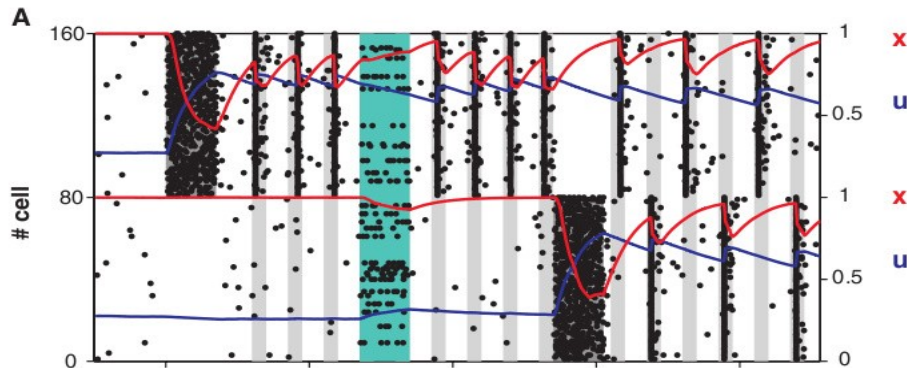
$$I_i^{(rec)}(t) = \sum_j \hat{J}_{ij}(t) \sum_k \delta(t - t_k^{(j)} - D_{ij})$$

$$\hat{J}_{ij}(t) = J_{ij} \cdot u_j(t - D_{ij}) \cdot x_j(t - D_{ij})$$

- Fixpont vagy oszcillációs dinamika

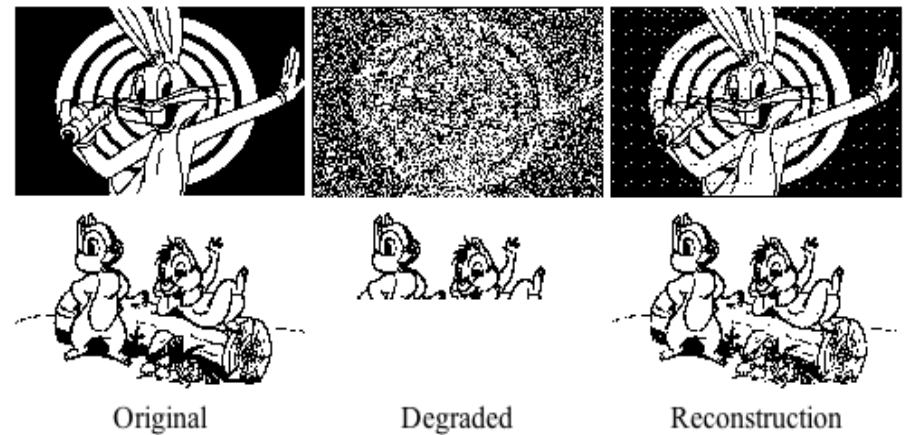
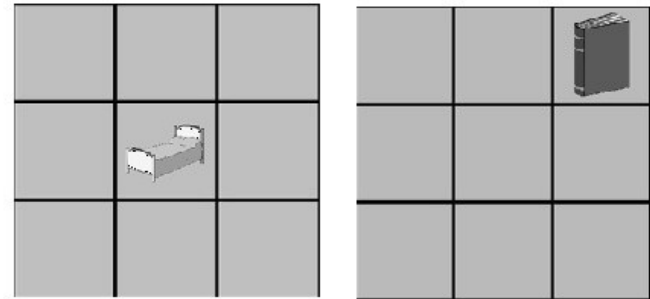


- Több elem tárolása



# Asszociatív memória

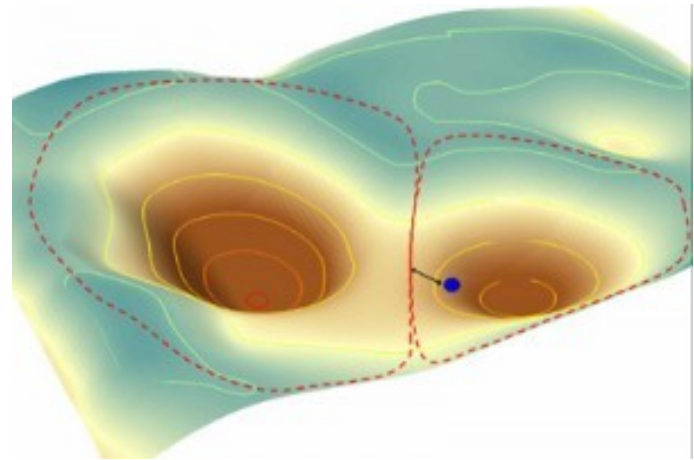
- Heteroasszociatív
  - pl. hely-objektum
- Autoasszociatív
  - Töredékes jelből az eredetit
- Különbség a számítógép memóriája és az AM között: címzés módja



- Kapacitás: hány mintát tudunk eltárolni úgy, hogy azok visszahívhatók legyenek (többféle definíció)
- Stabilitás: minden mintára a legközelebbi tárolt mintát szeretnénk visszakapni

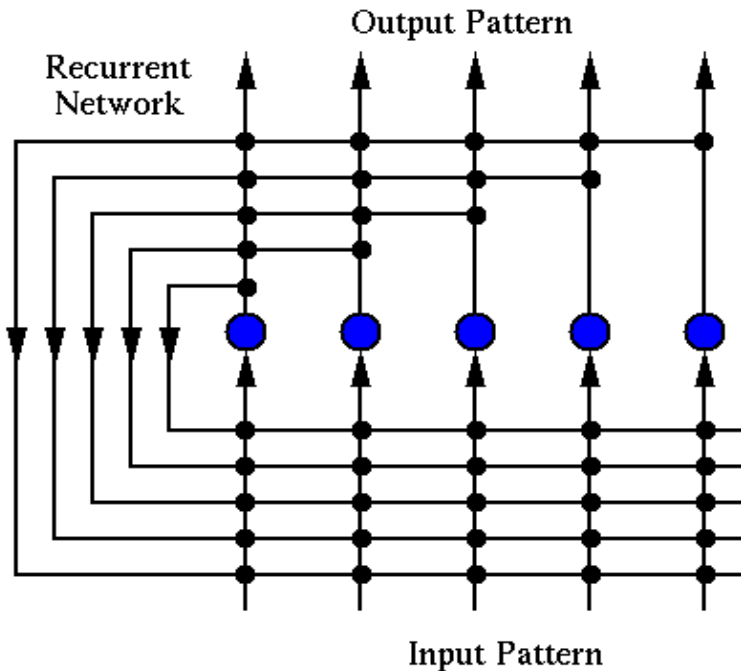
# Attraktorhálózatok

- Attraktorok típusai
  - Pont
  - Periodikus
  - Kaotikus
- Vonzási tartományok
- Realizáció: rekurrens neurális hálózatok
- Attraktorok tárolása: szinaptikus súlyokon
  - Offline tanulás
  - Online tanulás
  - One-shot learning
- Előhívás: konvergencia tetszőleges pontból egy fix pontba





# Hopfield-hálózat



- Asszociatív memória
- Bináris MCP-neuronok
- Minták tárolása: bináris vektorok
- Szimmetrikus súlymátrix
- Dale's law: egy sejt nem lehet egyszerre serkentő és gátló – ezt most megsértjük
- Rekurrens (dominánsan) hálózatok az agyban: hipokampusz CA3 régió, ...

- Offline learning  
tanulandó minták:

$$\{s^1 \dots s^N\}$$

$$W_{ij} = \frac{1}{N} \sum_n s_i^n s_j^n \quad \leftarrow \text{Hebbi szabály}$$

- Léptetési szabályok: szinkron és szekvenciális

$$\mathbf{x}^{t+1} = \text{sgn}(\mathbf{W} \mathbf{x}^t - \boldsymbol{\theta}) \quad x_k^{t+1} = \text{sgn}\left(\sum_i^K W_{ik} x_i^t - \theta_k\right)$$

# A HN dinamikája

- Nemlineáris rendszerek stabilitás-analízise: Lyapunov-függvény segítségével definiáljuk az állapotokhoz rendelhető energiát.

Ha a függvény:

- Korlátos
- Belátható, hogy a léptetési dinamika mindig csökkenti (növeli)

Akkor a rendszer minden bemenetre stabil fix pontba konvergál.

- Hopfield-hálózat Lyapunov-függvénye:

$$E = -\frac{1}{2} \mathbf{x}^T \mathbf{W} \mathbf{x} - \boldsymbol{\theta} \mathbf{x}$$

- Attraktorok az eltárolt mintáknál, de más helyeken is
- A HN használható kvadratikus alakra hozható problémák optimalizációjára is

# A HN kapacitása

- Információelméleti kapacitás

- A tárolandó mintákat tekintjük Bernoulli-eloszlású változók halmazának

$$P(s_i^n = 1) = P(s_i^n = 0) = 0.5$$

- Követeljük meg az egy valószínűségű konvergenciát

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P(s^a = \text{sgn}(\mathbf{W}\mathbf{s}^a)) = 1 \quad \forall a = 1 \dots M$$

- Ekkor (sok közelítő lépéssel) megmutatható, hogy

$$M \approx \frac{N}{2 \log_2 N}$$

- Összehasonlítás a CA3-mal

- Kb. 200000 sejt, kb. 6000 minta tárolható

- Más becslések

- figyelembevéve a minták ritkaságát

$$P(s_i^n = 1) = \alpha$$

$$M \approx N \frac{1}{\alpha \log_2 \frac{1}{\alpha}}$$

# Boltzmann-gép

- Eloszlások reprezentációja – mennyiségek közti statisztikai összefüggések
- Sztochasztikus állapotátmenet

$$\mathbf{I} = \mathbf{W}\mathbf{u} + \mathbf{M}\mathbf{v}$$

$$P(v_a^{t+1} = 1) = \frac{1}{1 + e^{-I_a}}$$

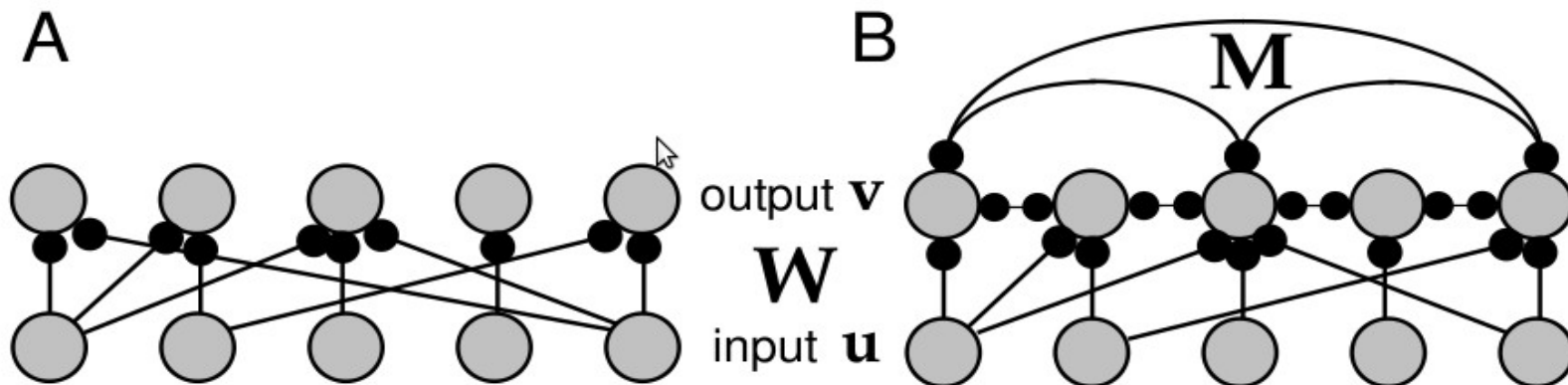
- A hálózat határeloszlása

Energia:

$$E(\mathbf{v}) = -\mathbf{v}^T \mathbf{W}\mathbf{u} + \frac{1}{2} \mathbf{v}^T \mathbf{M}\mathbf{v}$$

Boltzmann-eloszlás:

$$P(\mathbf{v}) = \frac{e^{-E(\mathbf{v})}}{\sum_{\mathbf{v}} e^{-E(\mathbf{v})}}$$



# Tanulás Boltzmann-géppel

- Felügyelt tanulás, csak  $W$ -re,  $M$  analóg
- Hiba: Kullback-Leibler-divergencia a közelítendő és a megvalósított eloszlás között

$$D_{KL}[P(\mathbf{v}|\mathbf{u}), P(\mathbf{v}|\mathbf{u}, \mathbf{W})] = \sum_{\mathbf{v}} P(\mathbf{v}|\mathbf{u}) \ln \frac{P(\mathbf{v}|\mathbf{u})}{P(\mathbf{v}|\mathbf{u}, \mathbf{W})}$$

nem függ  $W$ -től

# Tanulás Boltzmann-géppel

- Felügyelt tanulás, csak  $W$ -re,  $M$  analóg
- Hiba: Kullback-Leibler-divergencia a közelítendő és a megvalósított eloszlás között

$$D_{KL}[P(\mathbf{v}|\mathbf{u}), P(\mathbf{v}|\mathbf{u}, \mathbf{W})] = \sum_{\mathbf{v}} P(\mathbf{v}|\mathbf{u}) \ln \frac{P(\mathbf{v}|\mathbf{u})}{P(\mathbf{v}|\mathbf{u}, \mathbf{W})}$$

nem függ  $W$ -től

a  $P(\mathbf{v}|\mathbf{u})$  -val súlyozott kimeneti összegzés helyett bemeneteke vett átlag:

$$\langle D_{KL} \rangle = -\frac{1}{N_s} \sum \ln P(\mathbf{v}^m|\mathbf{u}^m, \mathbf{W}) - K$$

# Tanulás Boltzmann-géppel

- Felügyelt tanulás, csak  $W$ -re,  $M$  analóg
- Hiba: Kullback-Leibler-divergencia a közelítendő és a megvalósított eloszlás között

$$D_{KL}[P(\mathbf{v}|\mathbf{u}), P(\mathbf{v}|\mathbf{u}, \mathbf{W})] = \sum_{\mathbf{v}} P(\mathbf{v}|\mathbf{u}) \ln \frac{P(\mathbf{v}|\mathbf{u})}{P(\mathbf{v}|\mathbf{u}, \mathbf{W})}$$

nem függ  $W$ -től

a  $P(\mathbf{v}|\mathbf{u})$  -val súlyozott kimeneti összegzés helyett bemeneteke vett átlag:

$$\langle D_{KL} \rangle = -\frac{1}{N_s} \sum \ln P(\mathbf{v}^m|\mathbf{u}^m, \mathbf{W}) - K$$

- Gradient descent – egyetlen bemenetre

$$\frac{\partial \ln P(\mathbf{v}^m|\mathbf{u}^m, \mathbf{W})}{\partial W_{ij}} = v_i^m u_j^m - \sum_{\mathbf{v}} P(\mathbf{v}|\mathbf{u}^m, \mathbf{W}) v_i u_j$$

a Boltzmann-eloszlásból

# Tanulás Boltzmann-géppel

- Felügyelt tanulás, csak  $W$ -re,  $M$  analóg
- Hiba: Kullback-Leibler-divergencia a közelítendő és a megvalósított eloszlás között

$$D_{KL}[P(\mathbf{v}|\mathbf{u}), P(\mathbf{v}|\mathbf{u}, \mathbf{W})] = \sum_{\mathbf{v}} P(\mathbf{v}|\mathbf{u}) \ln \frac{P(\mathbf{v}|\mathbf{u})}{P(\mathbf{v}|\mathbf{u}, \mathbf{W})}$$

nem függ  $W$ -től

a  $P(\mathbf{v}|\mathbf{u})$  -val súlyozott kimeneti összegzés helyett bemeneteke vett átlag:

$$\langle D_{KL} \rangle = -\frac{1}{N_s} \sum \ln P(\mathbf{v}^m|\mathbf{u}^m, \mathbf{W}) - K$$

- Gradient descent – egyetlen bemenetre

$$\frac{\partial \ln P(\mathbf{v}^m|\mathbf{u}^m, \mathbf{W})}{\partial W_{ij}} = v_i^m u_j^m - \sum_{\mathbf{v}} P(\mathbf{v}|\mathbf{u}^m, \mathbf{W}) v_i u_j$$

a Boltzmann-eloszlásból

- Delta-szabály – az összes lehetséges kimenetre való átlagot az aktuális értékkel közelítjük

$$W_{ij} \rightarrow W_{ij} + \epsilon_w (v_i^m u_j^m - v_i(\mathbf{u}^m) u_j^m)$$

Két fázis:    hebbi                      anti-hebbi



# Tanulás Boltzmann-géppel

- Felügyelt tanulás, csak  $W$ -re,  $M$  analóg
- Hiba: Kullback-Leibler-divergencia a közelítendő és a megvalósított eloszlás között

$$D_{KL}[P(\mathbf{v}|\mathbf{u}), P(\mathbf{v}|\mathbf{u}, \mathbf{W})] = \sum_{\mathbf{v}} P(\mathbf{v}|\mathbf{u}) \ln \frac{P(\mathbf{v}|\mathbf{u})}{P(\mathbf{v}|\mathbf{u}, \mathbf{W})}$$

nem függ  $W$ -től

a  $P(\mathbf{v}|\mathbf{u})$  -val súlyozott kimeneti összegzés helyett bemeneteke vett átlag:

$$\langle D_{KL} \rangle = -\frac{1}{N_s} \sum \ln P(\mathbf{v}^m | \mathbf{u}^m, \mathbf{W}) - K$$

- Gradient descent – egyetlen bemenetre

$$\frac{\partial \ln P(\mathbf{v}^m | \mathbf{u}^m, \mathbf{W})}{\partial W_{ij}} = v_i^m u_j^m - \sum_{\mathbf{v}} P(\mathbf{v} | \mathbf{u}^m, \mathbf{W}) v_i u_j$$

a Boltzmann-eloszlásból

- Delta-szabály – az összes lehetséges kimenetre való átlagot az aktuális értékkel közelítjük

$$W_{ij} \rightarrow W_{ij} + \epsilon_w (v_i^m u_j^m - v_i(\mathbf{u}^m) u_j^m)$$

Két fázis:      hebbi                      anti-hebbi

- Nem felügyelt

$$D_{KL}[P(\mathbf{u}), P(\mathbf{u}, \mathbf{W})]$$

# Házi feladat

- Hogyan befolyásolja a Hopfield hálózat kapacitását
  - a hálózat összekötöttségének változtatása
  - ha a sejtek nem binárisak, hanem mondjuk 4, 8, ... lehetséges kimenetük van

és miért?