

MÓDOSUL-E A KVANTUMELMÉLET A MAKROVILÁGBAN?

Diósi Lajos^{1,2}

¹HUN-REN Wigner Fizikai Kutatóközpont, Budapest

²Eötvös Loránd Tudományegyetem, Budapest

E-mail: diosi.lajos@wigner.hu

A kvantumelmélet eredetileg az atomi világ különös törvényeit jelentette. Évtizedekig fel sem merült, hogy azon túl, a makroszkopikus világban is alkalmazni lehetne, vagy tán kellene is. Schrödinger híres 1935-ös macskaparadoxona jó előre figyelmeztetett, furcsa helyzetekre vezetne, ha makroszkopikus szuperpozíciók is



Diósi Lajos elméleti fizikus a HUN-REN Wigner FK emeritusz kutatója, az ELTE magántanára. A Londoni Egyetem vendégprofesszora (1997/98), a Wissenschaftskolleg zu Berlin tagja (1998/99), az MTA doktora (2000), az MTA Akadémiai Díj birtokosa (2012). Legismertebb munkái a kvantummechanika alapjait, a kvantumelmélet és a gravitáció megfejtendő viszonyát célozzák. Kutat a kvantumelmélet egyéb területein is: nyitott rendszerek, mérések, termodinamika, optika, informatika. Oktatóként 2001-től itthon elsőként tart kvantuminformatika-előadást, tankönyve magyarul kiadása 2017-es.

léteznének. A kvantumelmélet sorra érte el sikereit egyre újabb rendszerekre, kéz a kézben haladva a kísérletekkel. Ezek a rendszerek kivétel nélkül mikroszkopikusak, a leírt kollektív jelenségek is mikroszkopikus dinamikákon alapulnak. Az 1960-as évekre pedig megérkezik a gondolat, hogy a kvantummechanika kozmológiai méretekben is érvényes következményeit kimutassuk. A kvantumgravitáció ma sem rendelkezik egységes elmélettel, és kísérleti támogatása csupán közvetett és feltételes. A mikroszkopikus világ leírásában diadalmas kvantumelméletet egyből a kozmikus méretek világára kívántuk alkalmazni, kihagyva a kettő közötti méreteket. Az 1990-es évektől tárul fel a mezoszkopikus világnak a sajátos kvantumelmélete és kísérletei. Itt lehetne értelmezni a mikro- és makrovilág határát, vizsgálni a kvantumelmélet esetleges módosulását.

fotonok		
elektronok		
atomok, molekulák		
atommagok		
elemi részek		
gravitáció?		mezoszkópia
	univerzum	
	kvarok	
1900	1950	2000

A kozmológiában egy nemlineáris, tehát módosult kvantumelméletet használunk. Lehet, hogy az úgynevezett félklasszikus gravitáció¹ a jövőben megértendő kvantumgravitációnak csupán egy effektív elmélete. Lehet, hogy fundamentális. A döntéshez kozmológiai mérési adataink ma még nem elegendők. A félklasszikus gravitáció nemrelativisztikus határesetre a nemlineáris Schrödinger–Newton-egyenlet, ez lesz írásunk központjában. Ez meglepő módon a makroszkópia előtt, már a mezoszkópiában jelentős módosulást hoz az eredeti Schrödinger-egyenlet jóslataihoz képest. Tárgyalhatóvá teszi a schrödingeri paradox szuperpozíciók kérdését.

Schrödinger–Newton-egyenlet

Jánossy Lajos felvetette 1952-ben [1], hogy az elektron hullámfüggvénye talán mégsem követi a Schrödinger-egyenletet az atomi skálán túl, a hullámfüggvénye nem terjedhet ki makroszkopikus méretre. A Schrödinger-egyenletnek módosulnia kell, méghozzá nemlineárisan, ha a hullámfüggvény kiterjedése az atomi méreteket jelentősen túllépi. Javasolta, hogy az elektron $\Psi(\mathbf{r})$ hullámfüggvényének Schrödinger-egyenletében szerepeljen egy Ψ -függő potenciál:

$$V_{\Psi}(\mathbf{r}) = \int f(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) |\Psi(\mathbf{r}')|^2 d^3r', \quad (1)$$

ahol az f függvény legyen monoton növekvő. E potenciál hatására a hullámcsomag részei egymást vonzani fogják (önvonzás). Ez valóban korlátozza, hogy $\Psi(\mathbf{r})$ idővel mennyire terjedhet ki. Ma már tudjuk, hogy ilyen korlátozás sem elektronra sem más elemi részre nincs. A kvantumelmélet megállíthatatlanul érvényes az atomi világban. Mindmáig, legalábbis, egyetlen mérés sem kérdőjelezte meg a lineáris Schrödinger-egyenletet.

Történt viszont a kvantumelmélet első fél évszázada után, hogy tapasztalati készítés nélkül is felmerült a kozmológiai kiterjesztés. Ehhez a kvantálást a gravitációra, tehát az einsteini görbült téridőre is alkalmazni kellett volna. A kvantumgravitáció konzisztens egyenleteit még ma sem ismerjük. De ne szaladjunk ennyire előre! Még 1962–63-ban született egy félmegoldás [2]. A félklasszikus gravitációelméletben a teret görbítő anyag

kvantált, de a téridő nem, az marad klasszikus. A téridő klasszikus Einstein-egyenletének jobb oldala így módosul:

$$G_{ab} = \frac{8\pi G}{c^4} \langle \Psi | \hat{T}_{ab} | \Psi \rangle. \quad (2)$$

A bal oldalon G_{ab} továbbra is a klasszikus téridő görbületi tenzora, a jobb oldalon viszont az univerzumban levő kvantált anyag $\hat{T}_{ab}$ energia–impulzus-tenzoroperátorának a Ψ kvantumállapotban vett várható értéke áll. G a newtoni gravitációs állandó, és c a fénysebesség. A (2) félklasszikus Einstein-egyenletben a téridőt a kvantált anyag energia–impulzus-tenzorának az átlaga görbíti. Ezen az egyenleten alapul az ősrobbanásból eredeztetett mai kozmológiai modellünk. Márpedig ez az egyenlet nemlineáris módosítja a kvantummechanikát: a kvantált anyag Ψ hullámfüggvénye nemlineáris Schrödinger-egyenletet fog követni. Könnyebb ezt a newtoni határesetben látni.

A newtoni határesetben a (2) félklasszikus Einstein-egyenletnek csak a 00 komponense releváns. A következő közelítéseket használhatjuk, ha a c fénysebességben a vezető tagokra szorítkozunk:

$$G_{00} = -\frac{2}{c^2} \Delta \Phi, \quad (3)$$

$$\hat{T}_{00} = \hat{\rho} c^2. \quad (4)$$

Itt Δ a Laplace-féle differenciáloperátor, Φ a Newton-potenciál, $\hat{\rho}$ a nemrelativisztikusnak feltételezett kvantált anyag térbeli tömegsűrűség-operátora. Beírva a fenti két kifejezést a (2) egyenletbe a fénysebesség kiesik, és megkapjuk a newtoni határesetet:

$$\Delta \Phi(\mathbf{r}, t) = -4\pi G \langle \Psi(t) | \hat{\rho}(\mathbf{r}) | \Psi(t) \rangle. \quad (5)$$

Ezúttal csak az egytest-esetet követjük. Ha m a tömeg, és $\Psi(\mathbf{r})$ a hullámfüggvény, akkor

$$\Delta \Phi(\mathbf{r}, t) = -4\pi G m |\Psi(\mathbf{r}, t)|^2. \quad (6)$$

Az ilyen (Poisson-) egyenletnek a megoldása ismert:

$$\Phi(\mathbf{r}, t) = \int \frac{-Gm}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} |\Psi(\mathbf{r}', t)|^2 d^3r'. \quad (7)$$

ami az alábbi önvonzó potenciált jelenti:

$$V_{\Psi}(\mathbf{r}) = \int \frac{-Gm^2}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} |\Psi(\mathbf{r}')|^2 d^3r'. \quad (8)$$

Írjuk ezt be a szabad mozgás Schrödinger-egyenletébe:

$$i\hbar \frac{d\Psi(\mathbf{r})}{dt} = \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi(\mathbf{r}) + V_{\Psi}(\mathbf{r}) \right) \Psi(\mathbf{r}). \quad (9)$$

Ezt nevezzük Schrödinger–Newton-egyenletnek [3]. Meglepidhetünk: a V_{Ψ} potenciál szerkezete azonos az 1952-ben javasolt (1) egyenletével, ezúttal a monoton f függvény is egyértelműen adott.

Lehetséges volna, hogy Jánossynak igaza volt? Az elektronra és bármely atomi skálájú testre semmiképp;

¹ A kvantumelméletben a „klasszikus” szó jelentése „nem kvantált”, elterően a relativitáselméletől, ahol „nemrelativisztikus” az értelme.

kis tömegük miatt a V_Ψ potenciáljuk elhanyagolható. Mutassuk meg ezt! Ha feltesszük, hogy $\Psi(\mathbf{r})$ egy a jellemző szélességű sima hullámcsomag, akkor megvizsgálható, hogyan skálázódik a lineáris kinetikusenergia-tag és a nemlineáris gravitációs tag egymáshoz képest. Becsüljük meg az E_{kin} kinetikus és az E_{grav} gravitációs önvonzási potenciális energia dimenzióit:

$$E_{\text{kin}} \sim \frac{\hbar^2}{ma^2}, \quad (10)$$

$$E_{\text{grav}} \sim -\frac{Gm^2}{a}. \quad (11)$$

Eszerint keskeny hullámcsomagra a kinetikus tag dominál, szélesedő hullámcsomagra viszont figyelembe kell venni az önvonzást is. Az a szélesség, ahol a két mechanizmus összemérhető, így becsülhető:

$$a_0 \sim \frac{\hbar^2}{Gm^3}. \quad (12)$$

Ez $m \sim 10^{-26}$ g tömegnél (kb. tízezer elektrontömegnél) jelent a világegyetem méretével megegyező hullámcsomag-szélességet. Megállapíthatjuk tehát, hogy az elemi részecskék és a belőlük alkotott mikroszkopikus rendszerek kinetikus energiája mindig sok nagyságrenddel nagyobb az önvonzásnál. A (2) félklasszikus gravitációelmélet nem módosítja a mikrovilág kvantumos törvényeit. Jó is, hogy ezt kaptuk, hiszen a lineáris Schrödinger-egyenlet nagy pontossággal igazolt a mikrovilág fizikájában. A Schrödinger–Newton-egyenlet története viszont nem ér itt véget.

Mezoszkopikus tömegek

Amennyire irreleváns a mikrovilágban a gravitációs önvonzás, annyira dominánssá válik a mezoszkópiában. Ha a tömeg egy femtogramm nagyságrendű, azaz $m \sim 10^{-12}$ g, akkor az E_{grav} gravitációs energia már akkor dominánssá válik az E_{kin} energia fölött, amennyiben a hullámfüggvény a szélessége eléri a femtométeres nagyságrendet. Itt egy apró technikai problémával is szembesülünk. A femtogrammos tömeg már nem tekinthető pontszerűnek a gravitációs önvonzásban. A (6)–(8) egyenletek pontszerű testre vonatkoztak, most viszont figyelembe kell vennünk a test saját tömegeloszlását a saját térfogatán belül. A legegyszerűbb, ha a test egy szilárd homogén R sugarú gömb. Mezoszkopikus tömegnél már akkor is dominál a gravitációs önvonzás, ha a hullámfüggvény a kiterjedése még nagyságrendekkel kisebb az R méretnél. Ebben az $a \ll R$ tartományban a V_Ψ potenciál (8) alakját az alábbi effektív potenciál veszi át:

$$V_\Psi(\mathbf{r}) = -\frac{6Gm^2}{5R} + \frac{Gm^2}{2R^3}(\mathbf{r} - \langle \hat{\mathbf{r}} \rangle)^2, \quad (13)$$

ahol

$$\langle \hat{\mathbf{r}} \rangle = \int \mathbf{r} |\Psi(\mathbf{r})|^2 d^3r \quad (14)$$

a helyoperátor várható értéke. A V_Ψ konstans tagja elhagyható, így harmonikus oszcillátort idéző potenciált kaptunk, a Schrödinger–Newton-egyenletbe már olyan jelölésekkel írjuk be:

$$i\hbar \frac{d\Psi(\mathbf{r})}{dt} = \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi(\mathbf{r}) + \frac{1}{2} m \omega_N^2 (\mathbf{r} - \langle \hat{\mathbf{r}} \rangle)^2 \right) \Psi(\mathbf{r}). \quad (15)$$

Itt

$$\omega_N = \sqrt{Gm/R^3} = \sqrt{(4\pi/3)G\rho},$$

ezt nevezhetjük Newton-frekvenciának. (Ilyen frekvenciával oszcillál egy kis próbatest, ha a homogén gömbbe fúrt szűk átlós csatornába helyezzük, értéke csak a gömb ρ sűrűségétől függ.) Olyan harmonikus oszcillátort kaptunk, aminek a rezgési centruma a hely $\langle \hat{\mathbf{r}} \rangle$ várható értéke. Ez azt jelenti, hogy a stacionárius megoldások leolvashatók a harmonikus oszcillátor jól ismert stacionárius állapotaiból. Nézzük mindjárt az alapállapotot:

$$\Psi_0(\mathbf{r} | \bar{\mathbf{r}}) = \left(\frac{m\omega_N}{\pi\hbar} \right)^{1/4} \exp\left(-\frac{m\omega_N}{2\hbar} (\mathbf{r} - \bar{\mathbf{r}})^2 \right). \quad (16)$$

Ez egy statikus lokalizált hullámcsomag – szoliton –, aminek az $\bar{\mathbf{r}}$ középpontja bárhol lehet. Egy $\exp(i\mathbf{m}\mathbf{v}\mathbf{r}/\hbar)$ szorzóval az állandó $\mathbf{v}$ sebességgel mozgó szolitonokat leíró megoldásokat kapjuk.

A (16) szolitonok szélességnégyzete pedig

$$a_0^2 = \frac{\hbar}{2m\omega_N} = \frac{\hbar}{2m\sqrt{(4\pi/3)G\rho}}. \quad (17)$$

Ha $m = 1$ ng és $\rho \sim 1$ g/cm³ sűrűséggel számolunk, akkor $a_0 \sim 1$ nm szélességet kapunk. Ez sokkal kisebb, mint a test $R \sim 10$ μ m jellemző mérete, így a (13) közelítés feltétele teljesül.

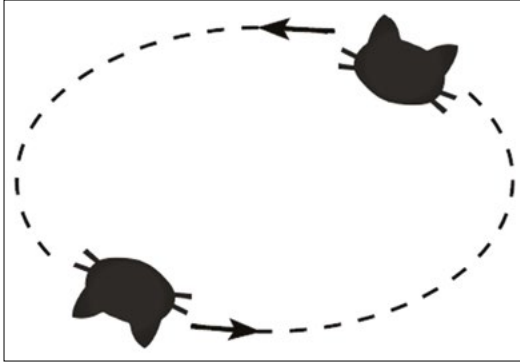
Tehát a mikrovilágot elhagyva már a mezoszkopikus testek tömege is elég erős önvonzást ad, hogy létezzen stacioner lokalizált állapotuk. Ez méginkább így van, ha továbblépünk a makrotömegek felé. Örülünk ennek, mert a makrovilágban valóban minden testnek meghatározott pozíciója van. Pedig a kvantumelmélet szerint ha lassan is, de a hullámfüggvényüknek szét kellene folyniuk, hasonlóan a mikrorészecskék hullámfüggvényéhez.²

Sajnos a Schrödinger–Newton-egyenlet nem ad elegendő magyarázatot az izolált mezo- és makrotömegek meghatározott pozíciójára. A stacioner megoldások ugyanis lehetnek gerjesztett szolitonok is, egyre nagyobb a kiterjedéssel. Ez még talán belefér a makroszkopikus képünkbe. De van, ami kevésbé, és ezek a két- és többszoliton-megoldások. Egy kétszoliton-megoldás lehet például ilyen:

$$\frac{\Psi_0(\mathbf{r} | \bar{\mathbf{r}}_1) + \Psi_0(\mathbf{r} | \bar{\mathbf{r}}_2)}{\sqrt{2}}. \quad (18)$$

² Ennek észlelését a makrotömegekre elkerülhetetlen környezeti zavaró hatások – az úgynevezett dekoherencia – lehetetlenné teszik, de mezo- vagy nanotömegek egyre tökéletesebb laboratóriumi izolációjával a jövőben vizsgálhatóvá is válhat.

Ez két álló szoliton szuperpozíciója, és a kettejük közti $|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|$ távolság akár a test R méreténél is sokkal nagyobb lehet. Ez jó közelítéssel stacioner állapot lenne. Azért csak lenne, mert az önvonzás nemcsak a két szolitonon belül hat, hanem a két szoliton között is, a klasszikus gravitációs erő egymás felé kezdi gyorsítani őket. Még élesítve a paradoxont, a két szolitonnak kicsi, ellentétes kezdősebességeket is adhatunk. Ekkor az egy szem m tömeg két távoli része $m/2$ tömegekként egymás körül kering majd egy kepleri ellipszisen. El nem kerülhető [4], hogy Karinthyt idézzük, aki humoreszkje végén ezt veti oda 1911-ben [5]: „Továbbá azt álmodtam, hogy két macska voltam és játszottam egymással”.



Schrödinger macskái és kizárásuk

Mint láttuk, a félklasszikus gravitációban a nagy tömegnek létezik lokalizált stacioner (szoliton) hullámfüggvényük, ami nem folyik szét. De nem tiltottak a makroszkopikus szuperpozíciók sem. Schrödinger egy macska élő és holt állapotának szuperpozíciójával tréfálkozott. Ez lenne a hullámfüggvény és annak kollapszusa:

$$\begin{aligned} \Psi(\mathbf{r} | \text{macska}) &= \frac{\Psi(\mathbf{r} | \text{élő}) + \Psi(\mathbf{r} | \text{holt})}{\sqrt{2}} \\ &\Rightarrow \begin{cases} \Psi(\mathbf{r} | \text{élő}) \\ \Psi(\mathbf{r} | \text{holt}) \end{cases}, \end{aligned} \quad (19)$$

ahol az $\mathbf{r}$ vektor a macska és a pokolgép koordinátáit jelöli. A második sor a véletlenszerű kollapszust jelöli az élő vagy a holt állapotra, ami a tankönyvi kvantumelmélet szerint csak akkor következik be, ha a makroszkopikus szuperpozíciót külső eszközzel észleljük. Ez a bonyolult elrendezés nyilván kezelhetetlen a fizika szokásos analitikus eszközeivel. A lényege a makroszkopikus szuperpozíció, ezért minden más körülményt most elhagyva a (18) állapotot hívjuk (Schrödinger-) macska-állapotnak, ahol az m tömeg legalább mezoszkopikusan nagy:

$$\begin{aligned} \Psi(\mathbf{r} | \text{macska}) &= \frac{\Psi_0(\mathbf{r} | \vec{r}_1) + \Psi_0(\mathbf{r} | \vec{r}_2)}{\sqrt{2}} \\ &\Rightarrow \begin{cases} \Psi_0(\mathbf{r} | \vec{r}_1) \\ \Psi_0(\mathbf{r} | \vec{r}_2) \end{cases}. \end{aligned} \quad (20)$$

Feltüntettük az állapot kollapszusát is. A tankönyvi kvantumelmélet szerint a kollapszus attól jön létre, ha méréssel eldöntjük, hogy a tömeg $\vec{r}_1$ vagy $\vec{r}_2$ körül van-e. Elhisszük ezt egy kockacukorról? A környezeti zavaró, például hőmérsékleti hatásoktól sosem tudnánk a gyakorlatban annyira elszigetelni, hogy a fenti makroszkopikus szuperpozícióba hozzuk, de az elmélet ezt nem zárja ki.

Szabadítsuk-e meg a elméletet a makroszkopikus szuperpozícióktól, a paradoxonoktól, amit a Schrödinger-macskák jelentenek? Sem kísérleti tapasztalat, sem elméleti következtetés nem kényszerít erre. De megtehetjük egy kézenfekvő lépéssel – megintcsak óvatosan módosítva a tankönyvi kvantumelméletet az atomi világnál nagyobb tömegskálákon.

A spontán kollapszus feltevése szerint a makroszkopikus szuperpozíciók maguktól is összeomlanak, ugyanúgy, mintha egy mérés hatására tennék. A konkrét modellt úgy kell megválasztani, hogy a mikrovilágban a szuperpozíciók τ jellemző élettartama gyakorlatilag végtelen legyen, a mezoszkopikus világban – ahol kvantum tapasztalataink nem is voltak – lehet már érzékelhetően véges, a makrovilágban pedig olyan rövid legyen, hogy makroszkopikus változóban ne is jöhessen létre szuperpozíció az azonnali spontán kollapszus miatt. Lásuk a konstrukciót legalább a (18) típusú makroszkopikus szuperpozíciókra! Vegyük észre, hogy a gravitációs önvonzás potenciális energiája a kezdeti szuperpozícióban nagyobb (jelölése E_i^G), mint a kollapszus utáni lokalizált állapotok bármelyikében (jelölése E_f^G). Legyen a $\Delta E^G = E_i^G - E_f^G$ energianyereség az, ami a spontán kollapszust „hajtja”. A szuperpozíció átlagos élettartamát ezért így definiáljuk:

$$\tau_{\text{DP}} = \frac{\hbar}{\Delta E^G}. \quad (21)$$

Ezt a posztulátumot tíz év különbséggel egymástól függetlenül javasolta a jelen szerző [4, 6] és Roger Penrose [7], függetlenül látszó de rokonítható indoklással [8]. Nézzük, mekkora lesz a (18) szuperpozíció élettartama! Kezdjük a kollapszus utáni állapot gravitációs energiájával! A $\Psi_0(\vec{r} | \mathbf{r}_1)$ (vagy $\Psi_0(\mathbf{r} | \vec{r}_2)$) szoliton állapotban az R sugarú homogén gömb önvonzási potenciális energiája $E_f^G = 6Gm^2/5R$. A kétszoliton-szuperpozícióban pedig $E_i^G = 2 \cdot 6G(m/2)^2/5R$. Tehát a kollapszus energianyeresége $\Delta E^G = 3Gm^2/5R$. A kollapszus átlagosan

$$\tau_{\text{DP}} = \frac{5\hbar R}{3Gm^2} \quad (22)$$

idő alatt bekövetkezik. Ez például $m = 1$ mg esetén a miliszekundumos skálán lesz. Az 1 gramm kockacukorra pedig femtoszekundumos skálát kapunk, a szuperpozíció összeomlik, mielőtt létrejönne. Schrödinger macskája sem tud kettéválni előre és holtra, két fél macska sem fog Kepler-pályán keringeni egymás körül a spontán kollapszus DP-modelljében [6, 7].

Záró gondolatok

Vonzó lenne, és nincs is kizárva, hogy a kvarkoktól a galaxisokig univerzális fizikai elmélet a kvantumelmélet, és a régi klasszikus (nem kvantált) törvények leszármaztathatók belőle megfelelő határesetekben. A feltételes fogalmazás nem véletlen. A kvantumelmélet nagyszerű egyenleteket származtat a mikrovilág jelenségeire, és ami a fő, a mikrovilág valóban ezeket az egyenleteket látszik követni. Nem úgy a kozmológiában, ahol elmélet és kísérlet nem járhatott kéz a kézben. Egyfelől a gravitáció, tehát a téridő einsteini általános relativitáselméletének kvantált egyenleteit, a kvantumgravitációt máig nem sikerült megalkotni. Másfelől nem ismerünk olyan jelenségeket, amelyek egyértelműen a gravitáció (téridőszerkezet) kvantumosságával kapcsolatosak. Ezért a kvantumgravitáció elméletéhez nincsenek egyértelmű kísérleti kapaszkodóink.

Ebben a helyzetben felvethető, hogy a kvantumelmélet módosul, ha a mikrovilágból elindulunk a makrovilág felé. Nincs erre sem elméleti kényszer, sem kísérleti bizonyíték, pusztán egy jelzés, hogy a makrokozmosz és a kvantálás viszonya még nyitott, ismeretlen. Nem véletlen, hogy az itt felvillantott Schrödinger–Newton-egyenlet és a spontán kollapszus DP-modellje a tankönyvi kvantumelméletet gravitációs megfontolásokkal módosítják. Történeti érdekesség, hogy ezek a módosítások a mezoszkopikus tömegek világában jósolnak új effektusokat, miközben a gravitációt és a kvantálást korábban csak az extrém nagyenergiás részecskefizika és az extrém görbült téridők terrénumaiban kapcsoltuk össze. Íme lehetséges, hogy ez a kapcsolat a mezoszkopikus világban tartogat tanulnivalót. Abban a

világban, ahol évtizedekig sem a kvantum, sem a gravitációs viselkedés fundamentumait nem vizsgáltuk. Végül az 1990-es években jött el ennek az ideje. A mezotömegek kvantum viselkedésének laboratóriumi kutatását nem utolsósorban a Schrödinger-egyenlet newtoni gravitációs módosításai inspirálták, és teszik ezt máig [9]. Geszti írta 2008-ban: „lessük a kísérleteket a senkiföldje-tömegek világából, addig is gyártjuk az elméleteket” [10]. Így lesz még jó ideig.

Irodalom

1. L. Jánossy: The physical aspects of the wave-particle problem. *Acta Phys. Acad. Sci. Hung.*, 1 (1952) 423.
2. Ch. Møller: Les théories relativistes de la gravitation. *Colloq. Intern. CNRS* 91 (1962) 353.; L. Rosenfeld: On quantization of fields. *Nucl. Phys.*, 40 (1963) 1.
3. L. Diósi: Gravitation and quantummechanical localization of macro-objects. *Phys. Lett.*, A 105 (1984) 199.
4. L. Diósi: A quantum-stochastic gravitation model and the reduction of the wavefunction. PhD thesis, Budapest, 1986. [in Hungarian].
5. Karinty F.: Ötőrai záróra. In: Viccelnek velem. Képzőművészeti Társulat, Budapest, 1911.
6. L. Diósi: Models for universal reduction of macroscopic quantum fluctuations. *Phys. Rev. A* 40 (1989) 1165.
7. R. Penrose: On gravity's role in quantum state reduction. *Gen. Rel. Grav.*, 28 (1996) 581.
8. L. Diósi: On the conjectured gravity-related collapse rate $\Delta E/\hbar$ of massive quantum superpositions. *AVS Quant. Sci.*, 4 (2022) 015605.
9. S. Bose, I. Fuentes, A. A. Geraci, S. M. Khan, S. Qvarfort, M. Rademacher, M. Rashid, M. Toroš, H. Ulbricht, C. C. Wanjura: Massive quantum systems as interfaces of quantum mechanics and gravity. *Rev. Mod. Phys.*, 97 (2025) 015003.
10. Geszti T.: Kvantum és klasszikus határán. *Fiz. Szemle*, 2008/6, 209.