

**DOKTORI MUNKÁSSÁG
TÉZISSZERŰ ÖSSZEFOGLALÓJA**

**A FOLYTONOS KVANTUMMECHANIKAI
MÉRÉS ELMÉLETE**

Írta: Diósi Lajos
MTA Központi Fizikai Kutató Intézet

Budapest
1991

I. A kutatási feladat és előzményei

Több mint 60 évvel a kvantummechanika megalkotása után, az úgynevezett méréselméleti probléma kutatása mind intenzívebbé válik.

A kvantummechanika dichotómikus elmélet. A rendszer állapotát leíró Ψ hullámfüggvény folytonosan és determinisztikusan fejlődik a Schrödinger-egyenlet szerint:

$$\dot{\Psi} = -iH\Psi \quad , \quad (1)$$

H a Hamilton-operátor. A rendszeren végzett mérés hatására viszont a hullámfüggvény ugrásszerűen redukálódik valamely véletlenszerűen kiválasztott Φ_k elemére egy adott $\{\Phi_n; n=1,2, \dots\}$ ortonormált rendszernek:

$$\Psi \longrightarrow \Phi_k \quad . \quad (2)$$

A mérés kimenetele tehát véletlenszerű, a k -adik eredmény valószínűsége

$$w_k = |\langle \Psi | \Phi_k \rangle|^2 \quad . \quad (3)$$

A rendszer állapotát a Ψ hullámfüggvény helyett, egyenértékű módon, a $P = \Psi\Psi^\dagger$ projektorral is leírhatjuk. Ha a rendszer mindenkori állapotához hozzárendeljük a ρ sűrűségoperátort, mint a P projektor stochasztikus átlagát, akkor (1-3) egyenletek alapján belátható, hogy ρ dinamikai egyenlete

$$\rho = -i[H, \rho] \quad (1')$$

alakú, a mérés okozta redukció pedig az alábbi lineáris transzformációra vezet:

$$\rho \longrightarrow \sum_k Q_k \operatorname{tr}(Q_k \rho) \quad (2')$$

ahol $Q_k = \Phi_k \Phi_k^\dagger$ minden k -ra.

A kvantummechanikai mérésnek fenti értelmezését Neumann János öntötte végleges formába. Alapvető művében¹ egyszerű példát szerkeszt a mérendő rendszer és az idealizált mérőberendezés csatolt dinamikájára is.

A kvantummechanikai méréselméleti probléma egyik meghatározó eleme, hogy a hullámfüggvény (2) illetve a sűrűségoperátor (2') redukcióját a kvantummechanika nem folyamatként vizsgálja, hanem csak a redukció lehetséges végeredményét specifikálja. Továbbá, a mérés nem spontán következik a kvantummechanika elméletéből, ugyanis a mérés bekövetkeztének szükséges feltételeit csak bizonyos önkénnyel tudjuk definiálni, leggyakrabban a mérőberendezés komplexitására alapozva.

A kvantummechanika sikerei azt mutatják, hogy a mérés Neumann-féle fenomenologikus értelmezése rendkívüli pontossággal megfelel a tapasztalatnak, ezért sokan minden szempontból kielégítőnek tartják². Mások szerint a mérési folyamat leírása kierőszakolható a Schrödinger-egyenlet következetes alkalmazásával³. Hangsúlyozzuk, hogy mindvégig folyamatos és színvonalas kutatások irányultak a méréselméleti probléma megoldására, minden, a problémát esetleg megkérdőjelező polémia ellenére⁴.

A 80-as évekre megerősödő kutatási irányzat szerint a mérésnek, mint folyamatnak modellezésére stochasztikus folyamatot kell a hullámfüggvényre értelmezni⁵⁻⁸. Ez a stochasztikus folyamat mikrorendszerekre az (1) Schrödinger-egyenletet kell visszaadja határesetként, makroszkopikus rendszerekre viszont minden esetben a klasszikus mechanika mozgástörvényeire kell vezessen. A (2)-(3) kvantummechanikai mérési folyamatnak az egyenletekből spontán módon kell következnie, ha a mért mikrorendszer és a hozzá csatolt makroszkopikus mérőberendezés együttesére alkalmazzuk őket. A spontán folytonos kvantummechanikai méréselmélet birtokában a mikro- és makrovilág univerzális leírását kapjuk, és megszűnik a mérési folyamat megkülönböztetett értelmezése⁴.

A Károlyházy Frigyes által először 1966-ban vázolt stochasztikus folyamatban⁹ a dekoherenciát gravitációs fluktuációk okozzák. Saját 1986-os elméletem¹⁰ szintén a gravitációs dekoherencia hipotézisére épül, egy általánosított Poisson-folyamatot ír elő a hullámfüggvényre. Ghirardi Rimini és Weber 1986-os stochasztikus folyamata¹¹ matematikailag egyszerű és kellően általános, feltevései és paraméterezése azonban kissé esetlegesek, mivel nincs a gravitációs dekoherencia hipotéziséhez hasonló jellegű motivációjuk.

A méréselméleti probléma eredetileg nemrelativisztikus szinten merült fel. A relativitáselmélet azonban, különösen a lokalitás-kauzalitás elve, szigorú megkötéseket jelent minden lehetséges alternatív méréselméletre⁶. Tudjuk¹², hogy a hullámfüggvény redukciója sem írható le relativisztikusan invariáns formalizmussal. Tovább erősíti a méréselmélet relativisztikus aspektusai iránti érdeklődést egy univerzális spontán folytonos mérés lehetősége a kvantumkozmológiában. A 'kozmosis dekoherencia', tehát az Univerzum hullámfüggvényének folytonos redukciója mostanában kerül a kutatások homlokterébe¹³.

Kutatásaim szempontjából a 80-as évek második felében az alábbi három egymásra épülő feladatot kell utólag kiemelnem:

a) Meg kellett teremteni a folytonos kvantummechanikai mérés flexibilis matematikai modelljét.

b) Elfogadható fizikai motivációk alapján, a kvantumelmélet módosításával, modellezni kellett a hullámfüggvény univerzális redukcióját.

c) Meg kellett vizsgálni a (folytonos) kvantummechanikai mérés relativisztikusan invariáns modellezésének lehetőségét.

Az a) feladat kielégítő megoldást nyert T1-T3 munkáim által, elsősorban T2 Ito-egyenleteivel.

A b) feladat megoldását T4-T7 munkáim célozták. Közülük T5, T7 zárt és paraméterfüggetlen univerzális redukciós egyenleteket javasol, ezzel meghaladja a korábbi modelleket. (Bár utóbb Ghirardi, Grassi és Pearle¹¹ egy levágási paraméter bevezetését elkerülhetetlennek ítéli elméletemben.)

A c) feladattal T8-T10 munkáim kapcsolatosak, T9-ben be is vezetem relativisztikus terek folytonos mérését, T10-ben pedig többszörös lokalizált mérésüket írom le. Méréselméletben úttörőnek számít az általam javasolt standard térelméleti technika.

Végül megjegyzem, hogy az univerzális spontán folytonos méréselmélet relativisztikus általánosításáig nem jutottam el, bár erőfeszítéseim végsősoron ennek előkészítésére irányultak. Vélhetően a 'kozmikus dekoherencia' vizsgálatához a méréselméleti kabátot újra kell majd gombolni, de a spontán folytonos méréselméletek bizonyos elemei biztosan meg fognak őrződni.

II. A kutatási módszer

A folytonos kvantummechanikai mérés elméletét a közelmúltban publikált⁵⁻⁸ eredményekből kiindulva fejlesztettem ki. A különböző kutatási irányzatok eredményeit módszeresen összevetettem. Az egyes iskolák motivációi és a felhasznált matematika igen eltérőek voltak. Többéves útkeresés nyomán a stochasztikus differenciálegyenletek Ito-féle formalizmusa¹⁴ bizonyult a leghatásosabb matematikai eszköznek. Ezzel több fentemlített kutatási irány kerülhetett közös nevezőre.

A nem-markovi folytonos kvantummechanikai mérés elmélete természetesen nem írható le stochasztikus differenciálegyenletekkel. Itt a szokásos relativisztikus kvantumtérelméletnek egy úgynevezett superoperátoros formalizmusát alkalmaztam, melyet korábban főleg nemegyensúlyi statisztikus fizikában használtak¹⁵.

Súlyt helyeztem az önálló részeredmények folyamatos publikálására, míg összefoglaló munkáimat nagyobb időközönként jelentettem meg. A folyamatos publikációs tevékenység révén sikerült munkáimat haszonnal beillesztenem a méréselméleti probléma kutatásának nemzetközi kölcsönhatásaiba.

III. Új tudományos eredmények

a) A nemrelativisztikus folytonos mérés matematikai apparátusáról:

T1) Véges diszkrét Markov-típusú kvantumrendszerek esetében alternatív bizonyítást adtam Gisin⁶ tételére: a ρ sűrűségoperátor mindig, a mérési folyamat alatt is, lineáris evolúciós (mászter-) egyenletnek kell eleget tegyen. Ennek alakja: $\dot{\rho} = \mathcal{L}\rho$, ahol $\mathcal{L}$ lineáris szuperoperátor (Liouville-operátor). Megmutattam, hogy adott $\mathcal{L}$ Liouville-operátorhoz mindig konstruálható Gauss-típusú és Poisson-típusú Ψ -értékű stochasztikus folyamat. Egyszerű példákkal igazoltam, hogy mindkettő alkalmas a hullámfüggvény (2) redukciójának leírására.

T2) Bebizonyítottam, hogy szabad kvantumrészcseke q koordinátájának Gauss-típusú folytonos mérése Ito-féle stochasztikus differenciálegyenletekkel írható le:

$$dP = \mathcal{L}Pdt + \{q - \langle q \rangle, P\}d\xi$$

$$d\bar{Q} = \langle q \rangle dt + \gamma^{-1} d\xi$$

ahol $P = |\Psi\rangle\langle\Psi|$ és $\mathcal{L} = -i[H, \cdot] - (\gamma/4)[q, [q, \cdot]]$. $\bar{Q}$ a mért $\bar{q}$ koordinátaértékek primitív függvénye, ξ pedig $\gamma/2$ korrelációjú Wiener-folyamat, ahol γ szabályozza a folytonos koordinátamérés pontosságát. Ezzel utat nyitottam az Ito-egyenletek általános alkalmazására a folytonos kvantummechanikai mérés elméletében.

T3) Szabad m tömegű részecske folytonos koordinátamérésének Ito-egyenleteiről¹² kimutattam, hogy stacionárius megoldásuk $\sigma = (2\gamma m)^{-1/4}$ szélességű hullámcsomag, mely a klasszikus részecskepályákat imitálja. Megmutattam, hogy a hullámcsomag kismértékű véletlen bolyongást végez a klasszikus pálya mentén:

$$d\langle p \rangle = d\xi, \quad d\langle q \rangle = (1/m)\langle p \rangle dt + 2\sigma^2 d\xi.$$

ahol $\langle p \rangle$ illetve $\langle q \rangle$ a hullámcsomag kanonikus koordinátái.

b) Univerzális spontán folytonos mérés, egyesített mikro- és makrodinamika:

T4) A Ghirardi-Rimini-Weber elméletben¹³ elsőként javasoltam a folytonos mérésnek megfelelő módosítást. Makroszkopikus merev testre alkalmazva megmutattam a forgási szögekben fellépő lokalizációt.

T5) Feltételezve, hogy a méréselméleti probléma egyfajta univerzális 'gravitációs dekoherencia' útján oldható meg, nemrelativisztikus mászter-egyenletet írtam fel a sűrűségoperátor evolúciójára:

$$\begin{aligned} \dot{\rho} &= \mathcal{L}\rho = \\ &= -i[H, \rho] - (G/4) \iint [f(r), [f(r'), \rho]] \frac{dr dr'}{|r-r'|} \end{aligned}$$

ahol G a Newton-állandó, f pedig a tömegeloszlás operátora. Ez az egyenlet mindmáig az egyetlen paraméterfüggetlen redukciós egyenlet.

T6) A fenti mászter-egyenlet háttérében a Newton-féle gravitációs potenciál fehér-zaj típusú, általam korábban feltételezett¹⁰, univerzális fluktuációja áll. Kimutattam, miért tér el az én redukciós elméletem téridőfluktuáció spektruma a Károlyházy-féle elméletétől⁹.

T7) Kidolgoztam az f tömegeloszlás folytonos mérésének nemrelativisztikus elméletét. Az elmélet visszaadja korábbi gravitációs mászter-egyenletemet¹³. Az elmélet Ito-egyenleteiről kimutattam, hogy a kvantummechanikai mérés folyamatként való leírását adják, speciális határesetben a Neumann-mérésre vezetnek.

c) A méréselmélet relativisztikus aspektusairól:

T8) Levezettem a Landau-sűrűségoperátor egzakt mászter-egyenletét a standard kvantum-elektrodinamikában, szuperoperátor formalizmust¹⁵ alkalmazva. Az egyenletből meghatároztam a spontán emisszió hatáskeresztmetszetét, nem korlátozódva a dipól közelítésre.

T9) Megalkottam a relativisztikus kvantumterek folytonos mérésének fenomenologikus elméletét. Megmutattam, hogy az elmélet matematikailag ekvivalens egy bizonyos kvantumstochasztikus térelmélettel, ahol a kvantált és a klasszikus terek új típusú kölcsönhatásban vannak. Szuperoperátor formalizmusban¹⁵ meghatároztam a (nem-unitér) szuper-szórásoperátort. Megmutattam, hogy markovi határesetben visszakapjuk a folytonos mérés Ito-egyenleteit.

T10) A Neumann-féle nemrelativisztikus idealizált mérőberendezés¹ elméletét kiterjesztettem relativisztikus kvantumtereken végzett lokalizált mérésekre. Kiküszöböltem a hullámfüggvény redukciójának explicit szerepeltetését. Így kovariáns egyenletekkel tudtam leírni a téridő különböző tartományain nyert $\{\bar{A}_k\}$ lokális mérési eredmények w szimultán valószínűségeloszlását:

$$w(\bar{A}_1, \bar{A}_2, \dots) = \text{const} \times |\Psi_{\text{out}}(\bar{A}_1, \bar{A}_2, \dots)|^2,$$

ahol

$$\Psi_{\text{out}}(\bar{A}_1, \bar{A}_2, \dots) = T \exp \left[-\sum_k \left(\frac{\bar{A}_k - A_k}{2\sigma_k} \right)^2 \right] \Psi_{\text{in}}$$

alakú; $\{A_k\}$ jelöli a mért lokalizált operátorokat, $\{\sigma_k\}$ a megfelelő mérési pontosságokat, Ψ_{in} a Heisenberg-állapotot, T pedig az időrendezést.

IV. Az eredmények hasznosítása

Ismertetett tevékenységem a fizikai alap kutatás elméleti területén felvethető fundamentális problémák vizsgálatára irányult. A kvantummechanikai méréselmélet kutatásával nyert eredményeim elsősorban az elméleti fizika egyetemes, de öntörvényű érdekeit szeretnék szolgálni. A kvantummechanika megalapozott kozmológiai alkalmazása a legújabb felismerések szerint nem előzheti meg a folytonos redukció problémájának megoldását. Emellett a kísérleti (például kvantumoptikai, gravitációshullám-detektálási) kutatás már ma is igényeli és használja a Neumann-félenél hajlékonyabb folytonos méréselméletet.

Köszönetnyilvánítás

Illetti az MTA KFKI Részecske és Magfizikai Kutató Intézetét, ezen belül a Részecskefizikai Osztályt, hogy a feltételeket, nem utolsósorban a kutatási szabadságot, biztosította munkám kiteljesítéséhez. Köszönöm személy szerint Dr. Lukács Bélának a közös kutatásokon messze túlmenő segítségét, Dr. Frenkel Andornak és Dr. Sebestyén Ákosnak a számos hasznos megbeszélést; végül Károlyházy Frigyes, Gian-Carlo Ghirardi, Nicolas Gisin, Abner Shimony és néhai John Bell professzoroknak munkám iránti sokévi megtisztelő érdeklődésüket.

V. A tézisek alapjául szolgáló publikációk
(Ahol az egyetlen szerző L.D., nem írtam ki.)

- ^{T1} Quantum-stochastic processes as models for reduction of state
J.Phys. A21, 2885-2897 (1988)
- ^{T2} Continuous quantum measurement and Ito-formalism
Phys.Lett. 129A, 419-423 (1988)
- ^{T3} Localized solution of simple nonlinear quantum Langevin-equation
Phys.Lett. 132A, 233-236 (1988)
- ^{T4} On the motion of solids in modified quantum mechanics
Europhys.Lett. 6, 285-290 (1988)
- ^{T5} A universal master equation for the gravitational violation of the quantum mechanics
Phys.Lett. 120A, 377-381 (1987)
- ^{T6} On the minimum uncertainties of space-time geodesics
(L.Diósi and B.Lukács)
Phys.Lett. 142A, 331-334 (1989)
- ^{T7} Models for universal reduction of macroscopic quantum fluctuations
Phys.Rev. A40, 1165-1174 (1989)
- ^{T8} Landau's density matrix in quantum-electrodynamics
Found.Phys. 20, 63-70 (1990)
- ^{T9} Relativistic theory for continuous measurement of quantum fields
Phys.Rev. A42, 5086-5092 (1990)
- ^{T10} Covariant formulation of multiple localized quantum measurements
Phys.Rev. A43, 17-21 (1991)

Általános irodalom

- ¹ J.von Neumann, *Matematische Grundlagen der Quanten Mechanik* (Berlin, Springer, 1932)
- ² N.G.vanKampen, *Physica* A153, 97 (1988)
H.Feschbach and V.F.Weisskopf, *Phys.Today* 41, 9 (1988)
- ³ H.Everett, *Rev.Mod.Phys.* 29, 454 (1957)
K.Hepp, *Helv.Phys.Acta* 45, 237 (1972)
- ⁴ J.S.Bell, *Phys.World* 3, 33 (1990)
- ⁵ P.Pearle, *Phys.Rev.* D13, 857 (1976); D33, 2240 (1986)
- ⁶ N.Gisin, *Phys.Rev.Lett.* 52, 1657 (1984); *Helv.Phys.Acta* 62, 363 (1989)
- ⁷ A.Barchielli, L.Lanz and G.M.Prosperi, *NuovoCim.* B72, 79 (1983)
- ⁸ L.Diósi, *Phys.Lett.* 112A, 288 (1985); 114A, 451 (1986);
Phys.Rev. D33, 3785 (1986); *Phys.Lett.* 122A, 221 (1987)
- ⁹ F.Károlyházy, *NuovoCim.* 52, 390 (1966)
F.Károlyházy, A.Frenkel and B.Lukács, in *Physics as Natural Philosophy*, eds.: A.Shimony and H.Feschbach (MIT Press, Cambridge, MA, 1982); in *Quantum Concepts in Space and Time*, eds.: R.Penrose and C.J.Isham (Clarendon, Oxford, 1986)
F.Károlyházy, in: *Sixty-Two Years of Uncertainty: Historical Philosophical and Physics Inquires into the Foundations of Quantum Physics*, ed.: A.I.Miller (Plenum, New York, 1990)
- ¹⁰ Diósi L., *Kandidátusi Értekezés* (1986)
L.Diósi and B.Lukács, *Annln.Phys.* 44, 488 (1987)
- ¹¹ G.C.Ghirardi, A.Rimini and T.Weber, *Phys.Rev.* D34, 470 (1986)
G.C.Ghirardi, R.Grassi and P.Pearle, *Phys.Rev.* D42, 1057, (1990)
- ¹² Y.Aharonov and D.Z.Albert, *Phys.Rev.* A24, 359 (1981)
- ¹³ M.Gell-Mann and J.B.Hartle, CALT-68-1647; UCSBTH89-36
A.Albrecht, FERMILAB-Pub-90/128-A
- ¹⁴ L.Arnold, *Stochastic Differential Equations: Theory and Application* (Wiley, New York, 1974)
- ¹⁵ K.Chou, Z.Su, B.Hao and L.Yu, *Phys.Rep.* 118, 1 (1985)