Elektronika és méréstechnika

Varga Dezső és Bagoly Zsolt

Mon Apr 29 14:10:43 CEST 2013

1. fejezet

Elektronikai alapfogalmak

1.1. Az elektronika szerepe a méréstechnikában

A természettudományi megismerés alapja a mérés. A mérés mint a környezetről való információszerzési forrás a tudományos igényeken jelentősen túlmutat: tágabb értelemben mérésnek tekinthető pl. a fényképezés is, de mérés történik az olyan hétköznapi kommunikációk során, mint pl. egy elektronikus kapunyitás vagy akár a telefonálás. Az elmúlt évtizedek technológiai fejlődésével az elektronikus eszközök rendkívüli súlyt kaptak az ilyen, igen általánosan mérésnek tekinthető folyamatokban.

Jelen jegyzet elsősorban fizikusok számára készült, és ennek megfelelően ad képet a modern méréstechnikai eszközök felépítéséről. Egy kutató számára elengedhetetlen, egy laikus számára akár a mindennapokban is hasznos ezen rendszerek működési elveinek megismerése, még akkor is, ha a teljes rendszer részleteiről nem lehetséges, (és nem is igazán időhatékony) mindent megtudni.

Egy mérési folyamatot három szakaszra érdemes osztani, melyek általában jól elkülöníthetők:

A A mérendő mennyiség elektronikus jellé való alakítása. Ezt a feladatot az úgynevezett *szenzorok* oldják meg, amelyek rendkívüli fejlődésen mentek keresztül az elmúlt évtizedekben. A szenzorok a mérendő fizikai mennyiséget (pl. hőmérséklet) tipikusan egy vagy több feszültségszintté alakítják: ezek a szintek akár időben gyorsan változóak is lehetnek, és bonyolultan függhetnek a mérendő mennyiség(ek)től és egyéb külső (pl. kalibrációs) paraméterektől. Gyakran a szenzorokat igen nagy számban, egy időben használják.

B A szenzorok által adott elektromos jelet fel kell dolgozni, ami részben a kalibráció figyelembe vételét jelenti. A mérőberendezés ismeretében a mérés során kapott nyers adatok~~at visszaalakítjuk~~ ból megpróbálunk következtetni az eredeti értékre, lehetőség szerint kiküszöbölve a mérőberendezés és a mérési folyamat torzítását. Ez nem mindig sikerül tökéletesen, Főként

Az elektronikus jelekkel való műveletvégzés félvezető eszközök használatán alapul, ezek fizikai hátterét, működési elveit csak gyakorlati szempontból mutatjuk be. A digitális eszközök a jelek számokká alakításában kapnak elsőként szerepet. Összetett digitális rendszerekkel az adatfeldolgozási problémák oldhatók meg, ezek felépítését végigkövetjük az elemi építőkövektől a számítógépek általános szerkezetének szintjéig. A jegyzetben emellett bemutatjuk a tényleges fizikai megvalósítás szempontjait, ami technológiai szempontból komoly fejlődésen ment keresztül.

1.2. Az elektronikai kapcsolások működésének fizikai háttere

Az elektronikai eszközök a klasszikus elektrodinamika törvényeit követik. Egyelőre nagyon kevés olyan eset van ahol a kvantummechanikai effektusok nem csak mint egy kis méretű, jól körülhatárolt elemi alkotórész néhány paraméterében jelennek meg – ez utóbbira példák a lézer-diódák és általában a félvezető eszközök. Az elektrodinamika törvényeit a Maxwell-egyenletek fogalmazzák meg. Gyakorlati szempontból fő probléma, hogy az utóbbiakban az anyagi tulajdonságok is szerepet kapnak, melyek miatt azaz a rendszert rendkívüli pontossággal kellene ismerni hogy egzaktul leírjuk működését. Ezzel szemben *az elektronika az egyszerűsítésről szól:* idealizált alkatrészeket próbálunk megvalósítani, és ezekből felépíteni egy összetett rendszert. Jelen fejezetben az egyszerűsítés és idealizálás lehetőségeit tekintjük át, rámutatva ezen közelítések határaira is.

1.2.1. A Maxwell-egyenletek

A négy Maxwell-egyenlet írja le az elektromos és mágneses terek kölcsönhatását egymással és a külső töltésekkel; és áramokkal:

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \tag{1.1}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \tag{1.2}$$

$$\nabla x \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \tag{1.3}$$

$$\nabla x \mathbf{H} = \mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \tag{1.4}$$

Jelentésük:

Az $\mathbf{E}$ elektromos térerősség forrásai a töltések, a $\mathbf{B}$ mágneses térerősség örvényességét pedig a töltések mozgása, az áram $\mathbf{j}$ sűrűségvektora határozza meg. Az egyenletek szerint a mágneses térnek nincs forrása (ez lenne a hipotetikus mágneses monopólus), az elektromos tér örvényességét pedig a mágneses tér időbeli változása okozza.

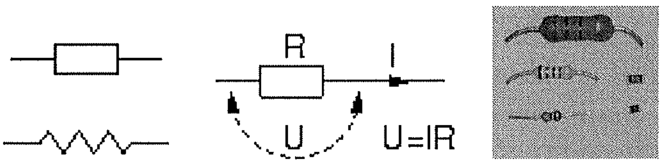
nagyon döcögős a stílus.

Lehet konkrétan kell kéne írni hogy melyik egyenlet melyikért felel.

1.2.2. Idealizált elektronikus alkatrészek

Idealizáltnak azon alrészeit nevezhetjük a rendszernek, ami csak nagyon kevés, jól definiált külső paramétertől függő viselkedést mutat (például a teljes átfolyó áram illetve a két végpontja közti feszültségkülönbség), azaz a Maxwell-egyenletek megoldását praktikusan egyáltalán nem kell elvégezni esetükben. A legfontosabb példák az ellenállás, a kondenzátor (kapacitás) és az induktivitás (tekercs), mint egyedi alkatrészek. A továbbiakban megismerünk bonyolultabb elemi alkatrészeket is, de elvi újdonságot azok sem tartogatnak majd. Minden idealizált alkatrészre jellemző, hogy vannak „végpontjai" vagy „kivezetései", amiken jól meghatározott áram folyik, és bármely kettő között a feszültség értéke meghatározható. A kivezetéseket kivéve máshol nem folyik áram (sem ki, sem be) a rendszerbe, és az áramkör más része által érzékelhető feszültséget sem keltenek ezek az eszközök.

Az ellenállás mint alkatrész az Ohm-törvényt követi, azaz olyan anyagból készül, amelynél a vezetőképesség független az áramtól (ne feledjük ez utóbbi feltétel nem mindig teljesül, gondoljunk pl. a melegedés miatti változásra). Az ellenállás nemzetközi (és még mindigy gyakran használt hagyományos amerikai) rajzjele az 1.1 ábrán látható:



(a) (b)

1.1. ábra. Ellenállás rajzjele (bal fent a nemzetközi, bal alul a hagyományos amerikai), rajta eső feszültség és az áram jelölése. Kép: ellenállások (klasszikus, jobbra SMD)

Az eszköznek két egyenértékű kivezetése van. A két kivezetésen ugyanakkora I áram folyik zérus előjeles összeggel (ld. 1.2.3 fejezet, Kirchoff-féle csomóponti törvény), a két kivezetés között U feszültség-különbség mérhető. A kettő közötti kapcsolat a fent említett *Ohm-törvény:* $U = IR$. Fontos hogy ez *időben változó áram és feszültség esetén is teljesül.* Néhány ellenállás fizikai megvalósítása látható a fenti képen, mind a klasszikus, mind a felületszerelt (surface mounted device, SMD) elrendezés, ami utóbbi szinte kizárólagos szerepet kap a modern eszközökben.

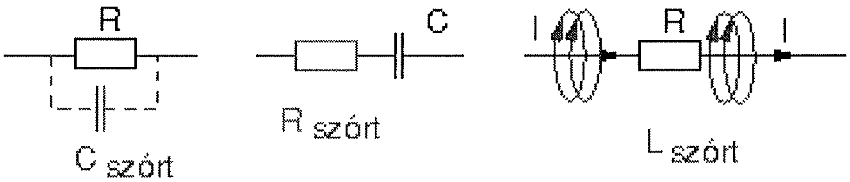
A kondenzátor egy jelentős kapacitással rendelkező eszköz. Szintén két kivezetése van, amelyeken az áram ugyanakkora mindig. A két oldal közt mérhető feszültség arányos a (kívülről közvetlenül nem látható) tárolt töltéssel: $Q = CU$. Rajzjele az 1.2 ábrán látható.

Fontos, hogy a Q töltés a befolyt áramból származik, tehát Q definíciója az, hogy időbeli deriváltja éppen az áram: $\frac{dQ}{dt} = I$. A továbbiakban Q helyett tehát az I és U

Az ideális eszközök neve is arra utal, hogy ilyenek a valóságban nem is léteznek. Fontos kérdés, hogy mennyire lehet ideálisnak tekinteni a valós alkatrészeket, illetve ha nem igazán, akkor mi a jobb közelítés.

Egy ellenállás két vezetéke között elektromos feszültség van, azaz a vezeték fizikai méretéből adódik egy pici, véges kapacitás. Első közelítésben tekinthetjük úgy, hogy egy valódi ellenállás egy ideális ellenállás és egy kis értékű ideális kondenzátor párhuzamos kapcsolása. Ez utóbbi, a megvalósítástól és a geometriai elrendezéstől igen nagyban függő kapacitás neve a „szórt" vagy „parazita" kapacitás (angolul „stray" vagy „parasitic"), arra utalva, hogy az ideálistól való eltérést igyekszik megbecsülni.

Hasonló jelenségek a többi alkatrésznél is előfordulnak: ha az ellenállás úgy van kialakítva, hogy egy vékony huzalt tekercselnek egy kerámia hordozóra, akkor szórt induktivitása lesz az eszköznek. Egy kondenzátor vezetékeinek véges a vezetőképessége, ezért szórt (soros) ellenállással fog rendelkezni. Még magában a vezetékben folyó áram is indukál mágneses teret, tehát a hosszú vezetékkel rendelkező alkatrészek szórt induktivitása sem elhanyagolható általában.



1.4. ábra. Példák szórt vagy parazita paraméterekre

A szórt paraméterek nagyságrendi becslését általában könnyen meg lehet adni, mert a modern eszközök (különösen a felületszerelt kialakítás) ezeket minimálisra igyekeznek csökkenteni. Nagyon jól megfogalmazható a következő szabály: ha egy adott tipikus frekvenciájú jelre tervezünk berendezést, akkor az egyes alkatrészek mérete legyen körülbelül egy százada a frekvenciából számolható elektromágneses hullám hullámhosszának, ekkor nagyságrendileg 1% alatt maradnak a szórt paraméterek hatásai. Ugyanezt jelenti, hogy ha a jel változásának adott tipikus időskáláját ismerjük, akkor ezt megszorozva a fény sebességével, ennél jóval kisebb méretű eszközöket használjunk. A kérdéskörre még visszatérünk az áramkörök fizikai megvalósítását tárgyaló XXXXX fejezetben.

1.2.3. A Kirchoff-törvények

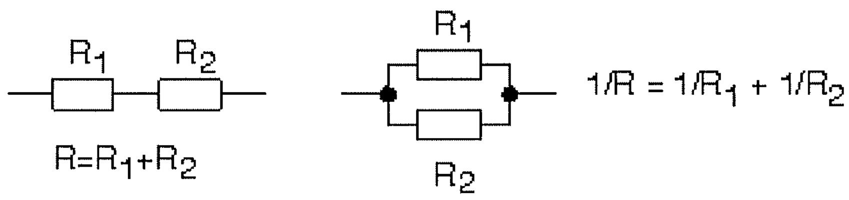
A Gustav Kirchoff által megfogalmazott szabályok a Maxwell-egyenletek igen jól használható közelítéseit fogalmazzák meg, segítségükkel tetszőleges áramkör viselkedésének alapegyenletei (melyek közönséges differenciálegyenletekké egyszerűsödnek így) felírhatók.

A Kirchoff-féle csomóponti törvény legegyszerűbb megfogalmazása, hogy egy tetszőleges áramköri csomópontba a be- és kimenő áramok (előjelesen) kiegyenlítik egymást.

A Kirchoff-féle csomóponti törvény egyik legegyszerűbb alkalmazása az a fentiekben esetleg triviálisnak tűnő kijelentés, miszerint egy két kivezetéssel rendelkező eszköz ki- és bemenő árama ugyanakkora.

Két ellenállás soros kapcsolásánál ki lehet használni, hogy a két áram ugyanaz (hiszen a köztük levő csomópontba a ki- és bemenő áram ugyanaz kell legyen), illetve a huroktörvény alapján a két ellenálláson eső feszültségek összege ugyanakkora mint a soros eredőn eső feszültség. Ebből adódik a soros kapcsolás jól ismert szabálya, miszerint az eredő ellenállás a két ellenállás értékének összege. Hasonló meggondolás vezet a párhuzamosan kapcsolt ellenállások eredőjének kiszámolására: a két ellenálláson eső feszültség ugyanakkora (mert hurkot alkotnak), az eredő áram pedig az átfolyó áramok összege. A párhuzamos kapcsolás esetén az eredő ellenállás reciproka adódik mint a két ellenállásérték reciprokainak összege. Mindezekre az 1.6 ábra mutat emlékeztetőt.

Kondenzátoroknál és induktivitásoknál szintén analóg összeadási szabályok teljesülnek. (← Impedancia fogalom még nincs bevezetve.)



1.6. ábra. Ellenállások soros és párhuzamos kapcsolása

Ellenállások hálózatának eredője nem mindig számolható ki soros- és párhuzamos eredőkből való egyszerűsítéssel, melyet ~~amit~~ az 1.7, hídkapcsolásnak nevezett elrendezés is szemléltet. Hasznos eset méréstechnikai szempontból, amikor a középső R_5-ös ellenálláson éppen zérus a feszültség (illetve az áram is): ekkor a híd kiegyensúlyozott, az ellenállások arányaira pedig nagy pontossággal teljesül, hogy $R_1/R_2 = R_3/R_4$. A kiegyensúlyozott híd esetén az R_5 helyére érzékeny tartományban működő műszert (pl. árrammérőt) helyezhetünk: ekkor az egyensúly kicsi megbomlása is nagy jelhez vezet. A hídkapcsolás ágainak a helyes tervezésével erősen csökkenthető a külső (pl. hőmérséklet változás) hatása. Az ágakba gyakran kerülnek kondenzátorok vagy akár tekercsek, amivel a kiegyensúlyozottság a frekvencia függvényében is vizsgálhatóvá válik.

Felvázolható ~~Lehetőség van~~ olyan áramköri hálózat ~~kialakítására~~ is, mely ~~ami~~ megszámlálhatóan végtelen sok alkatrészből áll. A 1.8 ábra szerinti létrakapcsolás ilyen: R_1 és R_2 értékű ellenállásokból alakítható ki.

Feltételezve, hogy ha egy elemmel bővítjük a létrát, akkor nem változik az eredő ellenállása (mert végtelen), kiszámolható az eredő: $2R_e = R_1 + \sqrt{R_1^2 + 4R_1R_2}$. A fenti ellenállás-létra abban a speciális esetben mikor $R_2 = 2R_1$ teljesül (ekkor eredője épp $2R_1$), R-2R létra néven alkalmazásra talál a digitális számok analóg feszültségértékké

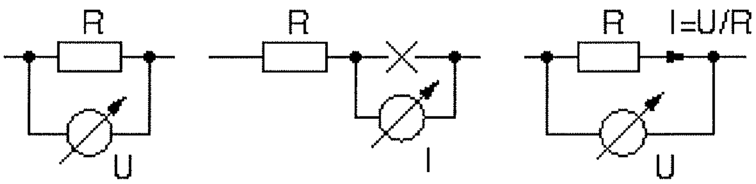
$R_1 + R_2$ állandó, ezért a feszültségszint az $R2$-vel arányos, a „csúszka” mozgatásával beállítható. A képletet „potenciométer-formulának” is szoktuk nevezni, mert sokszor előfordul az összetett kapcsolások elemzése során.

1.2.4. Feszültség- és árammérés

A feszültségmérés két pont között történik, tehát ezen két pont között kell elhelyezni a mérőműszert. Optimális esetben nem folyik áram a műszeren keresztül, ami azzal analóg, hogy a műszert egy gyakorlatilag végtelen ellenállással helyettesíthetnénk. A valóságban ez a *belső ellenállásnak* nevezett érték véges, modern eszközöknél jellemzően $10\text{M}\Omega$, de gyártástechnológiailag lehetne jóval nagyobb is. Ma már nem használunk mutatós voltmérőket.

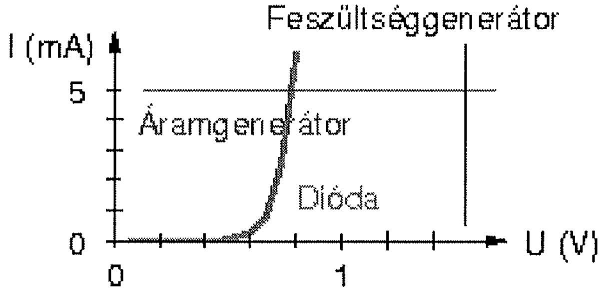
Az árammérés egy vezetéken keresztül átfolyó áramot igyekszik pontosan meghatározni, tehát *a vezeték megszakításával* az áram útjába kell a műszert rakni. Ideális esetben az árammérőn nem esik feszültség, tehát nagyon kicsi (zérus) ellenállásértékkel helyettesíthető. Ez az ellenállás a gyakorlatban 1 és 100 Ω nagyságrendjébe esik.

Észrevehetjük, hogy a gyakorlati feszültségmérők sokkal jobban közelítik az „ideálisnak” nevezhető eszközt, mint az árammérők. Ennek oka, hogy nagyon nagy bemeneti ellenállású feszültségmérőt viszonylag könnyű készíteni, azaz a feszültségmérőn nagyon kicsi áram halad át. Az árammérést általában a belső ellenálláson eső feszültség mérésre vezetik vissza, ez - még erősítő alkalmazása esetén is - nehezen csökkenthető a zaj, zavarok miatt. Ráadásul, árammérésnél meg kell szakítanunk az áramkört ami nem egyszerű (erre utal az 1.10 ábra is). Ezen okok miatt az áramot igyekszünk közvetett módon, az Ohm-törvényt kihasználva feszültségméréssel elvégezni: amennyiben lehetséges, az áramkörben egy ismert ellenálláson meghatározzuk a feszültséget, és ebből számoljuk az áramot. Ritka az hogy ilyen ismert ellenállást ne tudnánk találni, sőt gyakran épp emiatt helyeznek el ellenállásokat a megfelelő helyeken a tervezés és gyártás során.



1.10. ábra. Feszültség- és árammérés. A feszültségméréskor (balra) a mérőműszert párhuzamosan, az áram mérésekor (középen) az eszközt (az áramkör megszakításával!) sorosan kell bekötni. Közvetett árammérésre (jobbra) ismert ellenállásérték esetén van lehetőség, feszültségméréssel.

A feszültség- és árammérést multiméternek nevezett, többfunkciós műszerrel szokás modern laboratóriumi körülmények, de akár házilagos esetekben is mérni. A multiaz átfolyó áramtól, vagy az áramgenerátor, amely árama független a rajta eső feszültségtől. Valójában tetszőleges lehet a kapcsolat U és I között: az úgynevezett általános kétpólust (azaz általános, két kivezetéssel rendelkező, egyenfeszültségű alkatrészt) éppen az $I(U)$ függvény (vagy ennek inverze) definiálja. *Az* $I(U)$ *függvényt karakterisztikának nevezzük.* Az ellenállás karakterisztikája eszerint épp az Ohm-törvény. A feszültség- és áramgenerátor karakterisztikáját az jellemzi, hogy állandó a rajtuk eső feszültség illetve az átfolyó áram. Az egyenirányító diódák, melyet a XXXX fejezetben tárgyalunk részletesen, bonyolult karakterisztikával rendelkező eszközök, melyekre az jellemző, hogy egy bizonyos feszültség alatt szinte egyátalan nem vezetnek, fölötte az áram viszont gyorsan növekszik. Erre a néhány karakterisztikára mutat példát az 1.11 ábra.



1.11. ábra. Tipikus karakterisztikák: feszültséggenerátor (1,5V-os telep), áramgenerátor (5 mA-es), dióda.

Fontos megjegyezni, hogy az általános kétpólusok közül kitüntetett szereppel bír az ellenállás: ez az egyetlen olyan alkatrész, ahol az áram szigorúan arányos a feszültséggel, azaz a karakterisztika lineáris. Általános esetben, különösen a félvezető eszközöknél, tetszőleges, nem lineáris karakterisztikákat is találunk.

Egy egyenfeszültségűnek tervezett áramkört adott karakterisztikájú elemekből összerakva, majd azt bekapcsolva, egy idő után stabil egyensúlyi helyzet áll be (ha nem így lenne, nem nevezhetnénk egyenfeszültségűnek – a későbbiekben a nem egyensúlyi, például oszcilláló rendszereket is megvizsgáljuk). Ezt az *egyensúlyi állapotot nevezzük munkapontnak:* minden alkatrész a saját karakterisztikájának megfelelően enged át áramot és esik rajta feszültség, a Kirchoff-törvények pedig minden csomópontra és hurokra teljesülnek.

Tekintsünk egy példát. Egy $U_0 = 1,2V$-os telepet, egy $R = 240\Omega$-os ellenállást és egy ismert karakterisztikájú diódát kapcsolunk sorba egymással, egy hurokban, az 1.12 ábra szerint.

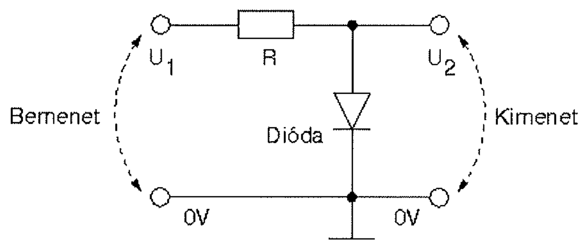
A telep áramot indít az ellenálláson, a feszültség egy része a diódán esik. Olyan áram fog stabilan folyni (minden eszközön ugyanakkora, a csomóponti törvény alapján), amikor a diódán és az ellenálláson eső feszültség összege épp a telepfeszültséget adja ki (a huroktörvény alapján). Érdemes a telep és az ellenállás egymással való sorbakötését

Ha egy rendszer nem lineáris és időfüggő – a gyakorlatban szinte minden rendszer ilyen – akkor viselkedése általános esetben nem jósolható. Sőt: előfordulhat, hogy a paraméterek bizonyos tartományában alapvetően más viselkedést mutat mint másutt: például kis telepfeszültségnél van egyensúlyi helyzete (munkapontjai), nagyobb feszültségnél pedig kontrollálatlanul oszcillál (begerjed). A nemlineáris rendszerekre jellemző, hogy kaotikus viselkedést mutathatnak: ez épp azt jelenti, hogy bár ismerhető egyenletek szerint fejlődik, mégis jósolhatatlan a rendszer jövőbeli állapota. (mert a paraméterekre túl érzékeny)

Mivel minden, számunkra érdekes elektronikus rendszer nem lineáris és időfüggő egyszerre, olyan tervezési elveket kell alkalmaznunk, amivel a kaotikus viselkedést elkerüljük. Az alapgondolat egyszerű: a rendszernek legyen egy egyensúlyi állapota (azaz adott munkapontokban legyen akkor, ha benne épp nincsenek feldolgozandó jelek), és a tervezést végezzük úgy hogy ezen *egyensúly körüli kis perturbációkra nézve legyen minél jobb közelítéssel lineáris.*

Azt hogy mikor tekinthető kicsinek egy perturbáció (kitérés vagy zavar), a rendszer részletei döntik el. Az elektronikus alkatrészek karakterisztikái általában sima, azaz sokszor differenciálható függvények. Egy karakterisztikát az egyensúly körüli kis jelekre tekinthetünk egyenes~~nek~~ként, és amíg ez jó közelítés (azaz a Taylor-sorfejtés magasabb rendjei elhanyagolhatók), a kis jelekre nézve valóban lineáris lehet a rendszer.

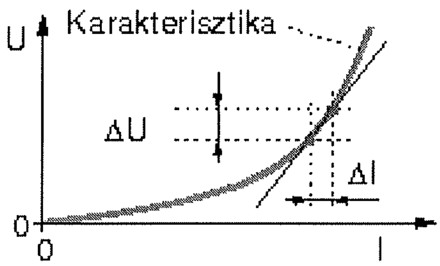
Tekintsünk egy példát: építsünk fel egy igen egyszerű elektronikai rendszert úgy, hogy sorbakötünk egy R ellenállást és egy diódát az 1.13 ábra szerint. A dióda egyik pólusát kössük zérus potenciálra, a másik, R ellenállással közös póluson megjelenő feszültséget pedig nevezzük „kimenő feszültségnek”. A rendszerbe „bemenő feszültséget” a zérus és az ellenállás nem diódához kapcsolódó pontja közötti feszültségként értelmezzük.



1.13. ábra. Egy nem lineáris rendszer, bal oldalon az U_1 bemenő-, jobb oldalon az U_2 kimenő feszültséggel

Anélkül hogy bármi előzetes ismeretünk lenne a diódáról, tudjuk, hogy karakterisztikája majd meghatározza a viselkedését. Tegyük fel, hogy ezt, azaz a feszültség-áram kapcsolatot az f függvény adja meg, $U = f(I)$ szerint.

Ha a kimenet irányába (tételezzük fel!) nem folyik áram, akkor a bemenő U_1 és kimenő U_2 feszültség között a kapcsolat ezzel a két egyenlettel adódik: $U_1 = IR + U_2$, $U_2 = f(I)$ (itt U_2 és I az ismeretlenek). Az egyenletrendszer megoldható, időben konstans



1.15. ábra. A differenciális ellenállás, azaz a kis ΔU feszültségváltozás és a kis ΔI áramváltozás aránya az $U(I)$ karakterisztika-függvény mentén a karakterisztika érintőjeként (derviáltjaként) adódik

Egy összetett, nem lineáris áramkört tehát úgy vizsgálhatunk, hogy egyenfeszültségű esetben meghatározzuk a munkapontot (van-e értelme és milyen áramoknál, feszültségeknél), majd ha van, akkor a nemlineáris elemeket a differenciális ellenállásukkal helyettesítünk. Az időfüggő jelekre való válasz az áramkör valódi ellenállásai, kondenzátorai, tekercsei, illetve differenciális ellenállásai által alkotott, lineáris hálózat kiszámolásával adódik. A hangsúly azon van, hogy ez utóbbi már *lineáris*: az 1.5 alfejezet ilyen áramkörök kiszámolását (és kiszámolhatóságát!) tárgyalja.

Az eljárás természetesen csak kicsi változásokra használható: ilyen pl. egy erősítő torzításmentes (túlvezérlés nélküli) viselkedése. Az adott munkapontban működő erősítő kicsi jelekre való viselkedését a fentiek alapján meghatározhatjuk, de ez a közelítés már nem le~~s~~sz érvényes akkor, amikor az erősítőt túlvezéreljük (pl. túl nagy szinuszos jelet vezetünk a bemenetre, és a kimeneten megjelenő jel torzul, mivel nem lehet nagyobb a tápfeszültségnél).

1.5. Lineáris áramkörök

A lineáris rendszerek, azaz a lineáris differenciálegyenletek által leírt, a valóságot többé-kevésbé jól leíró modellek kiemelten fontos szereppel bírnak a fizika tudományában. Két fontos tulajdonságuk miatt van ez így. Egyik, hogy szinte ez az egyetlen olyan egyenletrendszer-típus, amire igen hatékony analitikus megoldási módszerek léteznek. Másik ok, hogy a természetben ténylegesen is nagyon sokszor előfordulnak jó közelítéssel lineáris rendszerek, tehát valóban van értelme foglalkozni velük. A harmonikus oszcillátor (pl. a rugóra függesztett tömeg), aminek épp a linearitás ad létjogosultságot, lépten-nyomon előfordul a klasszikus fizikai problémáktól a kvantummechanikai számolásokig, az anyagfizikától a részecskefizikáig. Ha a modell nem lineáris, akkor – kevés, de épp ezért igen érdekes kivételtől eltekintve – igyekszünk lineáris módon közelíteni, az ettől való (jó esetben) kis eltérést pedig perturbációnak tekinteni. Az elektronikai rendszerek két nagy

$$U(t) = U_0 sin(2\pi ft + \phi) = U_0 sin(\omega t + \phi) \tag{1.16}$$

itt U_0 az amplitúdó nagysága, f a frekvencia (a T periódusidő reciproka), $\omega = 2\pi f$ pedig a körfrekvencia. A fizikus konvenciót követve ez utóbbi formát használjuk, sok-sok π-faktor megspórolására.

A koszinuszos és szinuszos jelek használatára a Fourier-sorokra és a Fourier-transzformációra vonatkozó tételek adnak alapot. Ez utóbbi alapján bármilyen (gyakorlati szempontból előforduló) időfüggő jel egyértelműen felbontható adott amplitúdójú szinuszos és koszinuszos (azaz harmonikus) jelek súlyozott összegére. Lineáris rendszerekben a szuperpozíció elve teljesül, tehát elegendő csak a szinuszos – koszinuszos jelekkel foglalkozni!

Lineáris rendszereket (adott esetben áramköröket) tehát három lépésben egyértelműen lehet vizsgálni, és a megoldásokat megtalálni:

1. A Fourier-transzformációra vonatkozó tételek szerint az időfüggő jeleket egyértelműen felbontjuk különböző frekveciájú és amplitúdójú koszinuszos-szinuszos jelekre, és a kapcsolódó súlyokra.

2. A koszinuszos és szinuszos jelekre kiszámolunk mindent amire kíváncsiak vagyunk, meghatározzuk azok amplitúdó és fázisváltozásait.

3. A ténylegesen létrejövő jeleket (időfüggő feszültségek, áramok) mint a megoldásként adódó, különböző amplitúdójú koszinuszos-szinuszos jeleknek az eredeti ((1) szerinti) súlyokkal szuperponált értékeivel állítjuk elő.

Az (1) és (3) lépések matematikai problémák, melyeknek analitikus vagy numerikus megoldására ismert módszerek vannak (hivatkozás!!!!), jelen jegyzet keretein belül csak néhány példát mutatunk majd be. Ezúttal a (2) lépés, azaz az elektronikai rendszer elemzésének a lényegi része érdekel minket, és ilyen szempontból folytatjuk a gondolatmenetet.

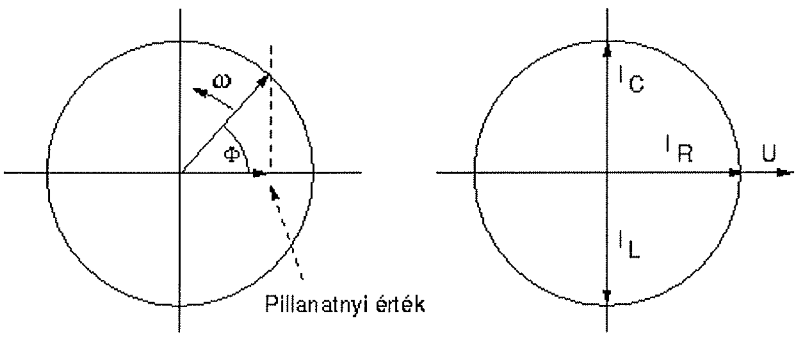
1.5.2. Az alapvető lineáris alkatrészek áram- és feszültségviszonyai állandósult jelekre

Az ellenállás esetében az áram minden időpillanatban szigorúan arányos az árammal az Ohm-törvény szerint. Kondenzátor esetében az áram és feszültség között egy időbeli deriválás teremt kapcsolatot, tehát állandósult esetben, ha a feszültség a fentiek szerint szinuszos, akkor az áram koszinuszos:

$$I(t) = C\frac{d}{dt}U(t) = C\frac{d}{dt}U_0\sin(\omega t) = C\omega U_0\cos(\omega t) = I_0\cos(\omega t) \tag{1.17}$$

miképp lehet egyszerűsíteni ezeket a számolásokat, kettő ilyet bemutatunk az alábbiakban. Egyik a mérnöki technológiában igen elterjedt, forgó vektorokkal való reprezentáció. A másik a fizikusokhoz igen közelálló komplex számokkal való számolás. Rámutatunk arra, hogy a kettő teljesen analóg egymással, az utóbbi viszont olyan sok egyéb helyen előkerül (elektrodinamika, hullámtan, kvantummechanika, anyagfizika), hogy fizikusok számára érdemes megismerni ezt az - esetenként kifejezetten egyszerűbb - leírást.

Egy $U(t) = U_0 \cos(\omega t + \phi)$ alakú függvény tekinthető úgy, mint egy U_0 hosszúságú ω körfrekvenciával körbeforgó vektor vízszintes vetülete az alábbi ábra szerint. A megfelelően választható ϕ fázisszög miatt ebben a szinuszos jelek is benne vannak természetesen. Mivel a rendszerben minden harmonikus jelre ugyanaz lesz a frekvencia, a forgást kitranszformálhatjuk (formálisan „forgó koordinátarendszerbe ülhetünk"), és mondhatjuk, hogy egy referenciaként választott jel legyen éppen koszinuszos, a többit pedig ehhez mérjük. Ellenállás, kondenzátor és induktivitás esetén az áram-vektorok egymáshoz képest az alábbi ábra jobb oldalának megfeleően néznek ki, ha a feszültséget választjuk referenciának. A 90 fokos szög a feszültség és az áram között épp a szinusz-koszinusz közti derviálási viszonyt reprezentálja.



1.18. ábra. Forgó vektor vízszintes vetületével reprezentált harmonikus jel. Ellenállás, kondenzátor és induktivitás árama koszinuszos jellegű feszültség esetén (beülve a vektorokkal együtt forgó rendszerbe)

Ha a feszültség vagy áram igazi, adott időpillanatbeli értékére vagyunk kíváncsiak, akkor az egész vektor-rendszert meg kell forgatnunk természetesen. Erre praktikusan sosincs szükség, hiszen fizikai szempontból az amplitúdó és a relatív fázis egyértelműen megmondja a feszültségviszonyokat.

A komplex számok a fenti, két dimenziós vektorok nagyon elegáns leírását teszik lehetővé. Kiindulva az $e^{ix} = \cos x + i \sin x$ Euler-képletből, ahol a valós rész épp $\cos x$, felírhatjuk az általános alakú harmonikus jelet: $Re(U_0 e^{i\omega t + i\phi}) = U_0 \cos(\omega t + \phi)$. Az ötlet tehát a következő: a (valós értékű) feszültség- vagy áramértéket egy $U_0 e^{i\omega t + i\phi}$ mennyiséggel reprezentálunk, ahol a valós rész a fizikai mennyiség, az imaginárius rész pedig csak egy számolási segéd. Ha bármilyen egyenletet felírunk, akkor a valós rész képzését imaginárius egységet j-vel jelölik. Jelen jegyzetben tartózkodunk ettől, tehát az áram mindig nagybetűs I lesz, a képzetes egység pedig, fizikus jelölés szerint, kisbetűs i.

A harmonikus váltakozó feszültségű jeleket az amplitúdó nagysága meghatározza, ha az időbeli viszonyokra nem vagyunk kíváncsiak. A gyakorlatban mégsem ezt szokás megadni, hanem az úgynevezett *effektív értéket*, melynek definíciója, hogy olyan egyenfeszültségű tápegység feszültsége, ami egy R ellenálláson épp akkora átlagteljesítményt ad le, mint a kérdéses szinuszos feszültség. A hálózati 230V-os feszültség tehát nem 230V-os amplitúdójú, hanem pont annyira melegít átlagosan egy villanyrezsót, mint tenné ezt egy 230V-os egyenfeszültségű akkumulátor.

Az effektív érték és az amplitúdó kapcsolatát egyszerűen megkaphatjuk, a teljesítmény időbeli átlagából számolva. Ha $P(t)$ a pillanatnyi teljesítmény, akkor:

$$P(t) = U(t)I(t) = \frac{U^2(t)}{R} = \frac{U_0^2}{R}\sin^2(\omega t) = \frac{U_0^2}{R}\frac{(1-\cos(2\omega t))}{2} \tag{1.21}$$

Az effektív érték definíciója ez volt:

$$P_{\text{átlag}} = \frac{1}{2}\frac{U_0^2}{R} = \frac{U_{\text{eff}}^2}{R} \tag{1.22}$$

tehát $U_{\text{eff}} = U_0/\sqrt{2}$ azaz az effektív érték szinuszos-koszinuszos jel esetén az amplitúdó $1/\sqrt{2}$-ed része. A hálózati feszültség amplitúdója például 325V. Nem harmonikus jelek esetén is értelmezhető az effektív érték, de ekkor természetesen nem a fenti váltószám adja az effektív érték és az amplitúdó között a kapcsolatot.

1.5.3. Egyszerű szűrőáramkörök

Az alábbiakban néhány egyszerű lineáris kapcsolást vizsgálunk meg, amelyek fontos gyakorlati szerepet töltenek be, és megvizsgáljuk bennük az áram- és feszültségviszonyokat. Olyan elrendezéseket tekintünk, mely ~~ami~~nek van egy „bementi" oldala, ami~~re~~ elyre külső harmonikus feszültséget adunk, és megnézzük, hogy a „kimeneten" (az áramkör tetszőlegesen (de logikusan) választott pontjában mekkora feszültség mérhető (emlékeztetőképpen, egy adott pont feszültségét mindig úgy értelmezzük, mint a választott referencia zérusponthoz képesti feszültség, amit az áramkörön mindig jelölni kell). Tekintsük a következő kapcsolást, mely ~~ami~~ egy ellenállás és egy kondenzátor soros kapcsolásából nyerhető, és az „egyszerű aluláteresztő" vagy „kváziintegráló" áramkör nevet viseli (– a név eredete az alábbiakban világossá válik majd.) ← az előrehivatkozás [illegible]

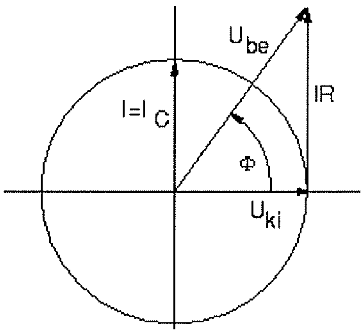
A kimenő és bemenő feszültség amplitúdóinak arányát és relatív fázisát először közvetlenül valós mennyiségekkel számolva határozzuk meg, majd ugyanezt a számolást elvégezzük komplex mennyiségekkel.

Tételezzük fel hogy a kimeneten nem folyik áram, tehát a kondenzátor és az ellenállás $I(t)$ árama ugyanakkora (minden pillanatban). A kondenzátor feszültsége, ami éppen a kimenő feszültség, legyen $U_C(t) = U_{ki}\cos(\omega t)$. Az ellenálláson $RI(t)$ feszültség esik, a illetve

\right

\left
$$\left|\frac{U_{ki}}{U_{be}}\right| = \frac{1}{\sqrt{1+(RC\omega)^2}} \tag{1.30}$$

Látható hogy a két számolási mód ekvivalens, a komplex esetben viszont közvetlenül, egyetlen osztással megkaptuk a helyes eredményt. A négyzetgyökös tag azért jelenik meg az abszolút értékek (valós amplitúdók) arányában, mert a kondenzátoron és az ellenálláson eső feszültségek között 90 fokos fáziskülönbség van. Grafikusan, vektorokkal szemlélteve az alábbi ábrán láthatók a fázis- és feszültségviszonyok, egy adott frekvencián.

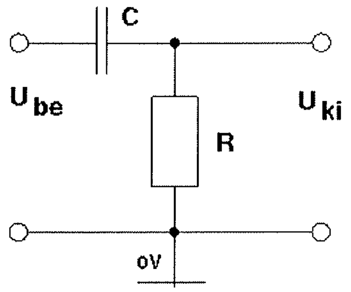


1.20. ábra. Egyszerű aluláteresztő szűrő feszültség- és áramviszonyai, forgó vektorokkal szemléltetve. Az áram irányát tekintsük referenciának, ϕ a ki- és bemenő feszültségek közötti fázisszög

A kapcsolás kimeneti feszültsége, mind amplitúdót mind fázisszöget tekintve függ a frekvenciától. Nevezzük az $\omega_h = 1/(RC)$ mennyiséget határfrekvenciának, észrevéve, hogy az RC szorzat az egyetlen idő dimenziójú mennyiség a rendszerben – ez utóbbi kombináció még többször előkerül a továbbiakban. Az alábbi ábra egy egységnyi amplitúdójú, zérus fázisú (azaz koszinuszos) bemenő jel esetén mutatja a kimenőjel alakját, az f_h határfrekvenciánál illetve alatta és felette egy ötös faktorral. Jól látható, hogy kis frekvencián a kimenőjel közel ugyanolyan mint a bemenet ($U_{ki}/U_{be} \approx 1$), nagy frekvencián ezzel szemben a kimenet jelentősen lecsökken ($U_{ki}/U_{be} \approx \omega_h/\omega$. A határfrekvencia egy köztes helyzetet jelent, ahol éppen a bemenetnek $1/\sqrt{2}$-ed részére csökken a kimenet amplitúdója - vegyük észre, hogy az kimenő jel teljesítménye ebben a pontban a fele a bemenő jelének!

Ha nem körfrekvenciával, hanem a valódi frekvenciával számolunk, akkor a határfrekvencia értéke: $f_h = 1/(2\pi RC) = \omega_h/(2\pi)$

A ki- és bemenő amplitúdó nagyságának arányát ábrázolhatjuk a frekvencia függvényében. Az ábrázolásnál figyelembe kell venni, hogy mind az arányt, mind a fekvenciatartományt több nagyságrenden keresztül szeretnénk megismerni általában: emiatt *kétszer logaritmikus ábrázolást szokás használni.* Ez az 1.22 ábrán látható módon alakul.



1.23. ábra. Az egyszerű felüláteresztő RC szűrő kapcsolása

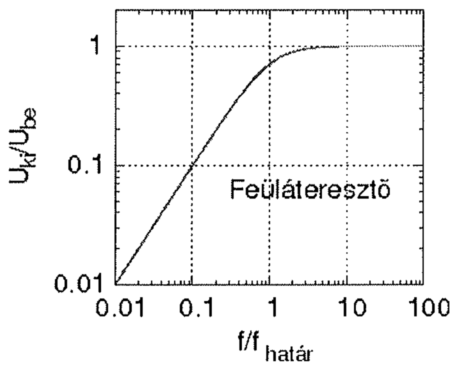
feszültségek arányát (ez a feladatok között is szerepel):

$$\frac{U_{ki}}{U_{be}} = \frac{i\omega RC}{1 + i\omega RC} \tag{1.31}$$

Az amplitúdók aránya pedig (ez valósban számolva is egyszerűen adódik):

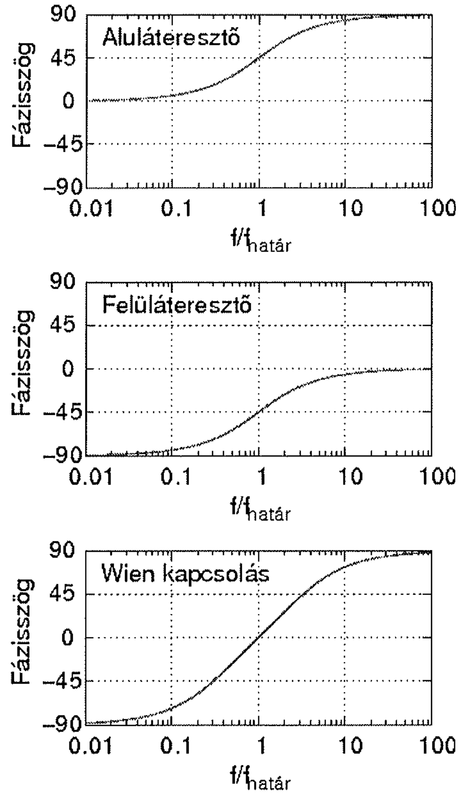
$$|\frac{U_{ki}}{U_{be}}| = \frac{\omega RC}{\sqrt{1 + (RC\omega)^2}} \tag{1.32}$$

Ha a ki- és bemenő feszültség arányát ábrázoljuk, látható, hogy épp az aluláteresztőnek a „fordítottja", azaz nagy frekvencián egységnyi, kis frekvenciákon pedig csökken, ω-val (vagy f-fel) arányosan.



1.24. ábra. Ki- és bemenő feszültség amplitúdójának aránya a felüláteresztő RC kapcsolás esetén

A határfrekvencia itt is $f_h = 1/(2\pi RC)$ -nek adódik, és itt is teljesül hogy a trendfordulót jelentő határfrekvencián a jelek aránya $1/\sqrt{2}$. Ezeket az eredményeket úgy is megkaphatjuk, ha észrevesszük, hogy a 1.23 és a 1.19 kapcsolás igazából ugyanaz az RC



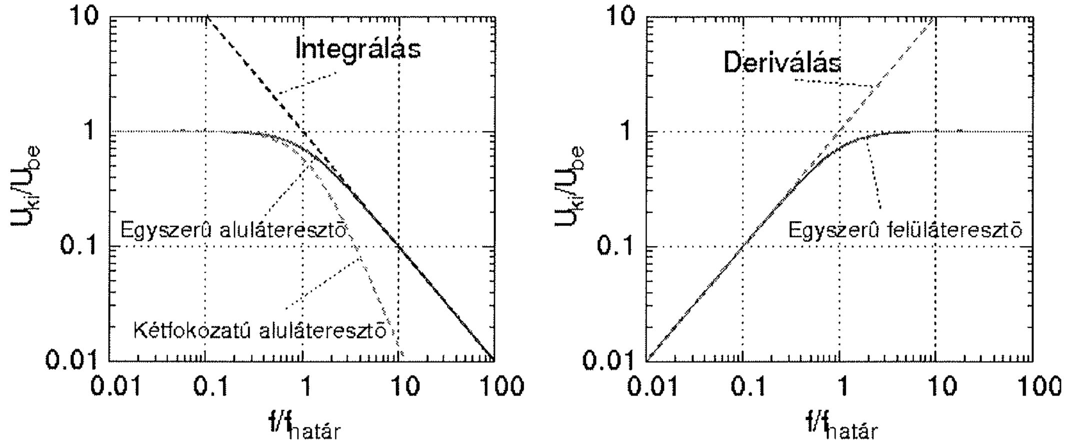
1.26. ábra. Ki- és bemenő feszültségek közötti ϕ fázisszög a frekvencia függvényében az egyszerű alul- illetve felüláteresztő esetben, illetve a Wien-kapcsolásnál

90 (vagy -90) fok azokon a frekvenciatartományokon ahol a kimenet lecsökken. A Wien-kapcsolás érdekes átmenet: itt a határfrekvenciánál éppen zérus a fázisszög, alatta-felette +/- 90 fokot közelít.

1.5.4. A lineáris hálózatok általános jellemzői

A fenti egyszerű három példa jól motivál általános jellegű összefüggéseket és fogalmakat is. *A ki- és bemenő amplitúdó nagyságának arányát átvitelnek nevezzük*, ennek frekvenciafüggését pedig *átviteli- vagy transzfer karakterisztikának*. A karakterisztika kifejezést már alkalmaztuk nemlineáris de egyenfeszültségű esetben, ezzel szemben itt mint átviteli karakterisztika összetétel jelenik meg, és lineáris rendszerek frekvenciafüggő leírására használjuk. Az amplitúdó átviteli karakterisztika mellett fontos információt tartalmaz a fáziskarakterisztika is: a kettőt együtt teljesen leírja a komplex átvitelt.

Az átvitel értékének logaritimikus megadására elterjedt a *decibel (dB)* egység használata. Ez mindig egy *arányszám logaritmusa*, definíciója az átvitel esetén (ami éppen karakterisztikája a határfrekvencia felett belesimul az integrálás művelet egyenesébe, emiatt „kvázi-integráló” kapcsolás névvel is illetik, az egyszerű felüláteresztő analóg tulajdonsága miatt pedig a „kvázi-differenciálónak” is nevezhető.



1.27. ábra. Néhány jellegzetes átviteli karakterisztika. Bal oldalon a fent már látott egyszerű, illetve a kétfokozatú aluláteresztő szűrők és az időbeli integrálás. Jobb oldalon a szintén látott egyszerű felüláteresztő és a deriválás

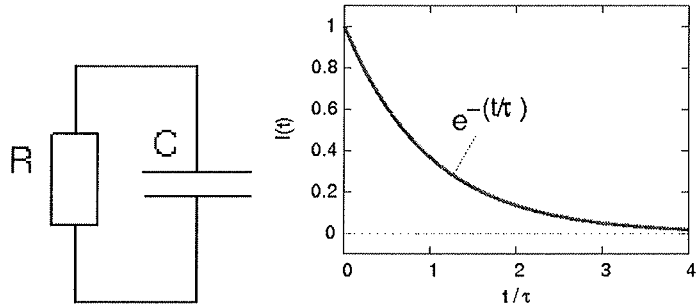
Ha szűrőkapcsolásokat, vagy általános jellegű, egy be- és egy kimenettel rendelkező lineáris hálózatokat egymás után kapcsolunk úgy, hogy mindegyik fokozat kimenete a következő bemenete legyen, és a lánc elemei egymás működését nem befolyásolják (pl. erősítővel vannak leválasztva), akkor a lánc végén a kimenő amplitúdó és a bemenet aránya az egyes átvitelek értékeinek szorzata. *A teljes hálózat átvitelét decibelben úgy kapjuk, hogy az egyes decibelben mért átvitel-értékeket egyszerűen előjelesen összeadjuk* (a logaritmus függvény tulajdonságainak megfelelően), ez is mutatja a decibel-skála hasznát. Az, hogy mikor teljesül a feltétel, mely szerint a hátrább lévő fokozatok nem befolyásolják az előzőeket, nem mindig látható könnyen, viszont tárgyalni fogunk olyan kapcsolásokat műveleti erősítők segítségével a XXXX fejezetben, amiket a fokozatok közé kapcsolva a feltétel teljesülését elegánsan elérhetjük.

1.5.5. Bekapcsolási jelenségek, tranziensek

Az előző fejezetekben tárgyaltuk hogy egy lineáris rendszer esetén a harmonikus jelekre adott válasz teljes egészében leírja a rendszert. A gyakorlatban ilyen – végtelen régóta tartó adott amplitúdójú jel – nem fordul elő, érdekes viszont feltenni a kérdést, hogy milyen rövid tranziens után tekinthető stacionáriusnak (azaz a „végtelen ideje tartó jel határesetében lévőnek”) a rendszer. Fontos megjegyezni, hogy matematikailag ezek a ahol Q_0 a tetszőleges kezdőérték, $\tau = RC$ *pedig az időállandónak nevezett, rögzített paraméter.* A kapott jel alakja – exponenciális lecsengés – a 1.29 ábra jobb oldalán látható. A lecsengés időállandójára jellemző a fenti képlet alapján, hogy ennyi idő alatt a töltés éppen $1/e \approx 1/2.72$-ed részére csökken. Az exponenciális függvény tulajdonságai miatt az áram is ugyanilyen időállandójú lecsengést mutat.

Megjegyezzük, hogy matematikailag a probléma ekvivalens a radioaktív bomlás problémájával: ott csökkenés (az időegység alatt elbomló atomok száma) arányos az éppen rendelkezésre álló atomok számával - az RC kör esetén a feszültségcsökkenés üteme arányos a pillanatnyi feszültséggel. Nem véletlen, hogy mindkét eset időbeli megoldása egyezik.

zavaró lehet?



(a) (b)

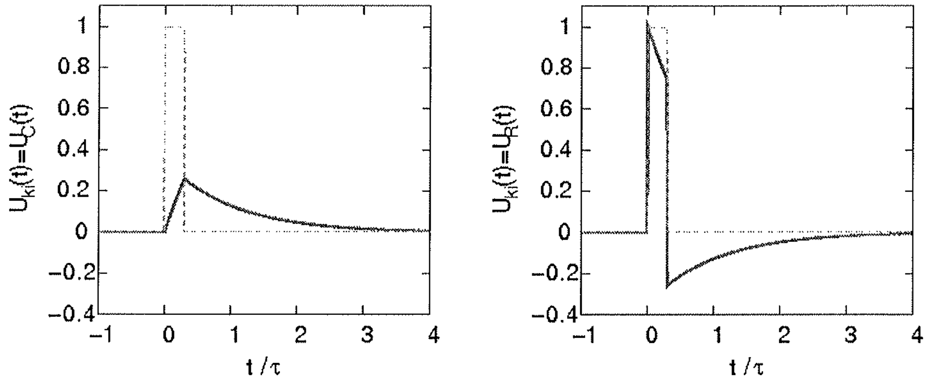
1.29. ábra. Balra: Egy ellenállás és egy kondenzátor egyetlen hurokban való sorbakapcsolása. Jobbra: Az áram (vagy feszültség) időfüggése: egy RC időállandójú lecsengés

Tekintsük most a fentiekben már látott RC aluláteresztő szűrő kapcsolást. Válasszunk egy speciális $U_{be}(t)$ bemeneti feszültséget: ez legyen zérus $t < 0$ időkre és legyen konstans U_0 a $t > 0$-ra (szokás ezt lépcsőfüggvénynek nevezni). A fentiekben látott számolást alapul vehetjük, azzal kiegészítve, hogy $U_{be} = U_C + U_R$ és $U_{ki} = U_C$. A megoldás $t > 0$-ra valóban a τ időállandójú exponenciális függvény szerint alakul, konkrétan (erről behelyettesítéssel meggyőződhetünk):

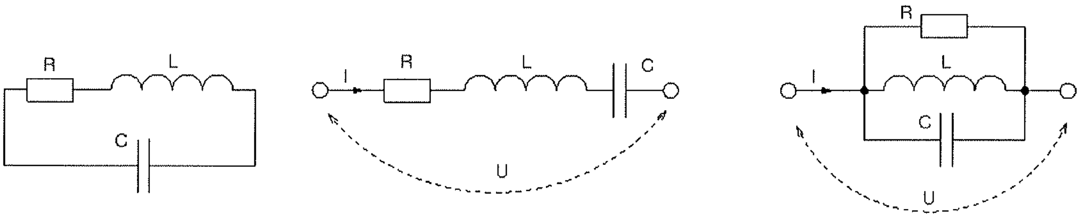
$$U_{ki}(t) = U_0(1 - e^{t/RC}) \tag{1.37}$$

azaz a kimenő feszültség exponenciálisan közelíti (konstans) bemenet értéket. A be- és kimenet közötti különbség az, ami exponenciálisan csökken - ez, mivel lineáris rendszerről van szó, ahol két megoldás összege is megoldás az 1.36 egyenlet fényben érthető.

Felüláteresztő szűrő esetén ugyanilyen lépcsőfüggvény bemenetnél azt kapjuk, hogy $t = 0$-ban a kimenet (azaz ellenálláson eső feszültség) felugrik U_0-ra, majd exponenciálisan (ismét a $\tau = RC$ időállandóval!) zérushoz tart. Az 1.30 ábra mutatja a kimenőjeleket az utóbbi két esetben. Ez az eredmény egyszerűen belátható úgy is, hogy



1.31. ábra. Alul- és felüláteresztő RC kapcsolás kimenetén megjelenő feszültség, rövid impulzus bemenet esetén



1.32. ábra. Egy ellenállás, egy induktivitás (tekercs) és egy kondenzátor egyetlen hurokban való sorbakapcsolása (balra), illetve a soros- és párhuzamos rezgőkör (középen és jobbra)

A Kirchoff-törvények alapján az áramok egyenlők, a három alkatrészen eső feszültség pedig minden időpillanatban összesen zérust ad: $U_L + U_C + U_R = 0$.

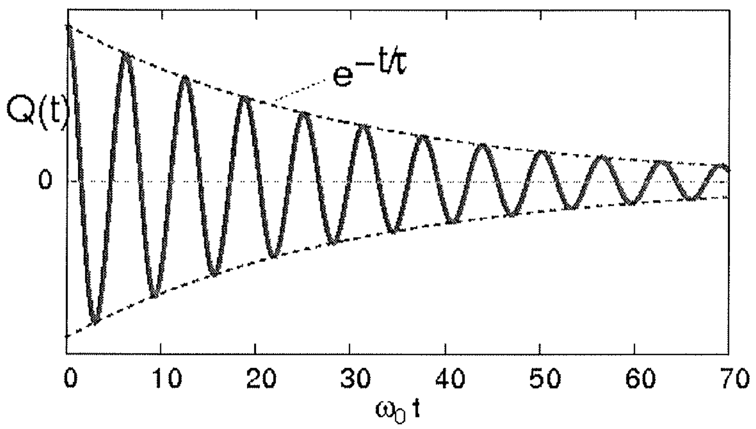
Helyettesítsük ez utóbbi egyenletbe az áramok és a feszültségek közötti megfelelő kapcsolatokat:

$$L\frac{dI}{dt} + \frac{Q}{C} + RI = 0 \tag{1.38}$$

Az egyenletbe ismét írjuk be mindenhova a Q (kondenzátorban tárolt) töltést, aminek definíció szerint az időderiváltja volt az áram: $dQ/dt = I$ (ha az árammal számolnánk a továbbiakban, az is ekvivalens eredményre vezetne). Az alábbi másodrendű differenciálegyenletet kapjuk a töltés időfüggésére:

$$L\frac{d^2Q}{dt^2} + \frac{Q}{C} + R\frac{dQ}{dt} = 0 \tag{1.39}$$

Ennek megoldása ismert matematikai tankönyvekből: egy harmonikus és egy expo-



1.33. ábra. Egy sorbakapcsolt RLC áramkör esetén a töltés (vagy az ezzel arányos, kondenzátoron megjelenő feszültség) időfüggése, $Q = 15$-ös jósági tényezőnél

Könnyen belátható, hogy a jósági tényező az egy ciklus alatti disszipált $E_{\text{veszteség}}$ energiával is arányos

$$Q = 2\pi \frac{E_{\text{összes}}}{E_{\text{veszteség}}} \tag{1.46}$$

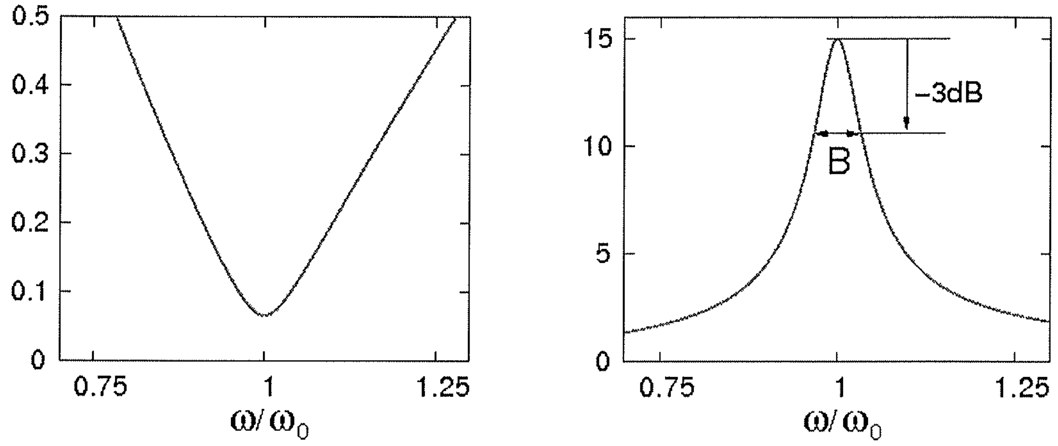
A jósági tényezőt kifejezhetjük az RLC paraméterekkel is: $Q = (1/R)\sqrt{L/C}$. A jósági tényező szerepére még visszatérünk az alábbiakban.

A 1.39 másodrendű differenciálegyenlet alakját tekintve, észrevehetünk egy hasznos analógiát: ez megegyezik a csillapított harmonikus oszcillátor mozgásegyenletével. Érdekes, hogy ez az analógia teljessé tehető, és minden egyes elektromos fizikai mennyiségnek (és a rendszerre jellemző paramétereknek is) megtalálhatjuk a mechanikai analógiáját. Ezt a 1.1 táblázat mutatja.

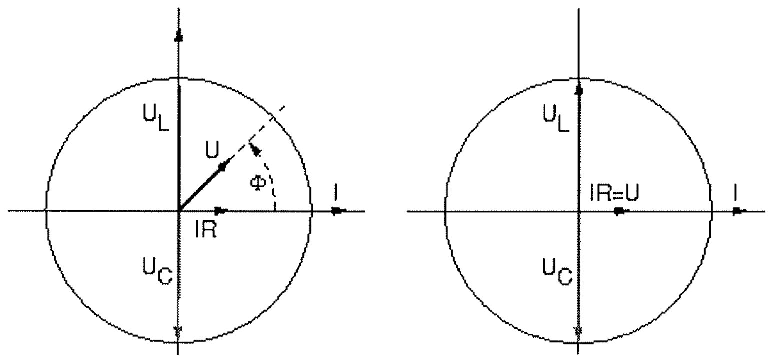
Mechanikai mennyiség	jele	Elektronikai mennyiség	jele
elmozdulás	x	töltés	Q
sebesség	v	áram	I
tömeg	m	induktivitás	L
erő	F	feszültség	U
rugóállandó	k	kapacitás reciproka	1/C
csillapítási tényező	c	ellenállás	R

1.1. táblázat. Analógia a mechanikai és elektronikai mennyiségek között, rugókkal és tömegpontokkal megvalósított lineáris mechanikai rendszer esetén

Ez a mechanikai analógia még a Kirchoff-törvényekkel is fennáll: a huroktörvény

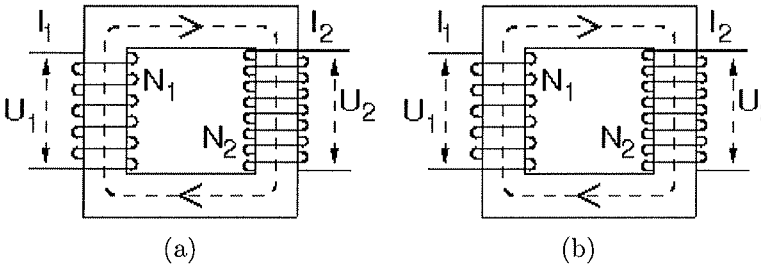


1.34. ábra. Soros (balra) és párhuzamos (jobbra) rezgőkör impedanciájának abszolút értéke a rezonanciafrekvencia körül, $Q = 15$-ös jósági tényezőnél. Markánsan látható a minimum illetve maximum ω_0-nál. A B sávszélesség a rezonanciamaximumhoz képest $1/\sqrt{2}$-ed magasságban vett szélességet jelenti, a függőleges tengely $\sqrt{L/C}$ egységekben van adva



1.35. ábra. Soros rezgőkör esetén a feszültségviszonyok a forgó vektoros reprezentációban. Az I áramok azonosak, a megfelelő fázisban tekintett feszültségek vektoriális összege adja a teljes rezgőkörön mérhető U feszültséget. A bal oldalon a három vektor összege és az I iránya között egy jelentős (kb 45 fokos) Φ fáziskülönbség jelenik meg. Rezonancia a jobb oldali esetben történik, azaz amikor az induktivitás és a kondenzátor feszültsége épp kiegyensúlyozza egymást: ebben a speciális esetben a teljes feszültség éppen IR, azaz I irányába mutat.

Az hogy mennyire „jó" egy rezgőkör, azzal is mérhető, hogy mennyire „éles" a rezonanciagörbe. Szerencsére a fent már látott jósági tényező pontosan ennek megfelelő jelentéssel is bír. A rezonanciagörbe (1.34 ábra) szélességét úgy definiáljuk, hogy a maxalábbiakban elsősorban a transzformátoroknak az energiaátvitelben lényeges formájával foglakozunk, ahol a mágneses csatolást az 1.36 ábra szerint úgy hozzuk létre, hogy egy közös ferromágneses magra tekerjük mindkét induktivitást. Ezzel elérhető, hogy mindkét tekercsen átmenő teljes mágneses fluxus nagy pontossággal ugyanaz legyen, az energiaveszteség így minimális lessz.



1.36. ábra. Egyszerű traszformátor elvi felépítése (balra), azaz egy közös ferromágneses gyűrűre tekercselt N_1 és N_2 menetszámú induktivitás. A körbefutó szaggatott vonallal rajzolt nyíl a mágneses fluxust szemlélteti. A gyakorlatban több megvalósítás is létezik (jobbra) ITT FENYKEP LESZ HAMAROSAN!!!

A Maxwell-egyenletek alapján az indukált feszültség a vezeték által körbekerített teljes fluxus változási sebességével arányos. Ez azt jelenti, hogy a fenti idealizált helyzetben a *feszültség az egyes tekercsek feltekeredési számával, azaz menetszámával* lesz szigorúan arányos. Ez az alapja a transzformátor két oldalát alkotó tekercsek közötti „feszültségtranszformációnak": ha az egyik oldalra U_1 feszültséget kényszerítünk, akkor a másik oldalon U_2 feszültséget mérhetünk, úgy, hogy fennáll a $U_1 : U_2 = N_1 : N_2$ arányosság, ahol N_1 és N_2 a megfelelő tekercsek menetszáma. A tekercsben indukálódott feszültség függ a tekercselés irányától, azaz fordított bekötés esetén transzformátorral fázist is lehet fordítani.

A fenti eset csak váltakozó feszültség esetén áll fenn, a tekercs fizikai felépítése pedig behatárolja hogy nagyjából milyen frekvencián működik optimálisan a transzformátor. A hálózati 50Hz-es váltakozó feszültség esetén olyan transzformátorokat gyártanak, ahol - az örvényáramok elkerülése végett - lemezelt vasból van a ferromágneses közvetítő anyag, a menetszámok pedig a voltban mért feszültség 10-100-szorosának adódnak. Tipikusan egy vasmag - anélkül, hogy telítésbe menne - 50Hz-es frekvencián $3 - 6W/cm^2$ teljesítményt képes átvinni - ezért olyan nagyok a nagy teljesítményű hálózati transzformátorok. Nagy teljesítményt kicsi transzformátorral csak magas frekvencián lehet átvinni: ilyenek pl. a mobiltelefonoknál, számítógépeknél alkalmazott korszerű kapcsolóüzemű tápegységek, amelyek a hálózati feszültséget egyenirányítják, majd ebből több 10-100 kHz-es váltakozó feszültséget hoznak létre.

Ideális transzformátorok esetén az energiaátvitel hatásfoka közel 100% (a valóságban tipikusan 50-80 %). Ez esetben a bevitt és kivett teljesítmény azonos: $P = U_1 I_1 = U_2 I_2$