

Wilsoni renormcsoport-folyamok UV limeszéről

*Class.Quant.Grav.***41**(2024)125009 and **arXiv:2502.16319**

LÁSZLÓ András

laszlo.andras@wigner.hun-ren.hu

HUN-REN Wigner Fizikai Kutatóközpont

Tarcsay Zsigmonddal és Jobst Ziebell-lel közös munka



ELFT Vándorgyűlés, 2025 aug 22.

Áttekintés

I. Korrelátorok wilsoni RG folyamáról (tetszőleges szignatúra):

- Sokaságokon: kedvező top.vektorteret alkotnak
- Sík téridőn bozonikus mezőkre: $\exists$ UV limesz
- Igaz ez sokaságokon?

[*Class.Quant.Grav.***39**(2022)185004]

II. Feynman-mértékek wilsoni RG folyamáról (euklidészi szignatúra, sík téridő, bozonikus mezők):

- $\exists$ UV Feynman-mérték
- $\exists$ UV kcsh potenciál
- Egy új wilsoni renormálhatósági kritérium?

[**arXiv:2502.16319**]

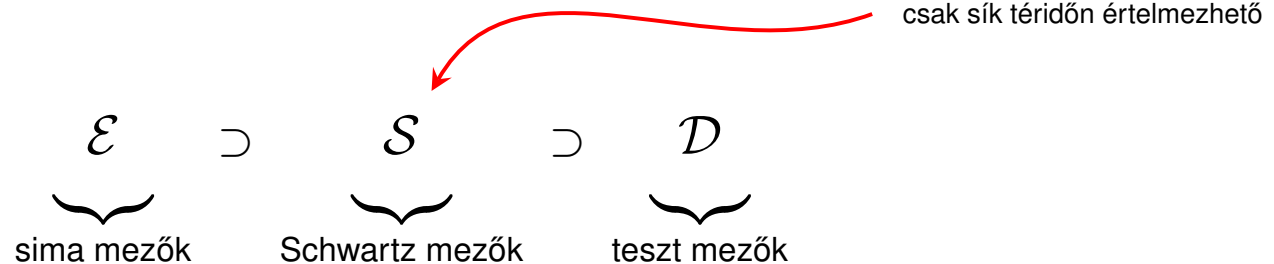
0. rész:

Jelölések, bevezetés

Disztribúcióelmélet emlékeztető

Egyszerűség kedvéért: csak bozonikus mező, sík téridőn.

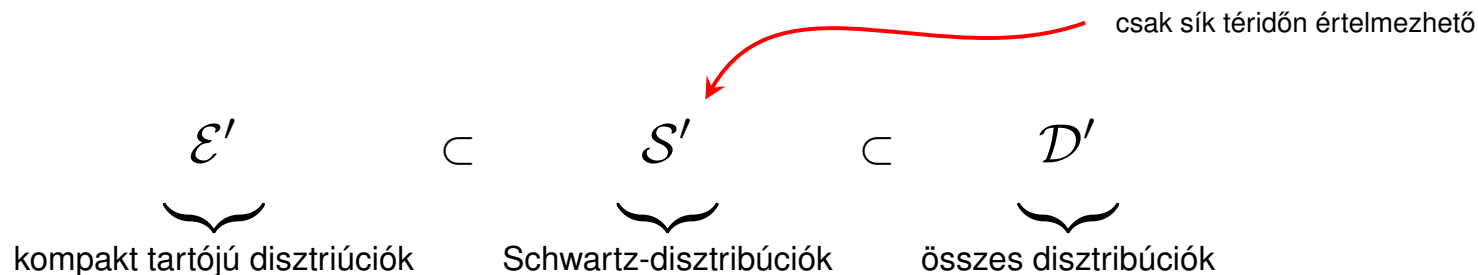
- $\mathcal{E}$: a végtelenszer diffható (sima) mezők tere.
Topológikus vektorterek alkotnak:
 $\varphi_i \in \mathcal{E} (i \in \mathbb{N}) \rightarrow 0$ ha ő és deriváltjai is lok. egyenletesen nullához tart.
a "nyílt" halmazok gyűjteménye
- $\mathcal{S}$: a gyorsan csökkenő mezők (Schwartz mezők) tere.
Topológikus vektorterek alkotnak:
 $\varphi_i \in \mathcal{S} (i \in \mathbb{N}) \rightarrow 0$ ha ő és deriváltjai $\times$ bármely polinom egyenletesen nullához tart.
- $\mathcal{D}$: kompakt tartójú sima mezők (teszt mezők) tere.
Topológikus vektorterek alkotnak:
 $\varphi_i \in \mathcal{D} (i \in \mathbb{N}) \rightarrow 0$ ha egy kompakt tartományban maradnak és $\rightarrow 0$ az $\mathcal{E}$ értelemben.



Disztribúciók az $\mathcal{E}$, $\mathcal{S}$, $\mathcal{D}$ terek folytons duálisai.

- $\mathcal{E}'$: folytonos $\mathcal{E} \rightarrow \mathbb{R}$ lineáris funkcionálok.
Ezek a **kompakt tartójú disztribúciók**.
- $\mathcal{S}'$: folytonos $\mathcal{S} \rightarrow \mathbb{R}$ lineáris funkcionálok.
Ezek a temperált avagy **Schwartz-disztribúciók**.
- $\mathcal{D}'$: folytonos $\mathcal{D} \rightarrow \mathbb{R}$ lineáris funkcionálok.
Az összes **disztribúciók** tere.

Természetes topológiával felruházhatók (“nyílt” halmazok).



[Persze a függvények is disztribúciók, pl $\mathcal{D} \subset \mathcal{E}'$ és $\mathcal{E} \subset \mathcal{D}'$ stb.]

Integrálelméleti / valószínűségelméleti emlékeztető

● Legyen X halmaz (elemi események gyűjteménye).

● Legyen Σ az X részhamazainak gyűjteménye, hogy:

● X az Σ -ben van.

● ha A a Σ -beli, akkor a komplementere is Σ -beli.

● minden megszámlálható végtelen $A_i \in \Sigma$ ($i \in \mathbb{N}$)-re az $\bigcup_{i \in \mathbb{N}} A_i$ is Σ -beli.

A Σ -t szigma-algebrának hívjuk (összetett események avagy mérhető halmazok).

Ha X topológiát (nyílt halm.) hordoz: általuk generált szig.-alg.-ot használjuk (Borel).

Az (X, Σ) párt mérhető térnek nevezzük.

● Legyen $\mu : \Sigma \rightarrow \mathbb{R}_0^+ \cup \{\infty\}$ egy hamazokhoz súlyokat rendelő függvény, hogy:

● $\mu(\emptyset) = 0$.

● $\forall$ diszjunkt megszámlálható végtelen $A_i \in \Sigma$ ($i \in \mathbb{N}$)-re: $\mu\left(\bigcup_{i \in \mathbb{N}} A_i\right) = \sum_{i \in \mathbb{N}} \mu(A_i)$.

● $\exists$ max megszámlálható végtelen $A_i \in \Sigma$ ($i \in \mathbb{N}$), hogy $\mu(A_i) < \infty$, és $X = \bigcup_{i \in \mathbb{N}} A_i$.

A μ függvényt mértéknek hívjuk.

Az (X, Σ, μ) egy mértéktér. [Pl: valószínűségi mértéktér, ha $\mu(X) = \text{véges.}$]

- Egy $f : X \rightarrow \mathbb{C}$ függvény **mérhető** ha a mérhető halmazokkal jóban van:
minden $B \in \text{Borel}(\mathbb{C})$ -re az $f^{-1}(B)$ öskép Σ -ban van.
Tétel: f mérhető $\Leftrightarrow$ “hisztogramokkal” közelíthető, Σ -beli binekkel.
- Az **integrálja** $\int_{\phi \in X} f(\phi) d\mu(\phi)$ a hisztogram alatti “terület” közelítéssel van definiálva.
Tétel: ez jóldefiniált.
- Legyen (X, Σ, μ) mértéktér, (Y, Δ) mérhető tér.
Legyen $C : X \rightarrow Y$ mérhető leképezés.
A μ **előretölt** (avagy **marginális**) mértéke $C_*\mu$ az Y -on definiálható.
[A $(C_*\mu)(B) := \mu(C^{-1}(B))$ hozzárendeléssel, minden $B \in \Delta$ -ra.]
- Az előretolás (marginális képzés) csupán az integrálási változó trafó formális definíciója.
Ha felejtő típusú, akkor az “elfelejtett” szabadsági fokok “kiintegrálódnak”.
- Ha μ valségi mérték pl $X = \mathcal{E}, \mathcal{S}, \mathcal{D}, \mathcal{E}', \mathcal{S}', \mathcal{D}'$ tereken, akkor
 $Z(j) := \int_{\phi \in X} e^{i(j|\phi)} d\mu(\phi)$ az ő **Fourier-transzformáltja** (QFT-ül: partíciós függvénye).

Wilsoni renormálás ideológiája, euklidészi szignatúrában

Legyen $S = T + V$, hatásfunktiónál, rögzített kinetikus + kcsh potenciál széthasítással.
Példa: $T(\varphi) = \frac{1}{2} \int \varphi (-\Delta + m^2) \varphi$ és $V(\varphi) = g \int \varphi^4$.

Ekkor T -nek, illetve $(-\Delta + m^2)$ -nek van $K(\cdot, \cdot)$ propagátora, mely pozitív definit:

$(-\Delta + m^2)_x K(x, y) = \delta_y(x),$

minden $j \in \mathcal{S}$ gyorsan csökkenő forrásmezőre: $(K|j \otimes j) \geq 0$.

Emiatt a $Z_T(j) := e^{-\frac{1}{2}(K|j \otimes j)}$ ($j \in \mathcal{S}$) függvénynek “szép” tulajdonságai vannak.

Bochner-Minlos-tétel:

a Z_T függvény “szép” tulajdonságai miatt,

az $\mathcal{S}$ tér “szép” tulajdonságai miatt,

$\exists$ γ_T valségi mérték $\mathcal{S}'$, -en, akinek a Fourier-transformáltja Z_T .

Ő a szabad elmélet Feynman-mértéke: $\int_{\phi \in \mathcal{S}'} (\dots) d\gamma_T(\phi) = \int_{\phi \in \mathcal{S}'} (\dots) e^{-T(\phi)} “d\phi”$.

Csábító definíció a kölcsönható elmélet Feynman-mértékére:

$$\int_{\phi \in \mathcal{S}'} (\dots) e^{-V(\phi)} d\gamma_T(\phi) \quad \left[= \int_{\phi \in \mathcal{S}'} (\dots) \underbrace{e^{-(T(\phi)+V(\phi))}}_{=e^{-S(\phi)}} “d\phi” \right]$$

● Ez nem megy. A kcsható $\mu := e^{-V} \cdot \gamma_T$ Feynman-mérték rosszul definiált:

$$\int_{\phi \in \mathcal{S}'} (\dots) \underbrace{d\mu(\phi)}_{\text{a Feynman-mérték jelölt}} := \int_{\phi \in \mathcal{S}'} (\dots) \underbrace{e^{-V(\phi)}}_{\text{függvényszerű mezőkön él}} \underbrace{d\gamma_T(\phi)}_{\text{disztribúciószerű mezőkön él}}$$

Mert V a mezők téridőpontenkénti szorzatainak integrálja, pl $V(\varphi) = g \int \varphi^4$.
Hogyan hozzuk a e^{-V} és γ_T mennyiséget közös térre?

● Fizikus kerülő megoldás: [wilsoni regularizáció](#).

Vegyünk $C : (\text{disztribúciószerű mezők}) \rightarrow (\text{függvényszerű mezők})$ folyt.lin leképezést.

Vegyünk a Gauss-mértékünk $C_* \gamma_T$ marginálisát, amely $\text{Ran}(C)$ téren él.

Ezek függvényszerű mezők, azaz e^{-V} rajtuk értelmes:

$$\int_{\varphi \in \text{Ran}(C)} (\dots) e^{-V(\varphi)} d(C_* \gamma_T)(\varphi) \quad \left[= \int_{\varphi \in \text{Ran}(C)} (\dots) e^{-(T_C(\varphi) + V(\varphi))} "d\varphi" \right]$$

UV regularizált mezők alkotják

[Schwartz kernel tétel: C egy konvolúció operátor egy tesztfüggvénnyel, ha transzl.inv.
Azaz, impulzustérbeli lecsengető profil, avagy UV regularizátor.]

● Nade mit csináljunk a C -függéssel? Mi emögött a fizika / matematika?

● Legyen V_C ($C \in \{\text{regularizátorok}\}$) kcsh tagok egy serege. $\leftrightarrow \mu_C := e^{-V_C} \cdot C_* \gamma_T$
Azt mondjuk, hogy ez **wilsoni renormcsoport (RG) folyam**, ha

$\exists$ folytonos $z : \{\text{regularizátorok}\} \rightarrow \mathbb{R}$ funkcionál, hogy:

$\forall C, C', C''$ regularizátorra, melyekre $C'' = C' C$:

$$z(C'')_* \mu_{C''} = z(C)_* C'_* \mu_C \quad \text{igaz.}$$

[z a **futó mező amplitudó renormalizáló faktor**.]

● Ha $\mathcal{G}_C = (\mathcal{G}_C^{(0)}, \mathcal{G}_C^{(1)}, \mathcal{G}_C^{(2)}, \dots)$ a μ_C momentumai, akkor ugyanez

$\exists$ folytonos $z : \{\text{regularizátorok}\} \rightarrow \mathbb{R}$ funkcionál, hogy:

$\forall C, C', C''$ regularizátorra, melyekre $C'' = C' C$:

$$z(C'')^n \mathcal{G}_{C''}^{(n)} = z(C)^n \otimes^n C' \mathcal{G}_C^{(n)} \quad \text{minden } n = 0, 1, 2, \dots\text{-re.}$$

[Ez pl Lorentz szignatúrában és sokaságokon is értelmesen kiróható (korrelátorokra).]

[Legyen $z(C) \stackrel{!}{=} 1$ mezőátskálázási konvenció, $\tilde{\mu}_C := z(C)_* \mu_C$ ill $\tilde{\mathcal{G}}_C^{(n)} := z(C)^n \mathcal{G}_C^{(n)}$.]

I. rész:

Korrelátorok wilsoni RG folyamairól
(bármely szignatúrában, sokaságokon is)

[*Class.Quant.Grav.***39**(2022)185004]

Korrelátorok wilsoni RG folyama, matematikailag

Definíció:

Egy C : (disztribúciószerű mező) $\rightarrow$ (sima függvényyszerű mező)
az **regularizátor** ha megtartja a kompakt tartót és injektív kompakt tartójú disztribúciókon.
[Infó: $\mathbb{R}^N$ -en ezek pontosan kompakt tartójú tesztfüggvényekkel való konvolúciók.]

Egy $\mathcal{G}_C$ ($C \in$ regularizátorok) sima korrelátorokból álló sereg **wilsoni RG folyam**, ha

$\forall C, C', C''$ regularizátorra, melyekre $C'' = C' C$ fennáll:

$\mathcal{G}_{C''}^{(n)} = \otimes^n C' \mathcal{G}_C^{(n)}$ igaz ($n = 0, 1, 2, \dots$). $\leftarrow$ RGE szignatúrafüggetlen mat. definíciója

A wilsoni RG folyamatok tere nem üres:

Minden disztribúció értelmű G korrelátorra a

$$\mathcal{G}_C^{(n)} := \otimes^n C G^{(n)} \quad (*)$$

sereg wilsoni RG folyam lesz.

Tétel[A.László, Z.Tarcsay *Class.Quant.Grav.***41**(2024)125009]:

1. Sokaságokon “szép” top.vektorteret alkotnak, mint a disztribúciók.
2. Sík téridőn bozonikus mezőkre, minden wilsoni RG folyam a $(*)$ alakba írható.

$\downarrow$

UV limesz.

Tehát korrelátorok wilsoni RG folyama $\leftrightarrow$ disztribúció értelmű korrelátor.
(gyenge feltételezések mellett)

Összegezve:

- QFT-ben, a fő meghatározandó objektum a disztribúció értelmű korrelátor.
- A fizikaiak “mozgásegyenlettel”, a master Dyson-Schwinger-egyenlettel választódnak ki.
Ez a simított (wilsoni regularizált) példányaikra róható ki [*CQG***39**(2022)185004].

Akadémiai kérdés:

- Mi a helyzet igazi mértékek wilsoni RG folyamával? (Euklidészi szignatúrában.)
[*arXiv*:2502.16319]

II. rész:

Feynman-mértékek wilsoni RG folyamairól
(euklidészi szignatúra, sík téridő, bozonikus mezők)

[arXiv:2502.16319]

Wilsoni renormalizáció euklidészi szignatúrában

Euklidészi Feynman-mértékeket tanulmányozunk sík téridőn, bozonikus mezőkre.

[Az $\mathcal{S}$ és $\mathcal{S}'$, disztribúciótereken dolgozhatunk — néhány hasznos tétel miatt ez jó.]

Regularizátorok: $\eta \in \mathcal{S}$ Schwartz-függvénnyel való $C_\eta = \eta \star (\cdot)$ konvolúció operátor.

Szokás megkövetelni η -ra még, hogy:

$0 \leq F(\eta) \leq 1$ és hogy $F(\eta)$ egységnyi legyen a nulla impulzus környékén:



(A bizonyítások ezzel is mennek.)

Legyen V_C ($C \in \{\text{regularizátorok}\}$) kcsh potenciálok egy serege $\leftrightarrow \mu_C := e^{-V_C} \cdot C_* \gamma_T$.
 Még megengedhetjük a γ_T -t szülő $(-d^2 \Delta + m^2)$ paramétereinek C -függését.

Legyen ez **wilsoni RG folyam**:

$\forall C, C', C''$ regularizátorra, melyekre $C'' = C' C$:

$$\mu_{C''} = C'_* \mu_C$$

A Feynman-mértékek wilsoni RG folyamainak tere nem üres:

Minden μ valségi mértékre az $\mathcal{S}'$ téren, a

$$\mu_C := C_* \mu \quad (*)$$

sereg wilsoni RG folyam.

Tétel[A.Lászó, Z.Tarcsay, J.Ziebell **arXiv:2502.16319**]:

1. Sík téridőn bozonikus mezőkre, minden wilsoni RG folyam alakja a $(*)$. $\leftarrow$ UV limesz
2. A kinetikus γ_T referenciamérték paramétereinek nem futhatnak. $\leftarrow$ eff.elméletre sem!
3. Létezik $V : \mathcal{S}' \rightarrow \mathbb{R} \cup \{\pm\infty\}$ mérhető kcsh potenciál, melyre $\mu = e^{-V} \cdot \gamma_T$.
4. Seholsem nulla Fourier-profilú C regulátorokra $e^{-V_C \circ C} \cdot \gamma_T = e^{-V} \cdot \gamma_T$ igaz.
5. Ha egy ilyen C -nél $V_C : C[\mathcal{S}'] \rightarrow \mathbb{R} \cup \{\pm\infty\}$ alulról korlátos, V is γ_T -mm alulól korlátos.

Miről szól végülis a wilsoni renormálás?

Eredeti probléma:

- Adva egy $\mathcal{V} : \{\text{függvényszerű mezők}\} \rightarrow \mathbb{R} \cup \{\pm\infty\}$ potenciál, pl $\mathcal{V}(\varphi) = g \int \varphi^4$.
- Az $e^{-\mathcal{V}}$ -t γ_T szerint integrálnánk, de az disztribúciószerű mezőkön ($\mathcal{S}'$ -n) él.
- γ_T “ritkásan” nemnulla, pl a függvényszerű mezőkön nulla, tényleg $\mathcal{S}'$ -re kell menni.
- Tehát $\mathcal{V}$ -t legalább γ_T -mm ki kell terjeszteni, hogy értelmezzük $\mu := e^{-V} \cdot \gamma_T$ -t.

Fizikusok óvatossága: lehet hogy ez lehetetlen.

- Attól tartunk, V az $\mathcal{S}'$ -n esetleg nem létezik.
- Helyette γ_T -t marginalizáljuk C -vel a sima mezőkre, ott $\mu_C := e^{-V_C} \cdot C_* \gamma_T$ értelmes.
- Szabaduljunk meg a μ_C -nek C -függésétől a wilsoni RG folyam fogalmával.
Esetleg még $\mu_C \rightarrow \mu$ is létezhet amint $C \rightarrow \delta$ ha szerencsénk van...

Eredményeink szerint: visszajutunk az elejéhez.

- Az UV limesz μ Feynman-mérték tényleg létezik.
- De **léteznie kell** egy V potenciálnak is $\mathcal{S}'$ -en (γ_T -mm), mely a $\mathcal{V}$ -hez asszociálható.
- Célszerű tehát rögtön V -t keresni.
- Alulról korlátos $\mathcal{V}$ -hez alulról korlátos mérhető V tartozik.

Ha találunk, $\mu := e^{-V} \cdot \gamma_T$ egy véges mérték automatikusan.

Egyetlen lehetséges patológia: az e^{-V} és γ_T átfedési integrálja kicsi, lehet nulla.

Csak annyit kell biztosítani, hogy $\int_{\phi \in \mathcal{S}'} e^{-V(\phi)} d\gamma_T(\phi) > 0$!

Egy természetes kiterjesztés[A.László, Z.Tarcsay, J.Ziebell [arXiv:2502.16319](#)]:

Ha $\mathcal{V}$ alulról korlátos, van egy optimális kiterjesztés, a “kapzsi” kiterjesztés.

$$V(\cdot) := (\gamma_T) \inf_{\{\eta_n \rightarrow \delta\}} \liminf_{\eta_n \rightarrow \delta} \mathcal{V}(\eta_n \star \cdot)$$

Ez a simítással kiterjesztés alsó burka, azaz e^{-V} és γ_T átfedési integrálja maximális. Trükkösen úgy van csinálva, hogy V mérhető legyen.

Tétel[A.László, Z.Tarcsay, J.Ziebell [arXiv:2502.16319](#)]:

A kcsható $\mu := e^{-V} \cdot \gamma_T$ Feynman-mérték nemnulla pontosan, ha:

$$\exists \eta_n \rightarrow \delta : \int_{\phi \in \mathcal{S}'} \limsup_{n \rightarrow \infty} e^{-\mathcal{V}(\eta_n \star \phi)} d\gamma_T(\phi) > 0.$$

Elégséges feltétel:

$$\exists \eta_n \rightarrow \delta : \lim_{n \rightarrow \infty} \int_{\phi \in \mathcal{S}'} e^{-\mathcal{V}(\eta_n \star \phi)} d\gamma_T(\phi) > 0.$$

Pl, az összes korlátos $\mathcal{V}$ potenciálra ez létező UV Feynman-mértéket definiál.

[vájling, sin-Gordon igen. φ^4 nem. $(\varphi^2 - \psi^2)^2$ talán.]

Összegzés

- Korrelátorok wilsoni RG folyama definiálható minden szignatúrában és sokaságokon is. Kellemes függvényteret alkotnak, kb mint disztribúciók.
- Gyenge feltételezések mellett, disztribúció korrelátorokból származnak (UV limesz).
- Valszeg generikusan is igaz (sokaságokon, szignatúra függetlenül).
- Euklidészi szignatúrában hasonló, Feynman-mértékekre. + egy úgy feltétel wilsoni renormálhatóságra.

Tartalék fóliák

Kapcsolat a szokásos RG elmélettel

Rögzítsük $\eta \in \mathcal{S}$ -t, hogy $\int \eta = 1$ és $F(\eta) > 0$. PI Gauss-farkú impulzustérben.

Vezessük be az összepréselt η -t, azaz $\eta_\Lambda(x) := \Lambda^N \eta(\Lambda x)$ ($x \in \mathbb{R}^N$ és $1 \leq \Lambda < \infty$).

Dirac-delta közelítő lesz, $\eta_\Lambda \xrightarrow{\mathcal{S}'} \delta$ amint $\Lambda \rightarrow \infty$.

A tételünk miatt, minden Λ esetén $e^{-V_{C_{\eta_\Lambda}} \circ C_{\eta_\Lambda}} \cdot \gamma_T = e^{-V} \cdot \gamma_T$.

$\Downarrow$

Informálisan: $V_{C_{\eta_\Lambda}}$ -re diffegyenlet, $\frac{d}{d\Lambda} \left(e^{-V_{C_{\eta_\Lambda}} \circ C_{\eta_\Lambda}} \cdot \gamma_T \right) = 0$ ($1 \leq \Lambda < \infty$).

QFT-ben ezt próbáljuk megoldani, $V_{C_\Lambda}|_{\Lambda=1}$ kezdeti adattal.

De miért? A tételünk miatt, minden RG folyamhoz kell legyen V az UV limeszben.

Miért nem rögtön az UV limeszbeli V -t keressük?

Szigorúan sávlimitált impulzuslevágás esete

Egyes QFT irodalmak úgy posztulálják, hogy a regulátorok Fourier profilja teljesen levág:



Még a sarkos impulzuslevágás is (trükkösen) matematikailag értelmezhető, γ_T -mm:



Mi marad igaz a tételeinkből?

1. Sík téridőn, bozonikus mezőkre, ha μ_C -nek van második momentuma, $\exists \mu$ UV mérték.
2. A kinetikus, $(-d^2 \Delta + m^2)$ -hez asszociált Gauss mérték paraméterei nem futhatnak.
(Akkor sem, ha a folyam megszakad! Azaz, effektív elméletekre sem.)

Nem tudjuk: igaz marad-e az UV potenciál létezése.

Infó: sokaságokra a szigorú sávlimitálás nem átvihető, “nem természetes”.

A regularizátorokról

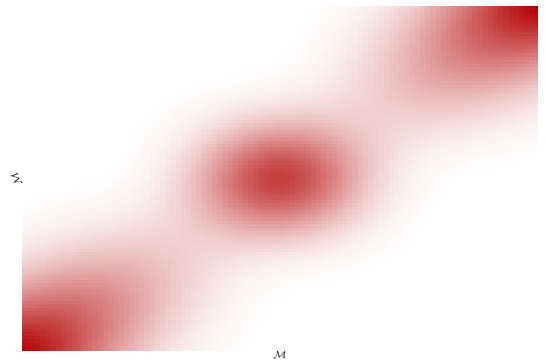
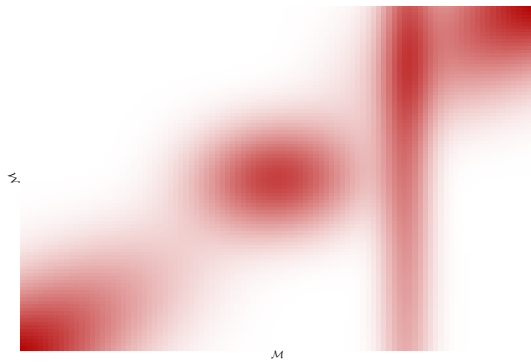
Eredeti probléma: függvényt kell csinálni disztribúciókból, hogy pl $\int_{\mathcal{M}} \varphi^4$ értelmes legyen.

Legyen $C: \mathcal{E}' \rightarrow \mathcal{E}$ folyt.lin leképezés.

Schwartz-féle kernel tétel:

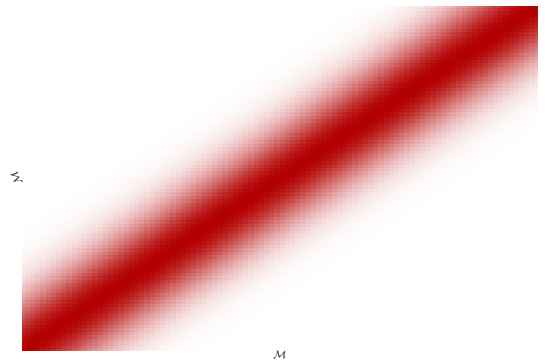
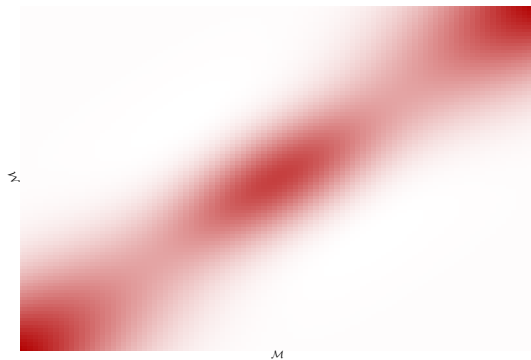
$\exists \kappa(x, y)$ sima függvény $\mathcal{M} \times \mathcal{M}$ -en:
 $\forall T \in \mathcal{D}'$ -ra $(CT)|_y = (T | \kappa(\cdot, y))$.

A C_κ tartsa a kompakt tartóúságot és C_κ^t is!
 Ekkor kiterjeszthető $C_\kappa: \mathcal{D}' \rightarrow \mathcal{E}$ -ként.



Legyen C_κ injektív $\mathcal{E}'$ -n és C_κ^t is!

Ha az $\mathcal{M} \equiv \mathbb{R}^N$, C_κ legyen eltolás invariáns.
 Ekkor $\kappa(x, y) = \eta(x - y)$ vmely $\eta \in \mathcal{D} \setminus \{0\}$ -ra.



Azaz, $C_\kappa = C_\eta = \eta \star (\cdot)$ vmely $\eta \in \mathcal{D} \setminus \{0\}$ -ra.

Sík téridőn az előzőt Schwartz-disztribúciókon is eljátszhatjuk: legyen $C: \mathcal{S}' \rightarrow \mathcal{E}$ folyt.lin leképezés, hogy $C^t: \mathcal{E}' \rightarrow \mathcal{S} \subset \mathcal{E}$ az $\mathcal{S}'$ -folytonos, és transl.inv. Ekkor: $C_\kappa = C_\eta = \eta \star (\cdot)$ vmely $\eta \in \mathcal{S} \setminus \{0\}$ -ra.

Szokás $F(\eta)$ -ra megszorításokat tenni.

Pl Schwartz-függvény farka legyen.

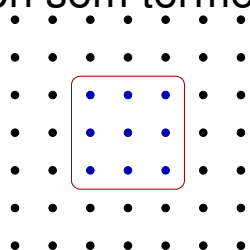


Néha sávlimitált impulzuslevágást megkövetelnek.



Sokaságokon nem értelmesek ezek.

Sík téridőn sem természetes:



Ezek között vannak pl Gauss-farkúak is.



Lehet még fokozni: nem trivi, de éles levágás γ_T -mm értelmes.



Szokásos átlagolás C_η -nak felel meg, $\eta \in \mathcal{D} \setminus \{0\}$. Azonban, Paley-Wiener-Schwartz-tétel: ekkor $F(\eta)$ nem lehet sávlimitált.