

# Száz éves az általános relativitáselmélet<sup>\*†</sup>

Szabados B. László

MTA Wigner Fizikai Kutatóközpont, RMI Elméleti Osztály  
1525 Budapest 114, P.f. 49

2015 Január 25

## Kivonat

Áttekintjük az általános relativitáselmélet megszületésének a történetét és az elmélet elmúlt száz évének a legfontosabb eredményeit és nyitott problémáit.

## 1. Bevezetés

Épp száz éve, a Porosz Tudományos Akadémia 1915 november 25-i ülésén ismertette Albert Einstein új, relativisztikus gravitációs téregyenleteit [1]: Megszületett az általános relativitáselmélet. Az elmúlt száz év megmutatta, hogy ez az elmélet nem csak a fizikában (mint fundamentális diszciplínában) bír alapvető jelentőséggel, hanem fontos eszközt biztosít az asztrofizikai, sőt a műszaki és hétköznapi *alkalmazásokban* is, és döntő módon formálta át a térről, időről és okságról alkotott képünket is.

E dolgozattal tisztelgünk az emberi elme minden bizonnyal egyik legnagyobb intellektuális teljesítménye előtt, felidézve az elmélet megszületésének a főbb állomásait (2. fejezet), majd ismertetve az elmúlt száz évben az általános relativitáselmélet legfontosabb eredményeit és megállapításait (3.

---

<sup>\*</sup>Perjés Zoltán (1943-2004), Károlyházy Frigyes (1929-2012) és Sebestyén Ákos (1935-2013), a magyarországi nemzetközi színvonalú általános relativitáselméleti kutatások elindítójának, mentorának ill. aktív művelőjének az emlékére.

<sup>†</sup>A *Magyar Tudomány* folyóiratban megjelenő hasonló című cikk teljes, rövidítettlen változata.

fejezet). Számba vesszük az elméletet alátámasztó kísérleti tényeket (4. fejezet) és megemlítiünk egy-egy műszaki, asztrofizikai ill. kozmológiai alkalmazást (5. fejezet). Dolgozatunkat néhány nyitott kérdés ismertetésével (6. fejezet) ill. az elmélet jelentőségével kapcsolatos néhány megjegyzéssel (7. fejezet) zárjuk.

Az általános relativitáselmélet ma is számos nyitott kérdést tartalmazó és intenzív nemzetközi kutatások tárgyát képező diszciplína. Így az elmélet irodalma is szó szerint könyvtáryi. Ezért a jelen dolgozat csupán egy szerény, nem technikai jellegű összefoglalás, ami a 3. és 6. fejezetben érintett kérdések kiválasztását illetően még bevallottan szubjektív is.

Az érdeklődő olvasó kiterjedt irodalomjegyzékkel is rendelkező, jól olvasható összefoglalót talál a Wikipedia online enciklopédiában [2]. Einstein életművének alapos és igényes tudománytörténeti összefoglalóját adja Pais nagyszerű könyve [3], ill. Einstein publikációinak (néhány hasznos megjegyzéssel kiegészített) jegyzéke a Wikipedia-ból szintén elérhető [4]. Néhány klasszikus cikk (nem teljes) magyar fordítása az [5] tanulmánykötetben is megtalálható, ill. Einstein 1905 és 1915 közötti „csodás évtizedéről”, a speciális relativitáselmélettől az általános relativitáselméletig vezető útról Lánczos Kornél írt (itt-ott személyes hangú) könyvecskét [6].

## 2. Az elmélet megszületése

### 2.1. Előzmények

Galilei relativitási elve értelmében bármely két tehetetlenségi mozgást végző (vagy inerciális) vonatkoztatási rendszer egyenértékű a természettörvények leírása szempontjából: A természeti jelenségek azonos módon játszódnak le bármelyik rendszerből figyeljük is meg őket, s az őket leíró természettörvények *alakja* bármely két rendszerben azonos. Egy adott fizikai mennyiség *értéke* az egyik vagy másik rendszerből mérve lehet különböző, de ezek egymásból a vonatkoztatási rendszerek *relatív* mozgását jellemző ún. Galilei transzformációval egyértelműen meghatározhatók.

A XIX. század utolsó harmadában kidolgozott Maxwell féle elektrodinamika azonban látszólag ellentmondott a relativitás Galilei féle elvének. Az elektrodinamika által megjósolt elektromágneses hullámok látszólag kitüntetnek egy inerciarendszert, ti. azt, amelyben a hullámterjedés *minden irányban* fénysebességgel történik. De ha ez így van, akkor *kísérletekkel* meg lehet

határozni, hogy milyen sebességgel mozog a vonatkoztatási rendszerünk ahhoz a rendszerhez képest, amelyben a hullámterjedés izotróp.

A ténylegesen elvégzett (Michelson–Morley típusú) kísérletek azonban nem mutatták a fényterjedés semmiféle anizotrópiáját: Az elektromágneses jelenségek segítségével *sem* lehet semmilyen kitüntetett vonatkoztatási rendszert meghatározni. Galilei elve a kísérletek tanulsága szerint érvényes az elektromágneses jelenségekre is. De ekkor a Galilei–Newton mechanika kinematikai fogalmai és az elektrodinamika közötti nyilvánvaló ellentmondást fel kell oldani. Ezt tette meg Einstein az 1905-ben publikált speciális relativitáselméletében.

A speciális relativitáselmélet a Maxwell elektrodinamika mélyén rejlő kinematikai fogalmak és oksági viszonyok egy koherens elmélete. Legfőbb eleme az a felismerés, hogy az események egyidejűségének a fogalma nem *a priori* adott, hanem azt *definiálnunk kell*, s az egyidejűség Einstein által adott fogalma, s ezáltal az erre épülő minden más fogalom (pl. két esemény térbeli távolsága vagy az események között eltelt idő) is függ a vonatkoztatási rendszertől.

E kinematikai fogalmakat Minkowski öntötte egy elegáns geometriai alakba a *téridő* fogalmának a segítségével. A téridő az univerzumban lejátszódott és majdan bekövetkező események halmaza, ami matematikailag egy négy dimenziós euklédészi térhez hasonló. E téridőben (amit Minkowski téridőnek nevezünk) azonban két pont közötti „négyes távolság” négyzete nem egyszerűen a pontok Descartes koordináta-különbségeinek a négyzetösszege (mint a Pitagorasz tételben). Itt az időkoordináták különbségének a négyzetét *negatív* előjellel kell figyelembe venni. Ez a negatív előjel mély fizikai jelentéssel bír: Az egymástól *zérus* négyes-távolságra lévő események fényjelek segítségével összeköthetők; azok, amelyek között a távolság-négyzet *negatív*, valamilyen vonatkoztatási rendszerből nézve egy-helyű események (és így oksági viszonyban is lehetnek); míg amelyekre a távolság-négyzet *pozitív*, valamely vonatkoztatási rendszerből nézve egyidejű események, és egymással nem lehetnek oksági viszonyban. Ezzel a téridő minden pontjában egy *fénykúp* értelmeztünk, ami kifejezi a fény (ill. általánosabban, a fizikai hatások) terjedési sebességének a *véges* voltát, és meghatározza, hogy egy esemény mely más eseményekkel lehet oksági viszonyban. A téridő felbontása térre és időre függ a választott vonatkoztatási rendszertől, de maga a téridő, a négyes-távolság vagy a fénykúpok rendszere nem.

## 2.2. Az általános relativitás kérdése

Newton első axiómája szerint vannak olyan vonatkoztatási rendszerek, amelyekből nézve a más objektumokkal kölcsönhatásban nem lévő tömegpontok egyenes vonalú egyenletes mozgást végeznek. Ezek az ún. inerciarendszerek, s a fizika (pl. a Maxwell elmélet) mozgásegyenletei ilyen rendszerekben érvényesek a szokásos alakjukban. Ernst Mach vetette fel azt a kérdést, hogy mi tünteti ki az inerciarendszereket a többi vonatkoztatási rendszerhez képest; azaz mi a testek tehetetlenségének az oka? Mach szerint az inerciarendszereket a világegyetem nagybani tömegeloszlása határozza meg. E rendszerek azok, amelyekből nézve a világegyetemet kitöltő anyag nagy átlagban egyenes vonalú egyenletes mozgást végez.

De ha az inerciarendszerek valóban csak annyiban különböznek a többi vonatkoztatási rendszertől, hogy őket az Univerzum anyageloszlásához illesztjük, akkor Einstein szerint valójában nincs is *elvi* különbség az inerciarendszerek és a tetszőlegesen mozgó vonatkoztatási rendszerek között. Tetszőlegesen mozgó vonatkoztatási rendszerek ugyanolyan legitím rendszerek a természettörvények megfogalmazása szempontjából, mint az inerciálisak. Ez a Galilei féle relativitási elv kiterjesztése tetszőlegesen mozgó rendszerekre [7]. Meg kell tehát tudnunk fogalmazni a természettörvényeinket tetszőlegesen mozgó vonatkoztatási rendszerekben is. A kérdés: Hogyan?

Az egyenes vonalú egyenletesen *gyorsuló* vonatkoztatási rendszerek vizsgálata vezette Einsteint arra a váratlan felismerésre, hogy az ún. gravitációs és tehetetlen tömeg szigorú arányossága miatt semmilyen mechanikai kísérlettel sem tudjuk megállapítani, hogy a vonatkoztatási rendszerünk inerciarendszer egy *homogén* gravitációs térben, vagy pedig egy egyenes vonalú egyenletesen *gyorsuló* mozgást végző rendszer [8]. Ez a megkülönböztethetetlenség további érv a Galilei féle relativitási elv kiterjesztésének a szükségessége mellett. Az ilyen egyenletesen gyorsuló vonatkoztatási rendszerekben fellépő *tehetetlenségi erők* és a *homogén* gravitációs erők mechanikai kísérletekkel történő megkülönböztethetetlenségét („gyenge ekvivalencia”) emelte Einstein elv rangjára: Az ilyen tehetetlenségi és gravitációs erők nem csak mechanikai, de *semmilyen* kísérlettel sem különböztethetők meg egymástól. Ez az *ekvivalencia elve*.

A természettörvények általános, gyorsuló vonatkoztatási rendszerekben való megfogalmazásának igénye elvezetett egy új, és talán még izgalmasabb kérdéshez: *Mi a gravitáció relativisztikus elmélete?*

### 2.3. A gravitációs tér sajátosságai

Galilei ejtési és (sokkal nagyobb pontossággal) Eötvös torziós ingával végzett kísérletei azt mutatják, hogy a testek gyorsítással szembeni ellenállását jellemző  $m_t$  *tehetetlen* és a Newton gravitációs erőtvényében szereplő  $m_g$  *gravitációs* tömege a testek anyagi minőségétől függetlenül mindig szigorúan arányos egymással. Így megfelelő egységválasztással  $m_t = m_g$  elérhető. Ez az egyenlőség tehát nem *a priori* igazság, hanem *kísérleti tény*, és ez az alapja az ekvivalencia elvnek.

A gravitációs és tehetetlen tömegnek ez az egyenlősége a gravitáció univerzális jellegét mutatja: A gravitáció az anyagnak nem valamilyen specifikus töltéséhez csatolódik, mint pl. az elektromágneses (vagy épp a modern részecskefizikában az erős és gyenge kölcsönhatásokat közvetítő Yang–Mills) tér, hanem az anyag egy kinematikai tulajdonságához, *anyagi minőségtől függetlenül*. A tömeg pozitivitása miatt a gravitáció mindig vonzó.

A gravitáció eme univerzalitása miatt a newtoni gravitációs erőter tére-rőssége (azaz a gravitációs potenciál  $\partial\Phi/\partial x^i$  gradiense,  $i = 1, 2, 3$ ) a három dimenziós tér bármely előre megadott pontjában megszüntethető egy megfelelően gyorsuló vonatkoztatási rendszerre való áttéréssel. A gravitációs térnek a „kitranszformálhatatlan”, mérhető fizikai jelentéssel bíró része tehát a potenciál  $\partial^2\Phi/\partial x^i\partial x^j$  *második* deriváltjaiból álló *tenzor*. Ez a mennyiség a testekben *nyíró* deformációt eredményez. Speciálisan, ez felel a Hold által a Föld óceánjaiban keltett árapályjelenségért (és ezért is nevezik ezt *árapályerőnek*), és Eötvös torziós ingája is e tenzor bizonyos komponenseit méri. A gravitáció tehát *kvadrupól jellegű tenzoriális* kölcsönhatásnak tűnik.

### 2.4. A megoldás

A gravitáció newtoni elmélete nemrelativisztikus távolhatás, és az ekvivalencia elv következtében ez két ok miatt sem tehető triviálisan relativisztikussá. Egyrészt Einstein már 1905-ben megmutatta [5], hogy a testek tehetetlen tömege (szorozva  $c^2$ -tel) függ a testek energiatartalmától [5], és így a gravitáció forrása nem a testek nyugalmi, hanem a teljes energiája. Egy relativisztikus térelméletben azonban a megfelelő energiasűrűség a szimmetrikus energiimpulzus-*tenzornak* csak egy komponense. Így a gravitáció forrása az energiimpulzustenzor, és nem csupán valamilyen tömegsűrűség. Ekkor azonban a gravitációt sem csupán egy  $\Phi$  skalár függvény írja le, hanem várhatóan az is csupán egy része egy bonyolultabb mennyiségnek.

Az ekvivalencia elv miatt azonban a gravitációnak nem lehet speciális relativisztikus elmélete *sem*. Einstein az ekvivalencia elvre alapozott híres lift gondolat kísérletében már 1911-ben kimutatta [8], hogy gravitációs térben a fénysugarak elhajlanak. De ha a gravitáció valóban befolyásolja a fényterjedést, akkor a fényjelek története nem lehet oly módon eleve adott, mint a Minkowski téridőben. *A gravitáció jelenléte nem egyeztethető össze a Minkowski téridő sík, a priori adott geometriájával. A téridő geometriája görbült.*

A téridő geometriájának a görbültsége azt jelenti, hogy a négyes-távolságot értelmező kifejezés csak *lokálisan* érvényes: Két infinitezimálisan közeli pont távolság-négyzete a koordináta-különbségek egy homogén kvadratikusan kifejezése,  $ds^2 = g_{ab} dx^a dx^b$ , ahol  $g_{ab} = g_{ab}(x)$  ( $a, b = 0, \dots, 3$ ) az ún. metrikus tenzor. Ez szimmetrikus és minden pontban három pozitív és egy negatív sajátértéke van. A geometria görbültségét az  $R^a_{bcd}$  görbületi tenzor jellemzi, amelynek az eltűnése esetén a távolság-négyzet infinitezimális kifejezése megfelelő koordináták választása mellett véges koordinátakülönbségű pontpárookra a Minkowski téridőbeli négyes-távolságot adja. A newtoni határesetben, azaz ha a gravitációs tér gyenge és sztatikus, akkor megfelelő koordinátákban  $g_{00} = -1 - 2\Phi/c^2$  valamilyen  $\Phi$  függvényre. E függvény kielégíti a newtoni gravitációelmélet téregyenletét, azaz a Poisson egyenletet, ha a  $g_{ab}$ -re vonatkozó téregyenletként

$$R_{ab} - \frac{1}{2} R g_{ab} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{ab}$$

-t választjuk. Itt  $R_{ab} := R^c_{acb}$  az ún. Ricci tenzor,  $R$  ennek a metrika szerint képzett spúrja,  $T_{ab}$  az anyag szimmetrikus energiaimpulzustenzora és  $G$  a Newton-féle gravitációs állandó. Ezek Einstein gravitációs téregyenletei [1].

A téregyenletek alapján Einstein korrekt módon származtatta a Merkúr perihéliumvándorlásának az ismert értékét, megjósolta a fénysugarak elhajlását a Nap gravitációs terében ill. a gravitációs vöröseltolódás jelenségét (azaz hogy gravitációs térben az órák *lassabban* járnak). Ez az elmélet három klasszikus kísérleti bizonyítéka.

Habár történetileg az általános relativitáselmélet abból az igényből nőtt ki, hogy a természettörvényeket fel tudjuk írni tetszőleges, és nem csak az inerciális vonatkoztatási rendszerekhez illesztett koordinátákban is, a speciális és az általános relativitáselmélet közötti igazi különbség az, hogy a gravitációs jelenségekről is számot adó általános elméletben a téridő *görbült*, míg a speciálisban *sík*, azaz görbületlen. A gravitáció nem más, mint a téridő görbültsége. A görbület trivialitása vagy nem trivialitása tehát ob-

*jektív*, független a használt vonatkoztatási ill. koordinátarendszerektől. Sík téridőben is használhatunk gyorsuló vonatkoztatási rendszerekhez illesztett koordinátákat, és görbült téridőben is bevezethetők a szabadon mozgó pontszerű próbatestekhez illesztett, s a sík téridő Descartes koordinátáihoz sok tekintetben hasonló koordináták.

A kérdésre, hogy hogyan kell a természettörvényeket tetszőlegesen mozgó vonatkoztatási rendszerben megfogalmazni, a válasz az, hogy *a természettörvények vonatkoztatási rendszerektől független tartalommal bírnak*, azok négyestenzorokkal (vagy spinorokkal) is megfogalmazhatók. Csupán azok *konkrét alakja* függ az aktuális vonatkoztatási rendszertől. Az egyik rendszerben megadott konkrét alakjukból egy másik rendszerbeni konkrét alakjuk a tenzorok (spinorok) transzformációs tulajdonságai alapján határozható meg.

### 3. Az elmélet sajátosságai és fejlődése

#### 3.1. Az elmélet sajátosságai

A gravitáció Einstein féle elmélete egy *tisztán geometriai elmélet*, a gravitáció maga a téridő görbültsége. Benne a  $g_{ab}$  metrikus tenzor kettős szerepet játszik, az a gravitációs „tér” *állapothatározója* és egyúttal a *téridőgeometriát* is definiálja (szemben pl. az elektrodinamikával, ahol a négyespotenciál, mint az elektromágneses tér állapothatározója, és a téridőmetrika, pl. sík téridőben az egyszer s mindenkorra adott Minkowski metrika, egymástól független mennyiségek). A metrika ezen kettős szerepének, azaz egy, a fizikai folyamatoktól független geometriai háttér *hiányának* súlyos elvi következményei vannak. Az elméletben felbukkanó számos nehézségnek ez a gyökere [9]. Most ezeket vesszük számba.

- Szabadsági fokok:

Mindenekelőtt, az elmélet óriási mérték-szabadságot tartalmaz. Így annak ellenére, hogy a  $g_{ab}$ -nak tíz független komponense van, a gravitációs *fizikai* szabadsági fokok pontonkénti száma csupán kettő (épp, mint az elektrodinamikában).

- A téregyenletek nemlinearitása:

Megmutatható, hogy a metrikus tenzor véges sok deriváltjaiból felépülő bármely *tenzoriális* kifejezés a metrikának egy nemlineáris kifejezése. Így bármely gravitációs téregyenlet, ami *csak* a metrikából és annak deriváltjaiból

épül föl (azaz nem függ semmiféle nem-dinamikai háttér metrikától) *szükségképpen nemlineáris*. Speciálisan, az Einstein egyenletek egy erősen nemlineáris parciális differenciálegyenletrendszer alkotnak. E nemlinearitások következtében az elmélet számtalan *nemperturbatív* effektust eredményez.

Habár a nemlinearitásból származó nehézségek ellenére az Einstein egyenleteknek mára már nagy számú *egzakt* megoldása ismert, számos, az Einstein egyenletekkel kapcsolatos *strukturális* kérdés (megoldások léte, egyértelműsége, stabilitása, stb) tisztázatlan maradt. Így az utóbbi évtizedekben a hangsúly a konkrét megoldások kereséséről egyre inkább e kérdések megválaszolására tevődött át [10, 11], új matematikai technikákat (pl. globális analízis, nemlineáris funkcionálanalízis stb) importálva az általános relativitáselmélet eszköztárába.

- A gravitációs energiasűrűség hiánya:

Ugyancsak a nemdinamikai geometriai háttér hiányának a következménye, hogy az általános relativitáselméletben nincs jól definiált gravitációs energia-impulzus *sűrűség* [12]. Bármely ilyen *lokális*, *sűrűség* jellegű mennyiség *lényegileg* koordinátarendszer és/vagy vonatkoztatási rendszer függő (pl. pszeudotenzoriális) kifejezés. A *gravitációs energia-impulzus szükségképpen nem lokalizálható*. Jól definiált gravitációs energiaimpulzus csak a téridő *kiterjedt* tartományaihoz rendelhető [13]. További következménye a nemdinamikai háttér hiányának, hogy minden ilyen integrális energiaimpulzus kifejezés nem három dimenziós térfogati, hanem csupán egy *két dimenziós zárt felületi integrál*. A *gravitációs energiaimpulzus töltés-jellegű kifejezés*, épp úgy mint az elektromos töltés az elektrodinamikában.

- Kauzális patológiák:

Mivel a téregyenleteket nem egy metrikus geometriai háttéren, adott oksági viszonyok mellett, hanem csupán egy koordinátákkal ellátott ún. differenciálható sokaságon kell megoldani, ezért a megoldások a Minkowski téridőben megszokotthoz képest nagyon eltérő oksági viszonyokkal is rendelkezhetnek. Például a Gödel féle megoldásban a téridő minden pontján keresztül létezik *zárt időszerű görbe*. Ez a lehető legdurvább kauzalitássértés [14, 15], mert ilyen görbék léte kauzális paradoxonokhoz („időutazás”) vezet: Pl. előidézhetünk a saját múltunkban olyan katasztrófát, ami megakadályozza a saját megszületésünket, ami által mégsem idézhetjük elő a katasztrófát. Egy ilyen paradoxon feloldása csak úgy látszik lehetségesnek, ha nem írhatunk elő a mozgásegyenleteinkhez minden, a lokális természettörvényeink által megengedett kezdőfeltételt („nincs szabad akarat”), hanem csupán olyat, amelynek



az időfejlődése során a rendszer entrópiája nem változik.

- Az elmélet prediktivitása:

A fenti nehézségek motiválják azt a kérdést, hogy vajon jól értjük-e az Einstein egyenletek szerepét? Hogy a téridő egy *megoldása* az Einstein egyenleteknek, vagy az inkább csak az Einstein egyenletekre, mint hiperbolikus parciális differenciálegyenletre vonatkozó *kezdetiértékprobléma* (azaz Cauchy feladat) megoldása? Ez utóbbiban ui., ami egy erősebb követelmény, a fentihez hasonló kauzális patológiák nem fordulhatnak elő. Sajnos azonban az Einstein egyenletekre vonatkozó Cauchy-feladat megoldása nem feltétlenül teljes abban az értelemben, hogy a kezdőadatok csak egy olyan „időben véges” kiterjedésű tartomány geometriáját határozzák meg egyértelműen, ami egy minden tekintetben reguláris téridőnek csupán egy *valódi részhalmaza*. Például a negatív kozmológiai állandójú állandó negatív görbületű (az ún. anti-de Sitter) vagy a Kerr megoldás is ilyen [14, 15]. A kezdőadatok tehát *nem feltétlenül* határozzák meg egyértelműen a *teljes* téridő geometriáját, és az elmélet prediktív ereje látszólag kisebb, mint pl. a Maxwell egyenleteké. A nehézségek oka itt is az, hogy az oksági viszonyok is a dinamika során „születnek”, és az időfejlődés nem egy adott oksági viszonyokkal rendelkező geometriai háttéren történik, mint pl. a sík téridős elektrodinamikában.

- Konformisan invariáns struktúrák:

A téridő görbültsége miatt a fénykúpok csupán a téridő kis tartományain (egészen pontosan, csak a téridő érintővektorainak a tereiben) olyan szerkezetűek, mint a Minkowski téridőben. Megmutatható, hogy a fénykúpok ezen lokális rendszerét a metrikának csupán a *konform osztálya* határozza meg (és viszont) [16, 14, 15]. (A  $g_{ab}$  és  $g'_{ab}$  metrikákat azonos konform osztályúnak mondjuk, ha van olyan  $\Omega^2$  pozitív függvény, hogy  $g_{ab} = \Omega^2 g'_{ab}$ .) A metrika tehát természetes módon bomlik fel az oksági viszonyokat (és a különböző irányok közötti szögeket) már meghatározó *valamilyen*  $g'_{ab}$ , és a távolságskálát is rögzítő  $\Omega^2$ , ún. konformis faktor szorzatára. E felbontás fizikai jelentőségét az adja, hogy a fizika fundamentális, zérus nyugalmi tömegű részecskéket leíró téregyenletei (Maxwell, Yang–Mills és zérus tömegű Dirac egyenlet) invariánsak az  $\Omega^2$  konformis faktor megváltoztatásával szemben. Például a Higgs bozon kivételével a részecskefizika Standard Modelljének *minden* részecskéje ilyen! Hasonlóan, a *forrásmentes* Einstein elmélet belső szabadsági fokainak a dinamikáját leíró egyenletek is invariánsak a konformis faktor megváltoztatására nézve, és csak az anyaghoz való *csatolásának* a módja sérti ezt az invarianciát.

### 3.2. További általános relativisztikus jelenségek

Az elmélet a három klasszikus kísérleti bizonyíték mögötti effektusok mellett számos további, kísérletekkel is tesztelhető jóslattal is bír. Ezek közül néhány:

- A próbatestek mozgásegyenletei:

Az anyag lokális energia-impulzusának a megmaradását felhasználva Einstein, Infeld és Hoffmann megmutatta, hogy pontszerűnek tekinthető próbarészecskék világvonala a téridőben *gyorsulásmentes* (azaz ún. geodetikus) görbe, azaz *Newton I. axiómája az Einstein elméletből származtatható*. Ha azonban a próbatest saját impulzusmomentummal is rendelkezik, akkor Papapetrou [17] eredményei szerint a világvonala már nem gyorsulásmentes, és a gyorsulás a próbarészecske impulzusmomentumával és a téridő görbületi tenzorával lesz arányos. Ez az effektus a „Gravity Probe B” kísérlet alapja.

- Időkésés:

Bocsássunk ki egy olyan radar jelet, ami pl. a Nap mellett elhaladva visszaverődik egy másik bolygóról, majd ismét elhaladva a Nap mellett visszatér a Földre. Most ismételjük meg a kísérletet úgy, hogy a radar jel ne a Nap közelében haladjon el. Az elmélet szerint a jel futási ideje az első esetben *nagyobb*, mint a másodikban: Az fény/radar-jel gravitációs téren való áthaladásához hosszabb idő szükséges. Ez a Shapiro féle időkésés („time delay”) effektus [18].

- Extrém gravitációs lencsézés — Az Einstein gyűrűk:

A fény gravitációs térben a gravitációs forrás irányába történő elhajlása a gravitációs teret sok tekintetben a geometriai optika gyűjtőlencséihez teszi hasonlatossá. Valóban, a geometriai optika számos jelensége (a kép elforgatása, nagyítása, torzítása, kausztikus felületek kialakulása, többszörös képek megjelenése, stb) megvalósul gravitációs térrel történő „lencsézés” során is [19]. A fényelhajlás extrém mértéke valósul meg fekete lyukak, mint gravitációs források körül. Például egy fekete lyuk *mögötti* galaxis képe a fekete lyuk *körül* kialakuló (egy vagy több) *gyűrű*. Ezek az ún. Einstein gyűrűk [20].

- Gravitációs hullámok:

Az elmélet lineáris (gyenge tér) közelítésében a metrikus tenzort a Minkowski téridő metrikájának és egy kis perturbációnak az összegeként írjuk fel. Ebben a közelítésben az Einstein egyenletek a perturbációra vonatkozó *hulláme egyenletre* redukálódnak. Így sejthető, hogy az elméletnek vannak gravitációs hullám megoldásai. Ilyen hullámokat pl. nagy tömegek gyorsításá-

val (pontosabban, a tömegeloszlás kvadrupólmomentumának a gyors időbeli változtatásával) tudunk generálni (lásd pl. [12]). A kisugárzott gravitációs hullámok intenzitása azonban rendkívül kicsi. Például a sugárzási teljesítmény a Nap–Jupiter kettős rendszerre is csupán kb. 40 Watt [21]!

Elméleti jellegű, a megfigyelésekhez közvetlenül nem kapcsolódó, és inkább az elmélet belső szerkezetére vonatkozó eredmények:

- A fény utólérhető!

A speciális relativitáselmélet szerint ha egy forrásból fényjelet indítunk, akkor a forrásból a fénnel egyszerre induló egyetlen nemzérus tömegű részecske, pl. megfigyelő, sem képes a fényt utólérni. A gravitációs „lencsézés” egy érdekes következménye, hogy az általános relativitáselmélet szerint ez mégis lehetséges. Ha ui. a forrásból induló egymás közelében futó fényjelek fókuszálódnak, akkor a fényjelek története e fókuszpontokban elhagyja a fényemisszió, mint esemény fénykúpját, és belép a fénykúp *belsejébe*. Így e történetek fókuszpont utáni szakaszai már véges tömegű részecskék segítségével is elérhetők [14, 15]. A fényjelekhez hasonlóan a gravitáció a szabadon mozgó tömeges részecskék világvonalait is fókuszálja. Ennek következménye, hogy a speciális relativisztikus ún. „ikerparadoxon” problémájában már nem az ikerpár helyben maradó tagja öregszik jobban ha a testvérrel történő találkozás a fókuszpont után következik be [23].

- Fekete lyukak és téridőszingularitások:

A vákuum Einstein egyenletek Kerr megoldása olyan stacionárius gravitációs teret ír le, amelyet látszólag lokalizált, forgó, tengelyszimmetrikus gravitációs forrás hoz létre [15, 12], és a megoldást két paraméter, az ún. tömeg és az impulzusmomentum paraméter jellemzi. (A jól ismert Schwarzschild megoldás ennek gömbszimmetrikus speciális esete.) E megoldásban a központi tartományban a gravitációs tér olyan erős, hogy az azt körülzáró egy bizonyos felületet átlépve minden részecske, beleértve a fotont is, már véges időn belül szükségképpen eléri a centrumot, ami a téridőgeometriának egy valódi, *fizikai* szingularitása. Ez a felület félig áteresztő hártaként viselkedik: A külső tartományból részecskék léphetnek be a belső tartományba, de onnan semmi nem jöhet ki. Ez a felület az *eseményhorizont*, s a horizont által körülzárt tartomány a *fekete lyuk*. Minden, a horizontot megközelítő és a távoli megfigyelő számára fényjeleket kibocsátó részecske egyre nagyobb vöröseltolódással és egyre kisebb luminozitással látszódik; és a horizont elérésének a pillanatában a vöröseltolódás végtelenné, a luminozitás pedig nullává válik. Ezért *fekete* a fekete lyuk. A Kerr megoldás fontos tulajdonsága az unicitás [24]: Az

Einstein egyenletek minden lokalizált, reguláris eseményhorizonttal rendelkező stacionárius és tengelyszimmetrikus vákuum megoldása szükségképpen egy Kerr téridő.

Valójában ezek az Einstein egyenleteknek *vákuum* megoldásai, azaz a téregyenletek jobboldalán nincs forrástag:  $T_{ab} = 0$ . De akkor mi lehet a jelentése/jelentősége ezeknek a megoldásoknak? Az általános relativitáselmélet egy, még szigorúan, matematikailag nem bizonyított sejtése szerint elég nagy tömegű anyag teljes gravitációs összeomlása során kialakuló aszimptotikus végállapot egy Kerr megoldással írható le [22]. Gömbszimmetrikus és nem túl „kemény” állapotegyenletű anyageloszlás (pl. por vagy folyadék) esetén a végállapot bizonyítottan a Schwarzschild fekete lyuk; ill. perturbációs vizsgálatok mutatják, hogy az összeomló anyag sebesség- és anyageloszlásának a dipólnál magasabb momentumai aszimptotikusan lecsengenek. Ez a sejtés plauzibilitását mutatja. Az anyag teljes gravitációs összeomlásának a végállapota tehát (minden valószínűség szerint) egy Kerr fekete lyuk. Ha az anyagnak van tiszta elektromos (vagy mágneses, esetleg más megmaradó) töltése, akkor a végállapot e töltéssel rendelkező Kerr, egy ún. Kerr–Newman fekete lyuk lesz [12].

Hogy a fekete lyukak centrumában lévő szingularitás valóban *fizikai* szingularitás (és nem csak a koordinátarendszer szingularitása, mint a polár koordinátarendszeré az euklédészi térben), továbbá hogy ezek nem az adott megoldásban használt magas fokú egzakt geometriai szimmetriák következményei, azt a klasszikus Penrose ill. Hawking–Penrose szingularitástételek mutatják [22, 14, 15].

- A gravitáció stabilitása és a pozitív energia tételek:

Az elektrosztatika mintájára definiálhatjuk a newtoni gravitációelméletben a gravitációs tér energiasűrűségét, mint a gravitációs térerősség nagyságának a négyzetét, ill. a *teljes energiát*, mint az anyag energiájának és eme energiasűrűség teljes három dimenziós térre vett integráljának a különbségét. (A negatív előjel oka, hogy a newtoni gravitációs energia *kötési energia*, ami a teljes energiát *csökkenti*.) Azonban az anyagot egyre kisebb és kisebb térrészbe zsúfolva ez a teljes energia tetszőlegesen nagy *negatív* értékévé tehető. Tehát látszólag tetszőlegesen nagy energia vonható ki egy gravitáló rendszerből a gravitációs kötési energia minden határon túli növelése árán. Továbbá, az energia-funkcionál alulról nem korlátos jellege miatt a newtoni gravitációelmélet által kormányzott rendszerek *lényegileg instabilak*. E problémák a newtoni gravitációelméletnek a belső inkonzisztenciáját mutatják.

Az általános relativitáselmélet szerint azonban semmilyen anyagot nem zsúfolhatunk össze tetszőlegesen kis tartományba anélkül, hogy fekete lyuk alakulna ki. Így már a hatvanas évek végén megfogalmazódott az a sejtés, hogy reguláris (azaz szingularitásoktól mentes) anyageloszlások teljes energiája az általános relativitáselmélet szerint mindig pozitív. Ezt a sejtést bizonyította Schoen, Yau [25] és (más módszerrel) Witten [26]. Az energia-pozitivitás bizonyítható fekete lyukak jelenlétében is [27].

- A fekete lyukak termodinamikája:

Bár az anyag fekete lyukká történő teljes gravitációs összeomlása során az anyageloszlás magasabb rendű makroszkópikus multipólmomentumait a keltett gravitációs hullámok eloszlása még őrzi, óriási számú (főleg *mikroszkópikus*) szabadsági fok ill. az anyag mikroszkópikus állapotát jellemző *információ* tűnik el a fekete lyukban, miközben a lyuk stacionárius végállapotát csupán két paraméter jellemzi. Látszólag tehát fekete lyukak jelenlétében *sérül a termodinamika második főtétele*.

A statisztikus fizika alapelvei ill. Shannon információelméleti megfontolásai alapján Bekenstein ismerte fel, hogy az anyag fekete lyukban elvesző szabadsági fokainak ill. az ott elvesző információnak a mértékéül a fekete lyukhoz entrópia rendelendő, és az (egy még határozatlan 1 nagyságrendű együtthatótól eltekintve) a lyuk eseményhorizontjának a felszíne Planck hossz-négyzet egységekben mérve [28], ahol a Planck-hosszt

$$L_P := \sqrt{\frac{G\hbar}{c^3}} \simeq 1.6 \times 10^{-33} \text{ cm}$$

definiálja. Ezzel lehetőség nyílt a termodinamika második főtételének, ill. Bardeen, Carter és Hawking [29] eredményei alapján a termodinamika főteteleinek a formális kiterjesztésére fekete lyukakat is tartalmazó rendszerekre.

- A Hawking sugárzás:

De mit keres a  $\hbar$  Planck állandó egy *klasszikus fizikai* formulában, ill. mi az 1 nagyságrendű együttható? Továbbá, ha a Bekenstein-entrópia nem csak formális, hanem *fizikai* jelentéssel is bír, akkor a fekete lyukaknak *fizikai* jelentéssel is rendelkező nemzérus hőmérséklete is kell legyen. Hogy ez így van, azt a Hawking sugárzás megjósolt jelensége mutatja [30]: A fekete lyukak a környezetükben a kvantumozott vákuumból termikus eloszlással részecskéket keltenek, a spektrum hőmérsékletét a fekete lyuk paraméterei meghatározzák és Bekenstein entrópia-kifejezésében a még határozatlan együttható  $1/4$ . Ez a hőmérséklet az ún. Hawking hőmérséklet, és pl. Schwarzschild fekete lyuk-

ra  $T_H \simeq 6 \times 10^{-8} (M_\odot/M) K^\circ$ , ahol  $M_\odot$  a Nap-tömeg. A fekete lyukak tehát kvantumosan sugároznak, azaz nem is teljesen „feketék”, s közben tömeget veszítenek. De a tömegük csökkenésével nő a hőmérsékletük (azaz a fekete lyukak hőkapacitása *negatív*), s az egyre gyorsabb ütemű „párolgásuk” egy robbanásban (vagy, mivel e robbanás mértéke kb. egy tűzérési lövedék robbanásának felelne meg [31], inkább csak pukkanásban) ér véget.

## 4. Az általános relativitáselmélet a kísérletek fényében

Szigorú értelemben az elmélet három ún. „klasszikus kísérleti bizonyítéka” közül 1960 előtt valójában csak egy volt, a Merkúr perihélimvándorlásának a korrekt értelmezése (1% pontossággal). A fényelhajlás mérését terhelő szisztematikus hibák miatt az eredmény később nem bizonyult meggyőzőnek. A fényelhajlást ui. már az ekvivalencia elv (és a Newton elmélet) is megjósolja (bár csak fele annyit, mint az Einstein elmélet), és a korai megfigyelések valójában csak annyit igazoltak, hogy van legalább az Einstein elmélet által megjósolt érték *felének* megfelelő fényelhajlás [35]. A vöröseltolódás meggyőző kísérleti kimutatására az 1960-as Pound–Rebka kísérletig kellett várni [33].

A hatvanas évekkel azonban új kísérleti, elsősorban kvantum technológiák jelentek meg (Mössbauer effektus, laser, maser, nagy pontosságú interferométerek és atom-órák, szupravezetők, radar technika, műholdak stb), amelyek új típusú kísérletek tervezését is lehetővé tették. Ez a lehetőség azonban igényelte (és motiválta is) az elmélet kísérleti alapjainak az újragondolását. Továbbá, már a 60-as évekre az általános relativitáselmélet alternatívájaként jó két tucat gravitációelmélet is megjelent (mára ez a szám legalább 40), s felvetődött a kérdés, hogy ezek érvényességéről lehetne-e *kísérletileg* dönten. Dicke nyomán [34] a gravitációs kísérleteket két csoportba soroljuk: Amelyek az elmélet(ek) kísérleti alapjait adják, és amelyek az elmélet(ek) konkrét jóslatait tesztelik. A legfrissebb mérési eredményeket [35]-ből idézzük. Számos kísérlet technikai részletek nélküli, jól olvasható leírása megtalálható [21]-ben.

## 4.1. Az alapkísérletek: Az Einstein ekvivalencia elv

A modern (és komolyan vehető) gravitációelméletek ki kell, hogy elégítsék a *szabadesés univerzalitásának* elvét, a *lokális Lorentz invariancia* elvét és a *lokális pozíció invariancia* elvét. E három kritériumot együtt nevezzük az *Einstein ekvivalencia elvnek*, és amely követelmények eleve kizárják az alternatív elméletek jó részét [34, 32]. (Az ekvivalencia elv(ek) egy finom diszkussziója található [36]-ban.)

A szabadesés univerzalitásának elvét (vagy gyenge ekvivalencia elvet) tesztelő kísérletek nagy része az Eötvös kísérlet valamilyen finomítása, és célja az

$$\eta(A, B) := 2 \frac{|a(A) - a(B)|}{a(A) + a(B)}$$

ún. Eötvös hányados nagy pontosságú mérése különböző anyagokra. Itt  $a(A)$  ill.  $a(B)$  az  $A$  ill.  $B$  anyag gyorsulása ugyanabban a gravitációs térben. Például berilliumra és titánra  $\eta(Be, Ti) < 2.1 \times 10^{-13}$ . Az  $\eta$  faktor szétbontható a különböző elemi kölcsönhatások, és azokon belül a különböző effektusok adta járulékok összegére. Így korlátok kaphatók arra, hogy milyen mértékben igaz a gyenge ekvivalencia elv az elektronra, protonra, neutronra, az egyes anti-részecskékre, a gyenge vagy épp az elektromos vagy mágneses kötési energiára, a spin-pálya csatolásból eredő energiára, stb [32, 35].

A lokális Lorentz invariancia követelménye szerint egyetlen *lokális, nem-gravitációs* kísérlet sem mutathat ki kitüntetett irányt a téridőben; azaz a speciális relativitáselméletet *lokálisan* érvényesnek gondoljuk. Ez pl. a fénysebesség irányoktól független állandóságát jelenti. Az erre vonatkozó kísérleti korlát  $\Delta c/c < 3.2 \times 10^{-16}$ .

A lokális pozíció invariancia követelménye szerint bármely *lokális, nem-gravitációs* kísérlet eredménye független kell legyen a kísérlet helyszínétől és idejétől. E követelmény teljesedése *vöröseltolódás mérésekkel* tesztelhető [32, 35]. (Bár Einstein a vöröseltolódást az elmélete jóslataként javasolta tesztelni, ez a jelenség valójában már a gyenge ekvivalencia elv következménye, függetlenül a téregyenletektől. Így a vöröseltolódás mérésével a gyenge ekvivalencia elvet tesztelhetjük, *feltéve*, hogy a lokális Lorentz és pozíció invariancia követelménye teljesül. Megfordítva, a vöröseltolódás mérése a lokális (térbeli) pozíció invariancia tesztelése, *ha* a gyenge ekvivalencia elv és a lokális Lorentz invariancia teljesül.) Egyszerű számolás adja, hogy a gyenge ekvivalencia elv és a lokális Lorentz invariancia teljesülése esetén a  $\nu$  frekven-

ciájú foton vöröseltolódásának a mértéke  $\Delta\nu = (1 + \alpha)\nu\Delta U/c^2$ , ahol  $\Delta U$  a sztatikus newtoni gravitációs potenciál különbsége a foton emissziójának és az abszorpciójának helyén, és a lokális (térbeli) pozíció invariancia esetén  $\alpha = 0$ . Az ún. „Gravity Probe A” kísérlet eredménye szerint  $|\alpha| < 2 \times 10^{-4}$  (míg a Pound-Rebka kísérletben  $|\alpha| \leq 10^{-2}$ ) [35]. A lokális időbeni pozíció invariancia tesztelése a nemgravitációs fizikai állandók időbeli változásának a mérését jelenti. Például az elektromágneses finomszerkezeti állandóra  $|\dot{\alpha}_{EM}/\alpha_{EM}| < 0.5 \times 10^{-16}/\text{év}$ , a gyenge kölcsönhatási konstansra  $|\dot{\alpha}_W/\alpha_W| < 5 \times 10^{-12}/\text{év}$ , és az elektron/proton tömegarányra  $< 3 \times 10^{-15}/\text{év}$  [35].

## 4.2. További kísérletek

A kísérletek második csoportjába az egyes elméletek speciális jóslatainak a tesztelését célzó kísérletek tartoznak. Technikai okok miatt ezt két alcsoportra bontják: A Naprendszerben ill. az annál nagyobb (galaktikus vagy épp kozmológiai) skálán elvégezhető kísérletekre/mérésekre. A Naprendszerbeli kísérletek során ui. (relativisztikus skálán) a sebességek és a tömegek kicsik és a gravitációs tér gyenge. Ez az alapja az ún. PPN (paraméterezett post-newtoni) formalizmusnak [32, 35], ami az egyes gravitációelméleteket a newtoni limeszhez adott korrekcióival parametrálja tíz dimenziótlan paraméter segítségével. Ebben az elméleti keretben az egyes alternatív elméletek is összehasonlíthatók. Az egyes kísérletek (pl. a Shapiro féle időkéésés, a fényelhajlás, a Merkúr perihéliumvándorlásának vagy épp a „Gravity Probe B” kísérletben a pörgettyű precessziójának a mérése) tekinthetők e paraméterek méréseinek. A mérési eredmények tipikusan  $10^{-4}$ – $10^{-9}$  pontossággal azonosak az Einstein elméletnek megfelelő paraméterértékekkel [35].

Láttuk, hogy a realiztikus forrásokból származó gravitációs hullámok intenzitása rendkívül kicsi, és számottevő intenzitású hullámok csak kataklizma szerű asztrofizikai folyamatok (pl. szupernova robbanások, neutroncsillag vagy fekete lyuk ütközések) során remélhetők. Ezek távolsága azonban olyan nagy, hogy a detektorainkban csak nagyon kis effektusokat okoznak. A gravitációs hullámokat elvben több különböző alapelven működő detektorral (pl. piezokristályokban keltett térbeli feszültség, vagy egymás közelében szabadon mozgó részecskék relatív gyorsulásának a mérésével) is lehet érzékelni. A legegyszerűbb, és egyben a legigéretesebb egy adott szakasz gravitációs hullámok okozta térbeli távolságváltozásának a mérése interferometrikus eszközökkel. A most épülő gravitációs hullám detektorok (GEO600,



LIGO, Virgo, LISA) ezen az elven működnek. A kívánt mérési pontosság nagyobb kell legyen, mint  $10^{-18}$ . Mintha egy 1 km hosszú szakaszt akarnánk megmérni egy atommag átmérőjének a pontosságával ...!

Habár még nem sikerült gravitációs hullámokat közvetlenül detektálni, ilyen hullámok léte van közvetett bizonyítékunk. Az 1975-ben Hulse és Taylor által felfedezett PSR 1913+16 jelű pulzár egy olyan (feltehetően neutroncsillagokból álló) kettős rendszer egyik tagja, amelynek a pálya-adatai (keringési idő, excentricitás, stb) nagy pontossággal mérhetők [37]. Az általános relativitáselmélet szerint azonban ez a kettős rendszer gravitációsan sugároz, és a sugárzás által okozott folyamatos energiavesztés miatt a két objektum fokozatosan egyre közelebb kerül egymáshoz, és a sebességük egyre nő. A pulzár közel 30 éven keresztül történő folyamatos megfigyelésével Taylor és munkatársai azt találták, hogy a kettős pálya-adatainak a változása 0.5% hibahatáron belül egyezik az általános relativitáselmélet sugárzási formulája alapján számolt változással [38]. Eredményeikért Hulse és Taylor kapta az 1993 évi fizikai Nobel díjat.

Eddig tehát egyetlen kísérlet sem mutatott eltérést az általános relativitáselmélet jóslataihoz képest. Az elmélet minden teszten átment, miközben a kísérletekkel kompatibilis gravitációelméletek közül az Einstein elmélet a legegyszerűbb.

## 5. Alkalmazások

- A GPS rendszerek:

A GPS rendszerek működésének alapelve az, hogy a Föld felszínének bármely pontjából nézve a horizont fölött mindig van négy jeladó műhold, s az ezektől való távolság meghatározásával határozzuk meg a helyzetünket [39]. A távolságmérés mikrohullámú rádiójelek futási idejének a mérésével történik. Azonban a műholdak nagy sebessége és a magassággal gyengülő gravitációs tér miatt a műholdakon elhelyezett nagy pontosságú atomórák a földi órákhoz képest *idődilatációt* ill. *gravitációs kéeltolódást* szenvednek. Ez a Föld felszínén 15 méter pontosságú helymeghatározást várva a műholdak óráinak a napi újraszinkronizálását teszi szükségessé. Az eltérés napi  $-7\mu\text{sec}$  ill.  $46\mu\text{sec}$ . A sokkal nagyobb pontosságot igénylő katonai üzemmódban még további korrekciókra is szükség van.

- Relativisztikus asztrofizika:

A csillagok energiatermelésének a megértésében a nagyenergiás magfizika,

az egyensúlyi konfigurációk származtatásában pedig a statisztikus fizika és (különösen nagyon nagy tömegű csillagok esetén az Einstein féle) gravitációelmélet játszik alapvető szerepet. A fúziós energiatermelés leállása után kialakuló egyensúlyi állapot jellege a csillag tömegétől függ. Fehér törpecsillagokban az elektronok, míg neutroncsillagokban a neutronok ultrarelativisztikus degenerációs nyomása tart egyensúlyt a gravitációs vonzásból eredő befele irányuló nyomással. (Az ilyen irányú úttörő munkájáért az 1983 évi fizikai Nobel díjat Chandrasekhar kapta.) Ha azonban a neutroncsillag tömege legalább 2.5–3 Nap-tömegnyi, akkor már a neutroncsillag állapot sem stabil, és a csillag teljes gravitációs összeomlást szenved, *fekete lyuk* jön létre. Infravörös, kemény röntgen és gamma tartománybeli megfigyelések mutatják, hogy a Tejútrendszer középpontjában is egy extrém nagy tömegű fekete lyuk (a Sagittarius A\*) van. A lyuk tömege  $4.31 \times 10^6 M_\odot$  és sugara 44 millió km, ami majdnem a Merkúr pályájának a sugara! Hasonló szupernehéz fekete lyukakat gyanítanak a nagy, Androméda-szerű glaxisok centrumában is. Tehát az általános relativitáselmélet által megjósolt fekete lyuk, mint asztrofizikai objektum léte *tény*.

A fényelhajlás általános relativisztikus jelensége, mint *eszköz*, felhasználható az univerzum nem látható (ún. sötét) anyageloszlásának a feltérképezésére is [20]. Pl. a Hubble űrteleszkóp számos olyan felvételt készített, amin távoli galaxisok képe gyűrű vagy egy részleges gyűrű (azaz egy ív). Ismerve a lencsézés törvényeit meghatározható az a tömegeloszlás, ami a fényelhajlást létrehozta.

- Relativisztikus kozmológia:

Hogy a kozmológia spekulatívból *kvantitatív* tudományá vált, nagyrészt az általános relativitáselméletnek köszönhető. Hubble megfigyelése, hogy a távoli galaxisok a távolságukkal arányos sebességgel távolodnak tőlünk, természetes módon értelmezhető az Einstein egyenletek Friedmann által adott homogén és izotróp kozmológiai megoldásában: Az Univerzum *tágul*, és ez a tágulás mintegy 13.6 milliárd évvel ezelőtt kezdődött. A Penzias és Wilson által felfedezett 2.726 K°-os termikus, mikrohullámú kozmikus háttérsugárzás e táguló univerzum korai, forró időszakának a maradványa. (Felfedezésükért kapták az 1978 évi fizikai Nobel díjat.) A háttérsugárzás hőmérséklet és szögeloszlását egyre nagyobb pontossággal a COBE (Mather, Smoot, 2006 évi fizikai Nobel díj), WMAP és Planck űrszondák mérték, utóbbi mikrokévin pontossággal. Eltekintve a Tejútrendszer 600km/sec sebességének megfelelő dipól anizotrópiától, a háttérsugárzás hőmérsékleteloszlásának az

anizotrópiája  $\Delta T/T \sim 10^{-5}$  nagyságrendű és kiterjedése az éggömbön  $\sim 1^\circ$ . Ez a sugárzás anyagról való lecsatolódásának az idején (kb. 370 000 évvel az ősrobbanás után) épp a kozmológiai horizont Friedmann modellben becsült mérete. De a háttérsugárzás nagy fokú izotrópiája miatt nagy skálán a bariónikus anyag is hasonló eloszlással kell hogy rendelkezzen, mert egy erősen inhomogén anyageloszlás már eltorzítaná a háttérsugárzás izotrópiáját. A forró univerzum fenti, ún. Big-Bang modellje a megfigyelések tükrében tehát *tény*.

De mi az oka a háttérsugárzás eme hihetetlen mértékű izotrópiájának és az anyag homogén eloszlásának? Valóban ilyen speciális kezdeti feltételekkel indult az Univerzum története, vagy ez csupán egy kiegyenlítődési/termalizációs folyamat eredménye? A standard kozmológiai modellben azonban az ősrobbanás utáni 370 000 év nem lehetett elég a termalizációra, mert az Univerzum sokkal nagyobb, mint amekkora távolságon belül az anyag ennyi idő alatt termalizálódhat. Ez az ún. horizont-probléma, amit az inflációs kozmológiai modellek az Univerzum nagyon korai szakaszában egy óriási mértékű tágulással (infláció) próbálnak magyarázni. Ezt egy hipotetikus, furcsa tulajdonságokkal rendelkező és a részecskefizikai modellekbe nem illeszkedő anyagmező (vagy mezők) létének a feltételezésével érik el. A másik lehetőség, hogy elfogadjuk: Az Univerzum tágulása *valóban* egy ilyen kivételes(nek tűnő) állapotból indult. Penrose-nak a statisztikus fizika elveire épülő érvelése szerint [21, 31] ui. ha a nagy fokú homogenitás egy termalizáció (mint *irreverzibilis* folyamat) eredménye volna, akkor a kezdeti állapot kisebb entrópiájú, azaz *még ennél is speciálisabb* kellett volna legyen! A termikus állapot ugyanis az összes lehetséges makroállapot között a legvalószínűbb.

Einstein még Hubble megfigyelései előtt kereste a téregyenleteinek a kozmológiai megoldásait. Az akkori elképzeléseknek megfelelően az Univerzumot sztatikus megoldással próbálta modellezni. Az Einstein egyenleteknek azonban ilyen sztatikus kozmológiai megoldása nincs. Ezért Einstein kissé módosította a térgyenleteit a bal oldalhoz hozzáadott  $\Lambda g_{ab}$  extra taggal, ahol  $\Lambda$  az ún. kozmológiai állandó. Hubble megfigyelései ill. a Friedmann megoldás nyomán a kozmológiai tag szükségtelennek tűnt. A távoli szupernova robbanások megfigyelt fényességének mint a vöröseltolódás függvényének az elemzése azonban azt mutatta, hogy – a várakozásokkal ellentétben – az Univerzum tágulásának a sebessége *nő* (Perlmutter, Riess, Schmidt; 2011 évi fizikai Nobel díj). Ezt vagy egy furcsa tulajdonságokkal rendelkező, pl. *negatív nyomású* anyag (ún. „sötét energia”), vagy az Einstein egyenletekben mégiscsak jelenlevő,  $\Lambda = 10^{-56} \text{ cm}^{-2}$  értékű kozmológiai állandó okozza.

A kozmológiai állandó *pozitivitása* az alapja Penrose konformisan ciklikus kozmológiai modelljének is (CCC-modell), ami az általános relativitáselmélet és a statisztikus fizika alapelveinek az egyik legkoherensebb ötvözete [31]. Eszerint mind az ősrobbanás mind pedig az aszimptotikus időbeli végtelen is csak a *konformis faktornak* szingularitása, a téridő fénykúpjainak a rendszere e szingularitásokban is reguláris marad. A modell szerint az Univerzum története az ún. *eonok* végtelen sorozata, ahol egy eon a konformis faktor  $\Omega = 0$  és  $\Omega = \infty$  szingularitása közötti téridőtartomány. Az eonok e szingularitások mentén kapcsolódnak egymáshoz, amelyek a zérus tömegű részecskék számára (a konformis invarianciájuk miatt) átjárhatók, és csak a masszív részecskék léte kötött egy-egy eonhoz.

## 6. Nyitott kérdések

Habár nem ismert olyan jelenség vagy kísérleti tény, ami ne lenne kompatibilis az általános relativitáselmélettel, az elmélet számos nyitott (főleg koncepcionális) kérdést tartalmaz. Ezek sokszor a fizika más ágaihoz való viszony kapcsán fogalmazódnak meg.

- Néhány nyitott kérdés a klasszikus általános relativitáselméletben:  
Minden olyan esetben, amikor az Einstein egyenletekre megfogalmazott kezdetiértékproblémának a megoldása a téridőnek csak egy *valódi* részhalmazát határozza meg, a téridő magas fokú egzakt geometriai szimmetriákkal rendelkezik, és a kezdeti adatok maximális Cauchy fejlődését a téridő további részétől elválasztó ún. Cauchy horizont *instabil*. Ez az alapja az ún. *koszmikus cenzor* sejtésnek, miszerint generikus, szimmetriákkal nem rendelkező kezdeti adatok maximális Cauchy fejlődése már nem terjeszthető ki egy „nagyobb” téridőbe. A kérdés az, hogy matematikailag mit is kell érteni a „generikus” jelzőn? Ez a klasszikus elmélet egyik legfontosabb nyitott problémája. Szintén nyitott a gravitációs összeomlásra vonatkozó ún. végállapot-sejtés is, miszerint az összeomlás végállapota egy Kerr fekete lyuk.

Bár lokalizált gravitáló rendszerek *teljes* energiaimpulzusa jól definiált, nem világos, hogy hogyan értelmezendő a gravitáló rendszerek kiterjedt, de *véges* tartományokhoz rendelhető energiaimpulzusa és impulzusmomentuma; vagy, általánosabban, mik az elmélet *kvázilokális* megfigyelhető ill. megmaradó mennyiségei? E mennyiségek fontos szerepet játszhatnak mind a termodinamikai, mind a kvantumtérelméletekkel kapcsolatos problémák tisztázásában.

- Általános relativitáselmélet – termodinamika:

Ha egy olyan nagy entrópiájú testet dobunk egy fekete lyukba, amelynek a tömege nagyon kicsi, akkor a lyuk eseményhorizontjának a felszíne nem nő annyival, mint ami kompenzálhatná a test külvilág számára elvesző entrópiáját, azaz a termodinamika második főtétele még elvben sérülhet [40]. Ezt elkerülendő, Bekenstein lokalizált rendszerek entrópiájára abszolút felső korlát létét posztulálta a rendszer lineáris mérete és belső energiája segítségével. Nyitott kérdés azonban a korlát pontos matematikai alakja, és hogy (az egyik vagy másik alak) bizonyítható-e realiztikus fizikai rendszerekre?

A gravitáció és a termodinamika egy további, lehetséges kapcsolatára utal, hogy az Einstein egyenletek termodinamikai meggondolásokból is származtathatók [41]. A termodinamikai fogalmak és analógiák szisztematikus felbukkanása a gravitáció kapcsán jelenti-e azt, hogy e két diszciplína között egy mélyebb kapcsolat van, hogy pl. a gravitáció csupán egy alapvetően *effektív*, termikus jelenség?

- Általános relativitáselmélet – elemi részek fizikája:

Az elemi részek fizikájának egyik célja az alapvető kölcsönhatások egy egységes elmélet keretében töténő leírása, „egyesítése”. De ha a gravitáció az általános relativitáselmélet szellemének megfelelően valóban *nem* kölcsönhatás (pl. a Standard Modellnek megfelelő tradicionális értelemben) hanem téridőgeometria, akkor mi lehet a gravitáció (univerzális) szerepe egy egyesített modellben? Például az, hogy a konform-invarianciát sértő csatolásával (a Higgs bozonhoz hasonló módon) tömeget generáljon, csak jóval nagyobb energiáskálán? Vagy a gravitáció inkább a töltött fundamentális részecskék pontszerűségéből fakadó divergenciák természetes regularizátora?

- Általános relativitáselmélet – kvantumelmélet:

Pragmatikus szempontból (a jelenlegi gyorsítóenergiák mellett) a klasszikus, makroszkópikus testek mozgásából absztrahált tér- és idő-fogalmunk a kvantum, mikroszkópikus folyamatok leírásában még kielégítőnek tűnik; mint ahogy olyan jelenségeket sem ismerünk, amelyek gravitációs környezetben a kvantumelmélet módosítását tennék szükségessé. A saját területén mindkét elmélet nagyszerűen „működik” a másik jelenségcsoporttól függetlenül. A két elmélet azonban struktúrálisan és koncepcionálisan is nagyban különbözik egymástól, s e különbségek pl. nagy tömegű, vagy erős külső gravitációs terekben levő kvantumrendszerek leírása során már jelentkezők. Például kérdés, hogy nagy tömegű kvantummechanikai rendszerek spontán lokalizációjában, a hullámfüggvény *objektív* redukciójában játszik-e szerepet

a gravitáció? Itt a gravitáció, mint univerzális és elvileg sem leárnyékolható „kölsönhatás” a kvantummechanikai unitaritás objektív sérülését eredményezné.

Erős külső gravitációs térben, pl. egy fekete lyuk környezetében már a mezők kvantumelméletének a *definiálása* is kérdéses. A tradicionális tárgyalásmódnak megfelelően nincs természetes módon, globális Lorentz transzformáció erejéig egyértelműen kiválasztható *a priori* időirány (sem skála e mentén) amelynek a segítségével a mezők módusai felbonthatók lennének pozitív és negatív frekvenciás részekre, s ezáltal a keltő- és eltűntető operátorok sem vezethetők be a szokásos módon. A Poincaré szimmetria hiányából fakadó ambiguitás a kvantumtérelméletek algebrai megfogalmazásában szükségképpen *kevert* állapotokat eredményez. Ennek speciális, *termikus* állapotot adó extrém formája a Hawking sugárzás.

Gondolhatjuk-e e példák alapján, hogy a gravitáció kvantumelméletben játszott szerepe a kvantumos tiszta állapotok *dekoherálása*? Ma is vita tárgya, hogy a Hawking sugárzásban fellelhetők-e olyan korrelációk, amelyek egy tiszta állapotú kvantumos rendszer gravitációs összeomlása során kialakuló fekete lyuk környezetéből származnak és amelyek segítségével a kezdeti tiszta állapot rekonstruálható, vagy az unitaritás valóban durván sérül a fenti folyamatban?

- A nagy rejtély, a kvantumgravitáció:

Ismert, hogy egy olyan elmélet, amelyben az anyagot kvantumosan, a gravitációt pedig klasszikusan írjuk le, nem önkonzisztens. Tehát az Einstein féle gravitációelmélet (és ezzel egyidőben valószínűleg a jelenlegi kvantumelmélet is) módosítandó, és a kvantumgravitációs jelenségek tipikusan Planck skálán (azaz a  $G$ ,  $\hbar$  és  $c$  természeti állandókból felépülő  $L_P$  hosszúság- valamint  $T_P = L_P/c \simeq 5.4 \times 10^{-44} \text{ sec}$  idő- és  $M_P = \sqrt{\hbar c/G} \simeq 2.2 \times 10^{-5} g$  tömegskálán) várhatók. Azonban két példát is ismerünk arra, hogy egy klasszikus elmélet hogyan viszonyul a mélyben rejlő kvantumelmülethez: Ahogy a klasszikus Maxwell elektrodinamika viszonyul a kvantumelektrodinamikához, és ahogy a fenomenológikus termo- és hidrodinamika a (kvantum) statisztikus fizikához. Az előbbi esetben a gravitációt *fundamentális* jelenségnek gondoljuk és annak belső, fizikai szabadsági fokait „kvantáljuk”; míg az utóbbiban a gravitáció csupán egy *effektív* jelenségcsopórt, pl. az akusztikához hasonlóan. Nyitott kérdés, hogy a gravitáció melyik csoportba tartozik.

A gravitáció eddig egyetlen jól definiált kvantumelméletét sem sikerült megalkotni. Például egy ilyen kvantumelmélet bizonyosan nem definiálható

perturbatív, mert az már ismert módon *nem renormálható*. Az eddigi kvantumgravitációs próbálkozások sikertelenségének a hátterében azonban nem csak technikai nehézségek állnak, hanem az eddig elhanyagolt koncepcionális problémák mind felbukkannak. Az egyik legismertebb az ún. *idő problémája*: Az idő mást jelent az általános relativitáselméletben és a szokásos kvantumelméletben, és míg az előbbiben a metrikus tartalommal bíró idő a dinamikában *születik*, addig a kvantumelmélet a dinamikához *igényli* külső, a priori adott metrikus idő létét [42]. Az ilyen jellegű koncepcionális kérdések tisztázása nélkül nem látszik lehetségesnek a fundamentálisnak gondolt gravitáció kvantumelméletének a megalkotása.

Ha a gravitáció csupán effektív jelenség, akkor az idő és tér csupán makroszkópikus közelítő fogalmak, és tág tere nyílik a téridő mikroszkópikus szerkezetére vonatkozó spekulációknak (nemkommutatív geometria, kauzális halmazok, spinhálózatok, kombinatorikus geometria, alacsony dimenziós holografikus világ, stb). A különböző próbálkozások egy jól olvasható összefoglalója található [21]-ben.

## 7. Jelentősége, tanulságai és filozófiai vonatkozásai

Az általános relativitáselmélet egy tisztán elméleti jellegű problémából, a gravitációs jelenségek és a speciális relativitáselmélet kompatibilitásának az igényéből született. A Merkur perihéliumvándorlásának a problémájától eltekintve nem voltak olyan jelenségek, kísérletek, amik kényszerítettek volna az általános relativisztikus gravitációelmélet kidolgozására. Így a megoldás is tisztán elméleti jellegű, amelyben filozófiai elvek (elsősorban a pozitivizmus és Mach hatása) és koncepcionális kérdések alapvető szerepet játszottak. Ennek következtében az eredmény sem mentes mély filozófiai következményektől.

Az új elmélet gyökeresen ártértelemezte a tér és idő jelentését, még a speciális elmélethez képest is. Az idő és a térbeli távolság nem csupán „relatív”, azaz megfigyelő-függő (mint a speciális relativitáselméletben, vagy mint – extrém esetként – egy sztatikus fekete lyuk eseményhorizontjának a környezetében), hanem azok egy *dinamikai változó*ból épülnek föl a dinamikai változóra vonatkozó téregyenletek megoldása *után*. A térbeli távolság és az idő is dinamikai folyamatban *születik*. Lánczos Kornél szerint [6] ezzel az eredménnyel Einstein el is szakadt a pozitivizmustól, és gondolkodásmódjára

egyre inkább az univerzális elvekben való hit, egyfajta Platonizmus lett jellemző. Mindazonáltal a tény, hogy a téridőgeometria *nem a priori*, hanem fényjelek és tömeges próbarészecskék segítségével „letapogatható” *empirikus* geometria, még a pozitivizmus szellemével sincs összeütközésben.

Az elmélet aranykorának is tartott, 1960 és 1975 közötti másfél évtized óriási változásokat hozott mind az elmélet mélyebb megértésében és következményeinek a kifejtésében, mind a kísérletezésben. Ennek a reneszánsznak köszönhetően az elmélet már sokkal szorosabban kötődik a fizika többi ágához, és a gravitációs jelenségek jól tesztelt és legjobban értett elméletévé vált.

Végül, az általános relativitáselmélet megszületése történetének van egy tudománypolitikai tanulsága is: Nem csak azok a kutatások legitímek, amelyek célja még nem értett kísérleti tények ill. jelenségcsoportok értelmezése, hanem azok a tisztán elméleti kutatások is, amelyek fizikai elméletek belső szerkezetére vonatkoznak, vagy az önmagukban „jól működő” elméletek fogalmi rendszerei közötti *inkompatibilitásokat* próbálják feloldani. Ilyen vizsgálat vezetett a Maxwell elméletben annak az extra tagnak a beillesztéséhez, ami a sugárzást adja; és ilyenek a kvantumelmélet és az általános relativitáselmélet fogalmi rendszereinek az összebékítésére irányuló próbálkozások is. Ha van kutatói attitűd, ami Einstein szellemiségéhez közel áll, akkor ez bizonyosan.

## Hivatkozások

- [1] A. Einstein, *Feldgleichungen der Gravitation*, Preussische Akademie der Wissenschaften, Sitzungsberichte, 1915 (Part 2), 844-847
- [2] [http://en.wikipedia.org/wiki/General\\_relativity](http://en.wikipedia.org/wiki/General_relativity),
- [3] A. Pais, *The Subtle is the Lord, The science and the life of Albert Einstein*, Oxford University Press, Oxford 2005
- [4] [http://en.wikipedia.org/wiki/List\\_of\\_scientific\\_publications\\_by\\_Albert\\_Einstein](http://en.wikipedia.org/wiki/List_of_scientific_publications_by_Albert_Einstein),
- [5] A. Einstein, *Válogatott tanulmányok*, Gondolat, Budapest 1971
- [6] Lánczos Kornél, *Einstein évtizede 1905–1915*, (Gyorsuló idő sorozat), Gondolat, Budapest 1978



- [7] A. Einstein, Die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie, *Annalen der Physik*, **49** 769-822 (1916)
- [8] A. Einstein, Über den Einfluss der Schwerkraft auf die Ausbreitung des Lichtes, *Annalen der Physik*, **35** 898-908 (1911)
- [9] A. Ashtekar, R. Geroch, Quantum theory of gravitation, *Rep. Prog. Phys.* **37** 1211-1256 (1974)
- [10] Y. Choquet-Bruhat, *General Relativity and the Einstein Equations*, Oxford Math. Monographs, Oxford University Press, Oxford 2009
- [11] H. Friedrich, A. D. Rendall, The Cauchy problem for the Einstein equations, in *Einstein's Field Equations and their Physical Implications*, Lecture Notes in Phys. **540** Springer-Verlag, Berlin 2000
- [12] C. Misner, K. P. Thorne, J. A. Wheeler, *Gravitation*, Freeman, San Francisco 1973
- [13] L. B. Szabados, Quasi-local energy-momentum and angular momentum in general relativity, *Living. Rev. Relativity*, **14** (2009) No 4; URL: <http://relativity.livingreviews.org/Articles/lrr-2009-4/>
- [14] R. Penrose, Techniques of differential topology in relativity, SIAM, Philadelphia, 1972
- [15] S. W. Hawking, G. F. R. Ellis, *The Large Scale Structure of Spacetime*, Cambridge University Press, Cambridge 1973
- [16] R. Penrose, Structure of spacetime, in *Battelle Rencontres*, Ed. C. M. de Witt, J. A. Wheeler, Benjamin, New York 1968
- [17] A. Papapetrou, Spinning test particles in general relativity I, *Proc. Roy. Soc. Lond. A* **209** 248-258 (1951)
- [18] I. I. Shapiro, Fourth test of general relativity. *Phys. Rev. Lett.* **13** 789-91 (1964)
- [19] D. Walsh, R. F. Carswell, R. J. Weynmann, 0957+561 A,B: twin quasistellar objects or gravitational lens?, *Nature* **279** 381-384 (1979);  
R. J. Weynmann *et al*, The triple QSO PG1115+08: another probable gravitational lens, *Nature* **285** 641-643 (1980)

- [20] J. Wambsgenass, Gravitational lensing in astronomy, Living Rev. Relativity **1** (1998) No 12; URL: <http://www.livingreviews.org/lrr-1998-12>
- [21] R. Penrose, *Road to Reality*, Jonathan Cape, London 2004
- [22] R. Penrose, Gravitational collapse: The role of general relativity, Rev. del Nuovo Cimento, **1** 252-276 (1969)
- [23] R. H. Boyer, The clock paradox in general relativity, Nuovo Cimento **33** 345-351 (1964)
- [24] D. C. Robinson, The uniqueness of the Kerr black hole, Phys. Rev. Lett. **34** 905-906 (1975)
- [25] R. Schoen, S.-T. Yau, The proof of the positive mass theorem II., Commun. Math. Phys. **79** 231-260 (1981)
- [26] E. Witten, A new proof of the positive energy theorem, Commun. Math. Phys. **80** 381-402 (1981)
- [27] G. W. Gibbons, S. W. Hawking, G. T. Horowitz, M. J. Perry, Positive mass theorems for black holes, Commun. Math. Phys. **88** 295-308 (1983)
- [28] J. D. Bekenstein, Black holes and entropy, Phys. Rev. D **7** 2333-2346 (1973)
- [29] J. M. Bardeen, B. Carter, S. W. Hawking, The four laws of black hole mechanics, Commun. Math. Phys. **31** 161-170 (1973)
- [30] S. W. Hawking, Particle creation by black holes, Commun. Math. Phys. **43** 199-220 (1975)
- [31] R. Penrose, *Cycles of Time*, The Bodley Head, London 2010
- [32] C. M. Will, *Theory and Experiment in Gravitational Physics*, Cambridge University Press, Cambridge 1993
- [33] R. V. Pound, G. A. Rebka, Apparent weight of photons, Phys. Rev. Lett. **4** 337-341 (1960)

- [34] R. H. Dicke, Experimental relativity, in *Relativity, Groups and Topology*, Les Houches Summer School of Theoretical Physics, Ed. C. M. DeWitt, B. S. DeWitt, Gordon and Breach, New York, London 1964
- [35] C. M. Will, The confrontation between general relativity and experiments, *Living Rev. Relativity* **17** (2014) No 4; URL: <http://relativity.livingreviews.org/Articles/lrr-2014-4/>
- [36] E. Di Casola, S. Liberati, S. Sonego, Nonequivalence of equivalence principles, arXiv: 1310.7426 [gr-qc]
- [37] R. A. Hulse, J. H. Taylor, Discovery of pulsar in a binary system, *Astrophys. J. Lett.* **195** L51–53 (1975)
- [38] J. M. Weisberg, J. H. Taylor, Relativistic binary pulsar B1913+16: Thirty years of observations and analysis, arXiv: astro-ph/0407149
- [39] N. Ashby, Relativity in the global positioning system, *Living Rev. Relativity* **6** (2003) No 1; URL: <http://relativity.livingreviews.org/Articles/lrr-2003-1/>
- [40] J. D. Bekenstein, Universal upper bound on the entropy-to-energy ratio for bounded systems, *Phys. Rev. D* **23** 287-298 (1981)
- [41] T. Jacobson, Thermodynamics of spacetime: The Einstein equation of state, *Phys. Rev. Lett.* **75** 1260-1263 (1995), arXiv: gr-qc/9504004v2
- [42] C. J. Isham, Prima facie questions in quantum gravity, arXiv: gr-qc/9310031; Structural issues in quantum gravity, arXiv: gr-qc/9510063