

**Elektromágneses sugárzáson alapuló  
non-invazív funkcionális képalkotás  
atomfizikai alapfogalmai**

**Összeállította  
Dr. Kári Béla Ph.D.**

**Semmelweis Egyetem Budapest  
Általános Orvostudományi Kar  
Radiológiai és Onkoterápiás Klinika**



**IDŐTÁLLÓ GONDOLATOK "MOTTÓK"  
NAGY TERMÉSZET TUDÓSOK BÖLCS  
GONDOLATAIBÓL A TUDOMÁNY ÉS A  
MINDEN NAPI ÉLET VONAKOZÁSÁBAN**

**Semmi sem olyan **gyakorlati** mint **egy jó elmélet****

(Ludwig Boltzman)

**E világ valódi logikája a valószínűségek kiszámításában foglaltatik**

(James Clerk Maxwell)

**Az a **kultúra** amelyik elveszti érdeklődését **természettudomány és művészet** iránt halálra ítéli önmagát. **Föladja jövőjét, atombombák nélkül is megsemmisítheti önmagát. Ezért kell megőriznünk a **természettudomány és művészet** tiszteletét.****

( Bay Zoltán )

# FIZIKAI ALAPOK

## HULLÁM-RÉSZECSKE DUALITÁS:

Elemi részecskék (elektron  $e^-$ , proton  $p^+$ , foton ...) hullám és korpuszkuláris tulajdonságai

$$\text{De-Broglie posztulátum: } u = \frac{hf}{\sqrt{(2m(hf - W_{\text{pot}}))}}$$

anyag hullám fázis sebessége

$$\text{Például foton impulzusa: } I = \frac{h}{\lambda} = \frac{hf}{c}; \text{ vagy elektron hullámhossza } \lambda = \frac{h}{\sqrt{(2meU)}}$$

**Kísérleti bizonyítékok:** Davisson-Germer kísérlet  
Compton szóródás  
Fényelhajlás gravitációs térben

## SUGÁRZÁS TÍPUSAI:

- **Töltött részecskék kölcsönhatása alapján megjelenő sugárzás**  
[ $e^-$  ( $\beta^-$ ),  $e^+$  ( $\beta^+$ ),  $p^+$ ,  $D^+$ ,  $He^{++}$  ( $\alpha$ ), ..... mezonok...]
- **Elektromágneses kölcsönhatáson alapuló sugárzás**
  - Fékezési Röntgen sugárzás (X-ray, Brehmstrahlung)
  - Karakterisztikus Röntgensugárzás (elektron héj)
  - Gamma sugárzás (nukleon állapot átrendeződés)
- **Másodlagos kölcsönhatáson alapuló sugárzás**
  - ${}_1^0n^0$  semleges neutron sugárzás (magreakciók)
  - neutrínó sugárzás (elektron-gyenge kölcsönhatás)

## ATOM ÉS ATOMMAG FIZIKA FŐBB FOGALMAI

Egy X elem atommagját 3 szám megadásával jellemezhetjük, amely közül az egyik mindig redundáns.

**Nukleon:** Az atommag alkotó elemeit, protont és neutront nukleonnak nevezzük.

**Tömegszám:** Megadja az atommagban levő nukleonok számát (  $A$  ).

**Neutronsám:** Egy adott atommagban levő neutronok száma (  $N$  ).

**Rendszám:** Az atommag töltését adja meg  $e^+$  egységben. Az atommagban levő protonok számát adja meg (  $Z$  ). Így a tömegszám a rendszám és a neutronsám között az alábbi összefüggés áll fenn:

$$A = Z + N$$

Egy X elemet kölcsönösen egyértelműen eképp adható meg:



**Izotóp:** Az azonos rendszámú (  $Z=\text{const}$  ) atommagokat izotópoknak nevezzük.

**Izotón:** A különböző rendszámú, de azonos neutronsámú magokat izotónnak nevezzük.

**Izobár:** Az azonos tömegszámú atommagokat izobárnak nevezzük.

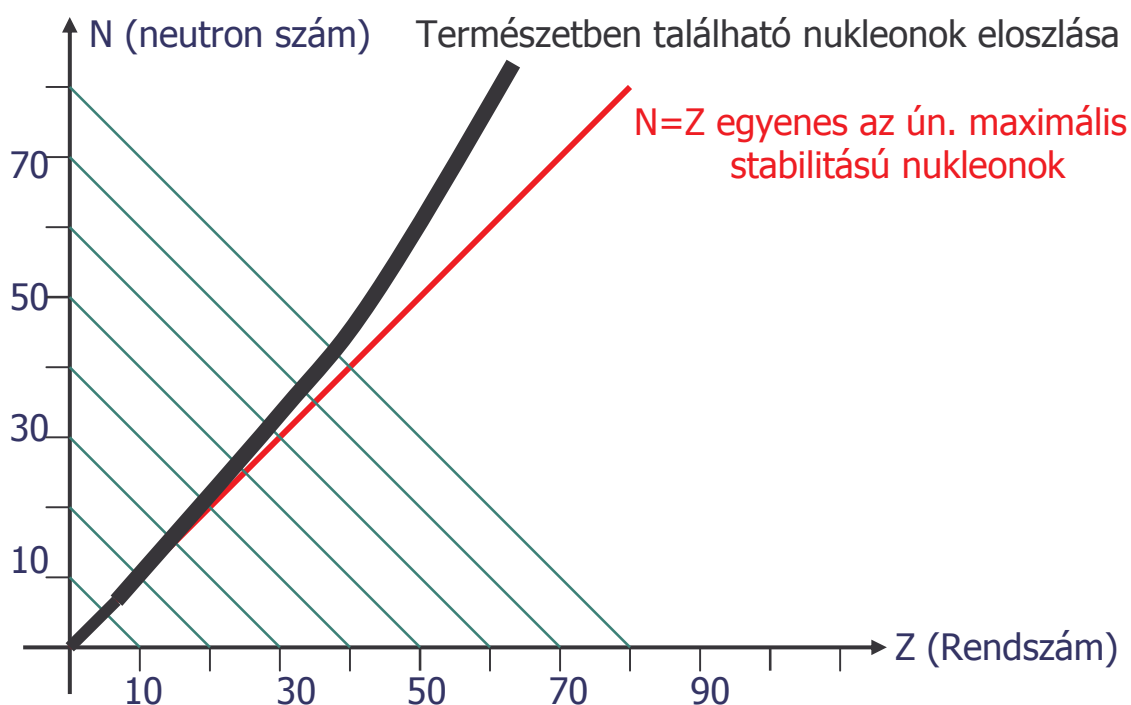
**Pozitron:** Olyan pozitív töltésű részecske, amelynek tömege és töltése megegyezik az elektronnal (  $e^+$  ). Az elektron antirészecskéje.

**Foton:** Az elektromágneses sugárzás - fény, Röntgensugárzás, gamma sugárzás – kvantuma.

**Mezonok:** Közepes az elektron és a proton tömege közötti tömeggel rendelkező pozitív, negatív, és semleges töltésű részecskék, amelyek a magerők (  $\pi$  mezonok ) létrehozásában ill. a kozmikus sugárzásban (  $\mu$  mezonok ) játszanak szerepet.

## TERMÉSZETES RADIOAKTIVITÁS

Tekintsük a következő diagramot:



Az ábráról leolvasható következtetés:

- 1.) A kis tömegszámú nukleonok az  $N=Z$  egyenes mentén találhatók
- 2.) A nagyobb tömegszámú nukleonok az  $N=Z$  egyenestől eltávolodnak, mégpedig a nagyobb neutronszám irányában, azaz az  $N>Z$  irányban.

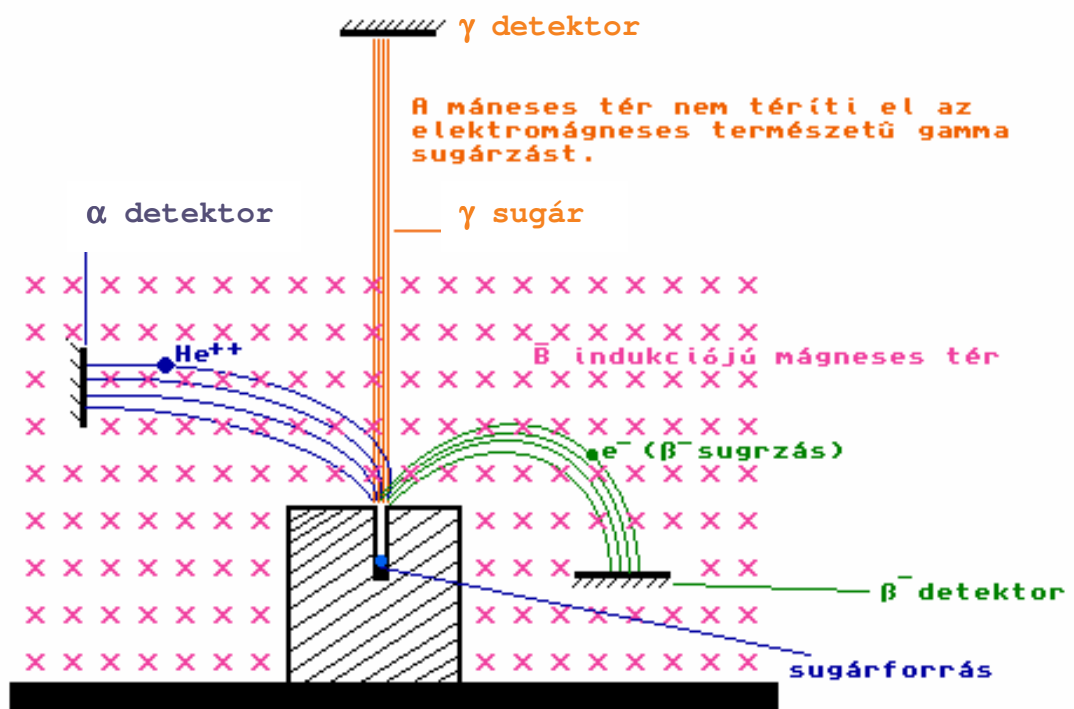
A nagyobb tömegszámú nukleonok tehát több neutronot tartalmaznak mint protonot. Ennek az a következménye, hogy a nukleonban levő protonok közötti Coulomb kölcsönhatás erőssége számottevő lesz a nukleont összetartó magkölcsönhatáshoz képest. Ez abból következik, hogy a nagyobb tömegszámú nukleonok átmérője nagyobb és a nukleonok közötti magkölcsönhatás a távolság függvényében nagyságrendekkel gyorsabban csökken mint az atommagot alkotó töltött részecskék – protonok - között fellépő Coulomb kölcsönhatás. Ez okozza a nagyobb tömegszámú nukleonok stabilitási problémáit, melynek közvetlen következménye lesz a nagyobb tömegszámú nukleonok alacsonyabb tömegszámú stabilabb állaptú nukleon állapotokra történő folyamatok, események létrejöttének. Ez a folyamat a **természetes radioaktivitás**, amelyet Becquerel 1896-ban fedezett fel és a Curie házaspár 1898-ban igazolt és megerősített.

A természetes radioaktivitás a **természet azon általános érvényű törvényének** következménye, amelyet az **energia minimum állapotra** törekvés elvének nevezünk.

A különböző mérések és kísérletek azt mutatták, hogy a természetes radioaktív bomlás kísérőjelenségeként a következő sugárzási jelenségek, típusok figyelhetők meg:

- 1.)  $\alpha$  sugárzás, mely nem más mint  $\text{He}^{++}$
- 2.)  $\beta$  sugárzás, mely  $e^-$  ill.  $e^+$  részecskék kibocsátásából áll
- 3.)  $\gamma$  sugárzás a nukleon alkotóelemeinek energiaszint átrendeződését követő elektromágneses sugárzás.

Az alábbi ábra azt az egyszerű elvi elrendezést mutatja, melynek segítségével a különböző sugárzási formák egy ismeretlen sugárforrásból mily módon különíthetők el.



Az egyes detektorok szerepe, hogy mérjék a különböző  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  - sugárzások intenzitását és energiáját. A radioaktív sugárzás időbeli intenzitás változását a radioaktív bomlási törvény írja le:

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$$

vagy  $A(t) = A_0 e^{-\lambda t}$ , ahol  $N_0$  a  $t_0=0$  időpillanatban a kiindulási atommagok száma, ill.  $A_0$  a vizsgált radioaktív anyag kezdeti aktivitása.  $\lambda$  a bomlási időállandó, amely megadja annak valószínűségét, hogy egységnyi idő alatt egy radioaktív nukleon elbomlik.

Az aktivitás és a radioaktív nukleonszám közötti összefüggés:

$$A(t) = \frac{dN(t)}{dt} \quad [\text{db/sec}] = [\text{Bq}]$$

Az aktivitás az időegység alatt elbomlott nukleonok száma, melynek dimenziója  $[\text{db/sec}] = [\text{Bq}]$  azaz Becquerel.

A napi fizikai és mérés-technikai gyakorlatban a bomlási időállandó  $\lambda$  helyett sok esetben a felezési idő használatos a radiotív bomlás sebességének jellemzésére. A felezési idő megadja azt az időt, amely alatt a nukleonok száma, vagy az aktivitás a kiindulási időpontban mérthez képest a felére csökken :

$$\left. \begin{array}{l} A(t) = A_0 e^{-\lambda t} \\ A(t) = A_0/2 \end{array} \right\} \begin{array}{l} A_0/2 = A_0 e^{-\lambda t} \\ -\ln 2 = -\lambda t \\ \ln 2 \\ t = T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} \end{array}$$

összefüggést kapjuk a felezési idő és a bomlási időállandó között.

## A $\gamma$ sugárzás - elektromágneses sugárzás - és anyag kölcsönhatása

A non-invazív orvosi diagnosztikában a  $20\text{keV} \leq W_\gamma \leq 800\text{keV}$  energiatartományba eső  $\gamma$  sugárzást, ill. elektromágneses sugárzást alkalmazzuk beleértve az eszközök kalibrálási folyamatát is. Terápiás célokra már MeV tartományban eső elektromágneses sugárzás alkalmazására is sor kerül. Mindezekkel egyetemben a következőkben az elektromágneses sugárzás és anyag kölcsönhatását vizsgáljuk meg. Ez a sugárzás detektálása - szilárd test detektorok - és a sugárbiológiai (sugárterápia és sugárvédelem) hatások fizikai jelenségeinek megértése szempontjából jelentős. Először tekintsük azt a fizikai jelenséget, tapasztalatot, ahogy egy E energiájú  $I_0$  intenzitású foton egy Z rendszámú  $\rho$  sűrűségű anyagon halad át a „narrow beam” geometriai modell feltételezése alapján. A közeg vastagsága legyen  $x$  és a közegen áthaladt csillapított sugárzás intenzitása  $I_x$ .

Tekintsük az alábbi ábrát:

## Sugárnyaláb intenzitás változása közegen való áthaladás során - narrow beam modell -

A "narrow beam" modell alapján a csillapított sugárnyaláb intenzitása:  $I_x = I_0 e^{-\mu x}$

ahol  $\mu(Z, E)$  anyagi állandó.  $Z$  a csillapító közeg átlagos rendszáma – a sűrűséggel arányos – mennyiség ( más szóval a közeg átlagos elektron denzitása).  
 $E$  a beeső sugárnyaláb energiája

A  $\mu(Z, E)$  abszorpciós koefficiens amely a beeső foton energiájától és a közeg elektron-denzitásától függ a következő additív alakban írható fel:

$$\mu(Z, E) = \mu_{\text{Photo}}(Z, E) + \mu_{\text{Compton}}(Z, E) + \mu_{\text{Pair Production}}(Z, E)$$

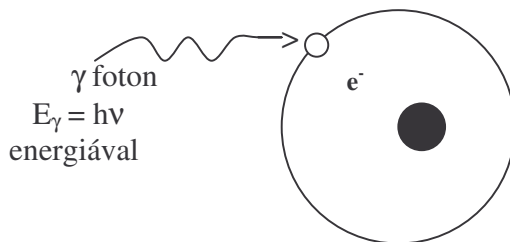
Az egyes additív tagok hozzájárulása az eredő abszorpciós koefficienshez az energia függvényében az egyes fizikai folyamatok hatáskeresztmetsztétől függ, amely nem más mint az egyes folyamatok valószínűség eloszlása egy adott térrészben.

A következőkben röviden áttekintjük az elektromágneses sugárzás és anyag között fellépő kölcsönhatások fizikai folyamatait, hátterét.



### Fényelektromos hatás (foto effektus):

Ezen kölcsönhatás során a  $\gamma$  foton teljes energiáját egy héjbeli kötött elektronnak adja át teljes mértékben és ezáltal az elektron kilép az atomból. E kölcsönhatás a  $\gamma$  kvantum és a héjbeli elektron között a tökéletesen rugalmatlan ütközéssel modellezhető, így az arra jellemző impulzus és energia törvénnyel írható le.



Impulzus megmaradás:  $\mathbf{p}_\gamma = \mathbf{p}_e + \mathbf{p}_a$  , ahol  $\mathbf{p}_\gamma$  a  $\gamma$  foton,  $\mathbf{p}_e$  az elektron,  $\mathbf{p}_a$  az atom impulzusa.

Energia megmaradás:  $E_\gamma = E_{\text{kin } e^-} + E_{\text{kin } a} + E_B$  , ahol  $E_\gamma$  a  $\gamma$  kvantum,  $E_{\text{kin } e^-}$  az elektron,  $E_{\text{kin } a}$  az atom,  $E_B$  pedig az ütközésben részt vevő elektron kötési energiája. A kölcsönhatás során fellépő és keletkező energiákhoz képest az atom  $E_{\text{kin } a}$  kinetikus energiája elhanyagolható a többi energiához képest. Kihasználva e közelítés adta körülményt a következő egyenletrendszer kapjuk:

$$E_\gamma \approx E_{\text{kin } e^-} + E_B$$

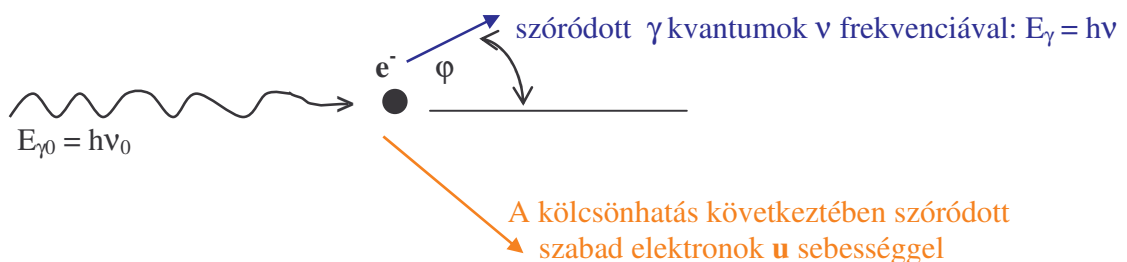
$$E_\gamma = h\nu$$

Így  $E_{\text{kin } e^-} \approx h\nu - E_B$  energiával rendelkező héjbeli elektron hagyja el pályáját. Ez a **fotoelektromos hatás** , amely

legnagyobb valószínűséggel a belső héjakon valósul meg.  $E_\gamma \geq 0,5\text{MeV}$  felett a legnagyobb valószínűsége a **K** héjon lévő elektronnal valósul meg. Ezen fotoelektromos hatáshoz mindig kapcsolódik szekunder folyamat, jelenség, ugyanis az energiaminimumra törekvés elvéből következően az atom nem maradhat gerjesztett, azaz nagyobb energiájú állapotban. Ezen kísérő jelenségek az esetek többségében karakterisztikus röntgensugárzás, fényjelenségek, esetleg a külső héjakról történő elektron kilépések lehetnek.  $E_\gamma < 1\text{MeV}$  esetén a fotoelektromos hatás hatáskeresztmetszete jelentős, a  $\gamma$  kvantumok egyik legfontosabb kölcsönhatási módja.

### Compton szóródás:

E kölcsönhatás a beeső  $\gamma$  fotonok és szabad elektronok között megy végbe. E folyamat létrejöttének alapfeltétele, hogy a beeső  $\gamma$  kvantum energiája sokkal nagyobb legyen mint a kölcsönhatásban részt vevő elektron kötési energiája. Ez a folyamat tipikusan mint egy  $\gamma$  kvantum és egy „szabad elektron” közötti tökéletes rugalmas ütközés jellemezhető, írható le.



A jelenséget leíró impulzus és energia megmaradás törvénye relativisztikus formában:

Impulzus törvény:  $\underline{p}_{\gamma 0} = \underline{p}_{\gamma} + \underline{p}_e$

Energia törvény:  $h\nu_0 + m_0c^2 = h\nu + \frac{m_0c^2}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}$

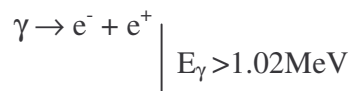
Az egyenletrendszer (vektori összeadást figyelembe véve) a szórt foton frekvenciára a következő eredményt kapjuk:

$$\nu = \frac{\nu_0}{1 + \frac{h\nu_0(1-\cos\varphi)}{m_0c^2}}$$

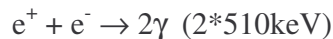
Mivel nincs kitüntetett irány, ezért a  $\varphi$  szög egyenletes valószínűségeloszlásban bármely értéket felvehet. A szórt  $\gamma$  fotonok energiája a  $\varphi = 180^\circ$  esetén lesz minimális.

**Párképzés:**

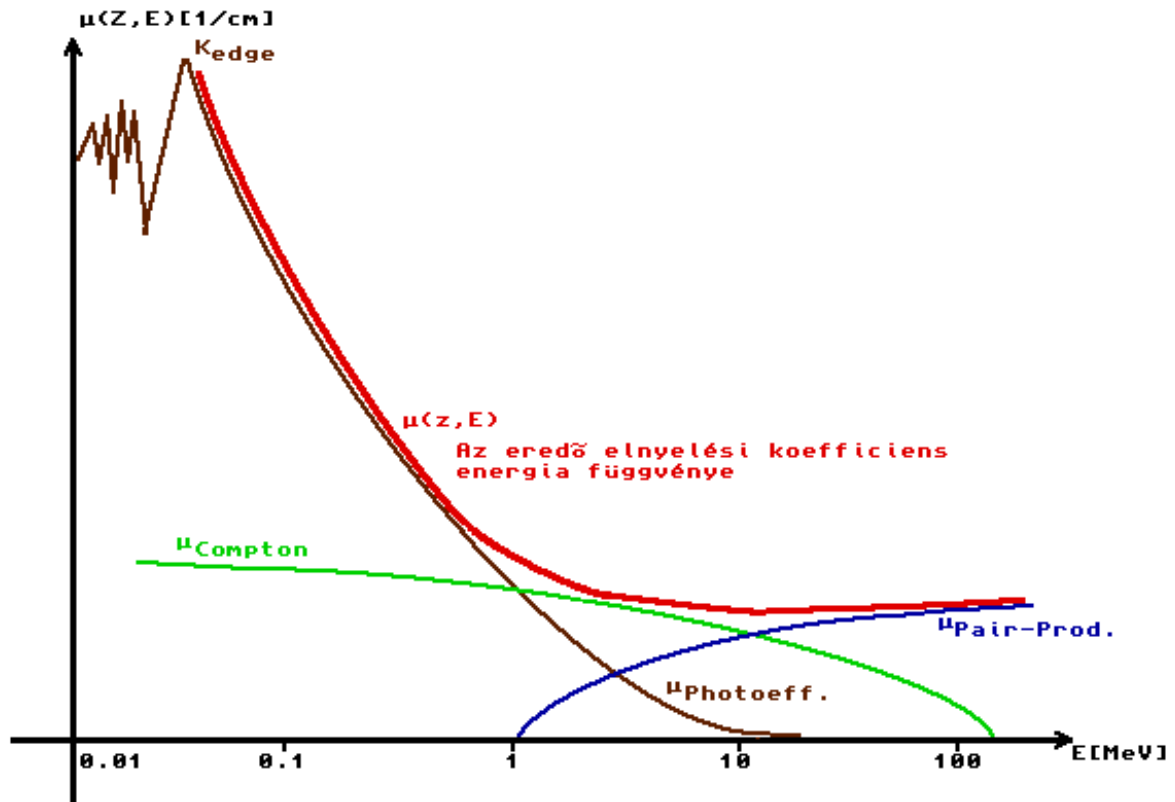
E fizikai folyamat létrejöttének küszöbfeltétele, hogy a beeső  $\gamma$  foton energiája  $E_\gamma > 1.02\text{MeV}$  kell legyen. Ezen küszöb energia szint alatt a jelenség nem jön létre. Ha a  $\gamma$  foton energiája meghaladja az  $1.02\text{MeV}$  energiát, akkor a fotonter az anyaggal való kölcsönhatás során egy pozitron elektron pár keletkezik:



Az impulzus megmaradás törvénye végett a folyamat lejátszódásához még egy elektron vagy atommag részvétele is szükséges. A párképzés során keletkezett pozitron ( $e^+$ ) a környező elektronokkal kölcsönhatásban lépve létrejön még a pozitron annihiláció jelensége is, amely két egymással  $180^\circ$ -os szöget bezáró  $510\text{keV}$  energiájú  $\gamma$  fotont emittál.



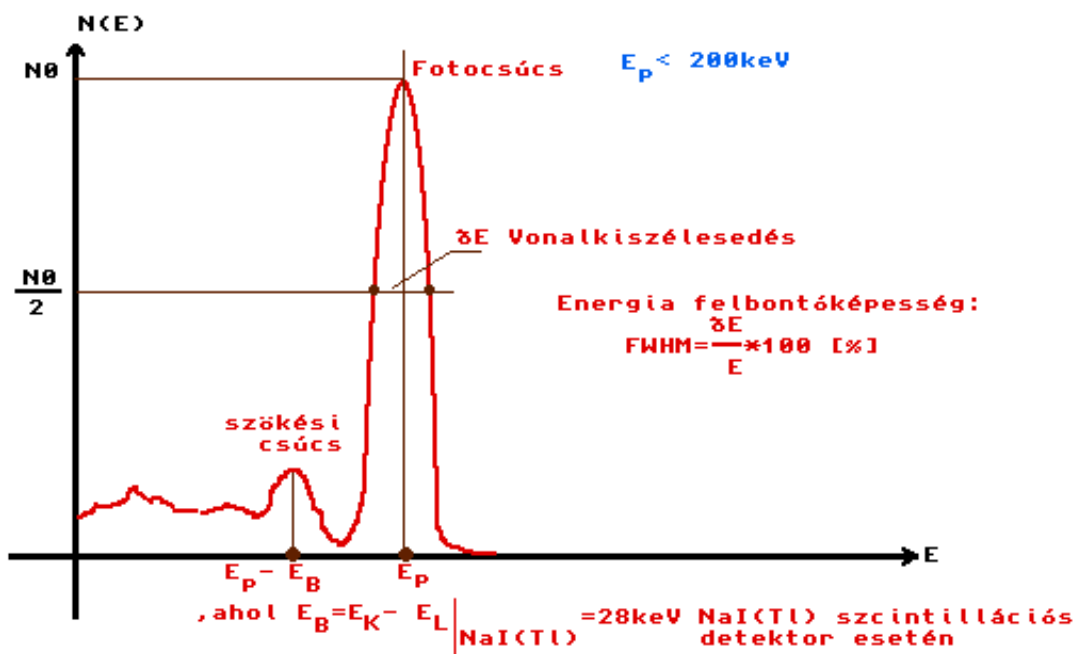
Így egy  $\gamma$  sugárzás kölcsönhatásba lépve az anyaggal e három fent említett fizikai kölcsönhatási folyamaton keresztül veszít intenzitásából, azaz az elektromágneses sugárzás sugárgyengüléséért e három folyamat felel. E három kölcsönhatási folyamat szerepe a sugárgyengítési tényezőben, vagy más szóval az abszorpció koefficiensbe az energia függvényeként az alábbi ábrán látható.



A  $\mu(Z,E)$  abszorpciós koefficiens energia függvénye.

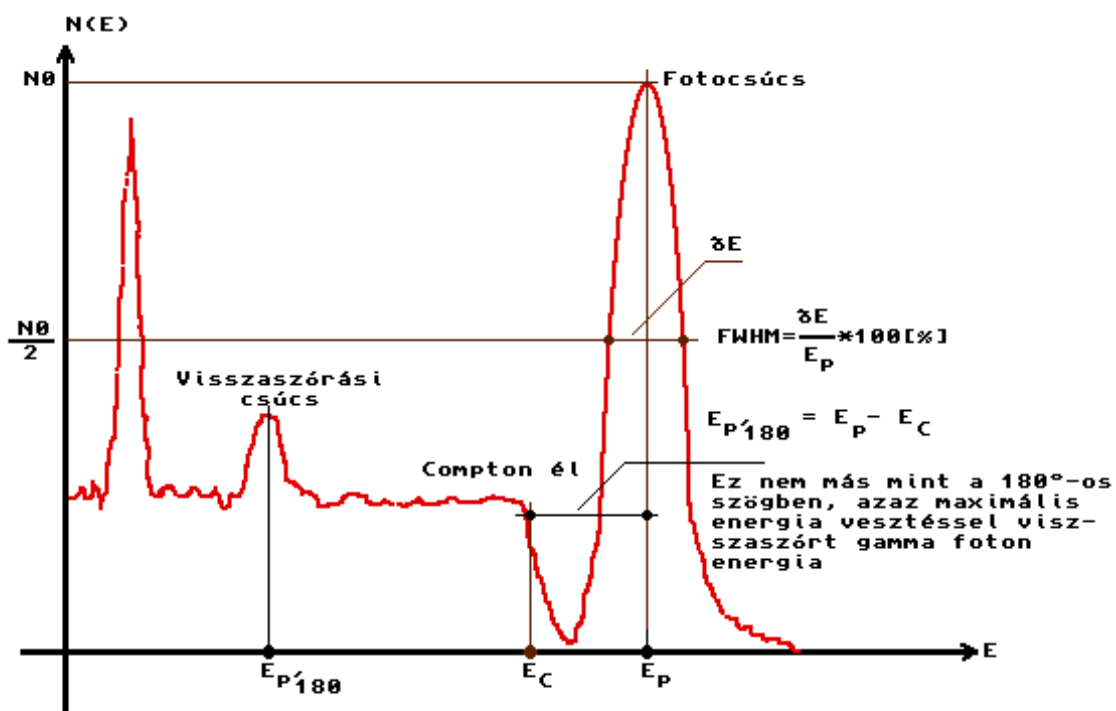
A sugárzás detektorok érzékenysége, detektálási határfoka is nagy mértékben e három fő fizikai kölcsönhatástól függ. Minél nagyobb egy elektromágneses sugárzásdetektor abszorpció képessége, annál jobb a detektálás határfoka, érzékenysége. Továbbá egy sugárzásdetektor spektruma az egyes kölcsönhatási folyamatok hatáskeresztmetszétől függ. A nukleáris mérés technikában és képalkotó diagnosztikában elterjedten használt a NaI(Tl) szcintillációs detektor rendszerek. Az alábbiakban a NaI(Tl) detektor három típusos spektrumát mutatjuk be alacsony, közepes és nagy energiás elektromágneses sugárzás esetére.

Alacsony energiájú szcintillációs gamma spektrum



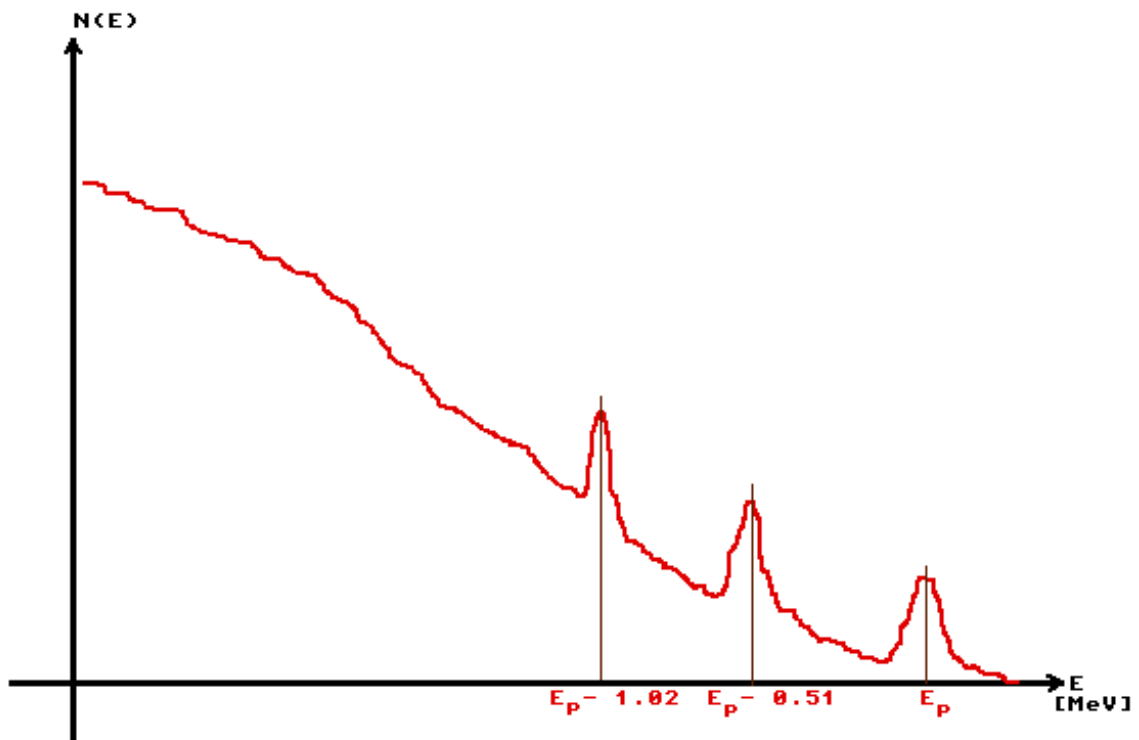
Közepes energiájú gamma sugárzás szcintillációs spektruma

$200 \text{ keV} < E_p < 1000 \text{ keV}$



Nagy energiájú gamma sugárzás szcintillációs spektruma

$1.02\text{MeV} < E_p$

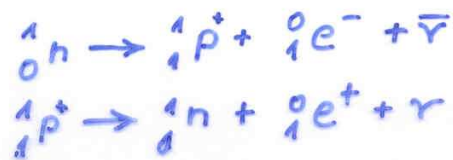


# A $\beta$ bomlás típusai

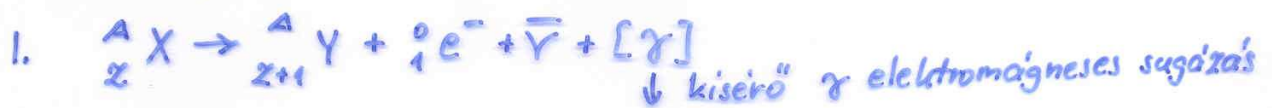
## "Elektronok keletkezése"

Elektronok ( $e^-$ ) pozitronok ( $e^+$ ) nem léteznek kezezen az atom magban. Ezen elemi részecskék bomlás folyamán keletkeznek, egy neutronnak protonná, ill. egy ~~elektronnak~~ protonnak pozitronná történő átalakulásával.

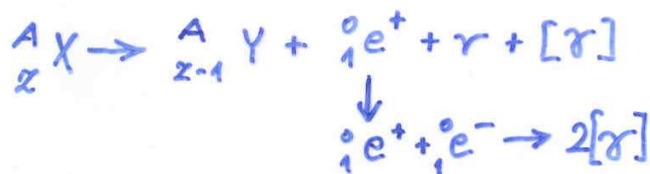
Elektron keletkezése:



Így pl. a  $\beta$  bomlás  ${}^0_1e^-$  emisszióval járó folyamata:

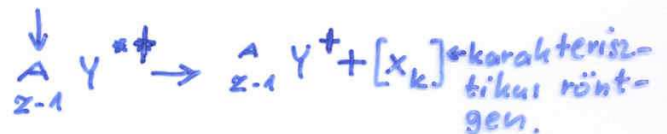


II. Pozitron emisszióval járó  $\beta$  bomlás



III. Elektron befogás:

Az atom a "K", vagy "L" héjról befog egy elektront, ahol az elektron protonnal reakcióba lépve neutronná alakul.



ahol  ${}^1_0p^+ + {}^0_1e^- \rightarrow {}^1_0n + \bar{\nu}$  reakció játszódik le