Mezoszkopikus termodinamika: eloszlásváltozók

Bíró T.S., Lévai P., Ván P., Zimányi J.
MTA, RMKI, Elméleti Főosztály

- Mezo-termo
- Mezo-statfiz
- Mezo: QGP
- Összegzés

XIII. Magyar Magfizikus Találkozó, Jávorkút, 2006

Nemegyensúlyi termodinamika

Termodinamika $\neq$ hőmérséklet tudománya

Termodinamika $\neq$ makroszkópikus energiaváltozások tudománya

Termodinamika (?) $=$ makroszkópikus kontínuumok általános keretelmélete

Általános elvek:

- objektivitás
- II. főtétel $\Rightarrow$ Az anyag stabilitásának elve.
- szimmetriák

Megjegyzés: A mechanika reverzibilis törvényei – speciális határeset.

Mezotörténet - makróból mikro(bb):

Mik a fizikai mennyiségek és hogyan reprezentáljuk őket?

– 1900, Cosserat és Cosserat

$\varepsilon(t, x, \varepsilon_m)$ deformáció

mikropoláris kontinuumelmélet

– Statisztikus fizika felé:

- kiterjesztett termodinamika (momentumok)

– Alkalmazás: folyadékkristályok, mikrorepedések, …

Mezo (nem makro): második főtétel?

1. Mezo-termo – eloszlás változók

"folytonos index"

$$de = Tds + \ldots + \sum_{i=1}^{n} \mu_i dn_i \quad \rightarrow \quad de = Tds + \ldots + \alpha\, df,$$

- $f(\nu)$ eloszlás: $\int f(\nu) d\nu = 1$ $\qquad \left(c_i(t) \leftrightarrow f(t,\nu)\right)$

- Fizikai jelentés:

  - sebesség: $e = e_T - mf(\nu)\dfrac{\nu^2}{2}$

Hiperkontínuumok: $f(t,x,\nu)$

$$\partial_t f + \nabla \cdot \mathbf{j} = \partial_t f + \nabla_x \cdot j_x + \nabla_\nu \cdot j_\nu = 0$$

$$\partial_t s + \nabla \cdot \mathbf{J} = \partial_t s + \nabla_x \cdot J_x + \nabla_\nu \cdot J_\nu = \sigma_s \geq 0$$

Liu eljárás (Farkas lemma):

$$s(f), \qquad \mathbf{J} = s' \mathbf{j} = \alpha \mathbf{j}$$

$$\sigma_s = \mathbf{j} \cdot \nabla \alpha \geq 0 \longrightarrow \mathbf{j} = \mathbf{L} \nabla \alpha$$

Onsageri-vezetés

$$\mathbf{j} = \mathbf{L} \cdot \nabla s'(f) = \mathbf{L} \cdot \nabla \alpha \quad \longrightarrow \quad \begin{aligned} j_x &= L_{xx} \nabla_x \alpha + L_{x\nu} \nabla_\nu \alpha, \\ j_x &= L_{\nu x} \nabla_x \alpha + L_{\nu\nu} \nabla_\nu \alpha. \end{aligned}$$

$$\partial_t f + \nabla \cdot (\mathbf{L} \cdot \nabla \alpha) =$$

$$\boxed{\partial_t f + \nabla_x \cdot (L_{xx} \nabla_x \alpha + L_{x\nu} \nabla_\nu \alpha) + \nabla_\nu \cdot (L_{\nu x} \nabla_x \alpha + L_{\nu\nu} \nabla_\nu \alpha) = 0}$$

Spec.: $\hat{\alpha} = D \log f + m \frac{\nu^2}{2}$

$$L_{xx} = 0, \quad L_{x\nu} = L_{\nu x} = 0, \quad L_{\nu\nu} = f \, D_d(f)$$

$$\boxed{\partial_t f + \partial_\nu (m D_d \nu f) + \partial_\nu (D D_d \partial_\nu f) = 0}$$

Fokker-Planck-egyenlet

Lehetnek eloszlásváltozók a termodinamikában.

2. Mezo-statfiz –változó eloszlások (‘fázistér’ kiterjesztés)

$f(\mathbf{x},\mathbf{p},?)$ eloszlás: $\int f(\mathbf{p},\mathbf{x},?)d^3p\,d^3x\,d?=1$

Fizikai jelentés: pl. tömeg (QGP)

Ennek ellenére nem nagyon statisztikus mechanika!

Maximum entrópia elv (információs felépítés)

$$S_k=\sum_{N=0}^{\infty}\frac{1}{N!}\frac{1}{h^{3N}m_0^N}\int -k_B f\ln f-\alpha f-\beta\sum_{i=1}^{N}\frac{p_i^2}{2m_i}f-$$

$$-\gamma Nf-\delta\sum_{i=1}^{N}m_i f\Big)\big(d^3\mathbf{p}\big)\big(d^3\mathbf{q}\big)d^N m$$

$$S_{po} = \int \left(- f \ln f - \alpha f - \beta \frac{p^2}{2m} f - \gamma m f \right) dp dm$$

$$f(p,m) = \frac{1}{Z} e^{-\frac{1}{T}\left(\beta \frac{p^2}{2m} + bm \right)}$$

$$de = Tds + \mu dn - b d\hat{m}, \qquad e = Ts - p + \mu n - b\hat{m}$$

$$(E,V,N,M) \overset{Legendre}{\rightarrow} (T,V,\mu,b) \qquad \frac{\Omega}{V} = -p$$

$$n = \frac{\partial p}{\partial \mu}, \quad s = \frac{\partial p}{\partial T}, \quad m = \frac{\partial p}{\partial b},$$

$$p(T,\mu,b) = \frac{kT}{V}\ln Z = \frac{3\pi^2}{\sqrt{2}h^3 m_0}\frac{(kT)^5}{b^{5/2}}e^{\frac{\mu}{kT}}$$

$$p = nT, \quad s = \left(5 - \frac{\mu}{T}\right)n, \quad \hat{m} = \frac{5T}{2b}n$$

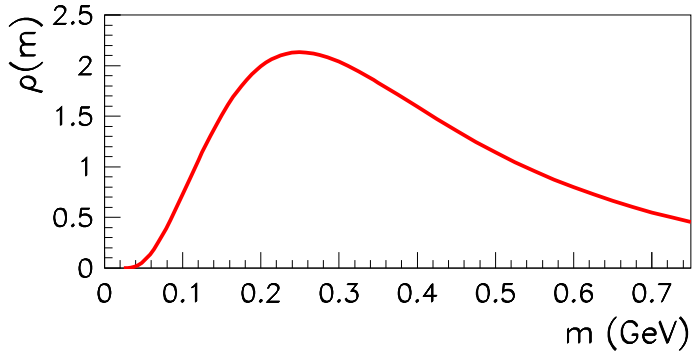
– Ideális MB gáz + 1 szabadsági fok.
– m-re nem integrálunk ki $\longrightarrow$ eloszlásváltozó

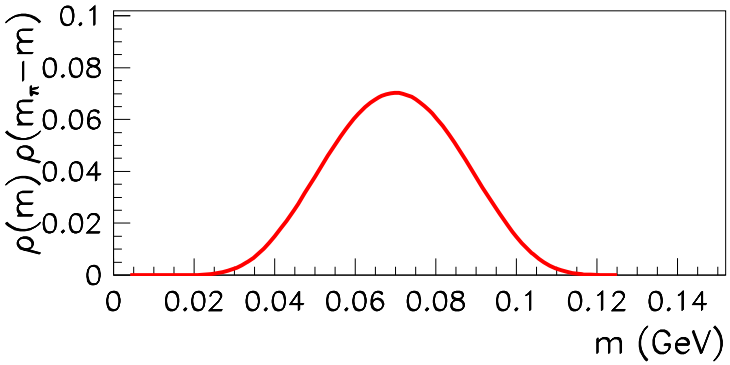
$$w(m,T) = \int f dp = Ae^{-b\frac{m}{T}}$$

Termodinamikai eloszlásváltozó összeegyeztethető a statisztikus fizikával.

3 Mezo: kvark-gluon plazma

Miért is?





Kvázirészecske termodinamika:

nem maximum entrópiából, de konzisztensen.

Keverékek:

Azonos ideális gázok ideális keveréke nem ideális.

(Gibbs paradoxon)

Konzisztens kvázirészecske termodinamika.

Ultrarelativisztikus ideális (fermion) gáz (c=1,k=1,h=1,…):

fermion +

$$\frac{p^2}{2m} \to \sqrt{p^2+m^2} \quad \longrightarrow \quad \frac{1}{1+e^{\frac{1}{T}\sqrt{p^2+m^2}}} \to e^{-\frac{\sqrt{p^2+m^2}}{T}}$$

$$p(m,T,\mu) = e^{-\frac{\mu}{T}} \frac{1}{\pi^2} \frac{m^2}{2T^2} K_2\left(\frac{m}{T}\right)$$

$$p(\mu,T) = \int w(m,T,\mu)\, p(m,\mu,T) dm - \Phi(\mu,T)$$

Igazából itt kezd konzisztens lenni:

$$p(\mu,T) = \boxed{\int w(m,T,\mu)\, p_m(\mu,T)\, dm} - \Phi(\mu,T)$$

$$s = \frac{\partial p}{\partial T} = \boxed{\int w(m,T,\mu)\, s_m\, dm} + \cancel{\int \frac{\partial w}{\partial T}\, p_m\, dm - \frac{\partial \Phi}{\partial T}}$$

$$n = \frac{\partial p}{\partial \mu} = \boxed{\int w(m,T,\mu)\, n_m\, dm} + \cancel{\int \frac{\partial w}{\partial \mu}\, p_m\, dm - \frac{\partial \Phi}{\partial \mu}}$$

$$e = T\,s + \mu n - p = \boxed{\int w(m,T,\mu)\, e_m\, dm} + \Phi$$

Ideális keverék.

Na de mi az eloszlás?

1. $m(T,\mu)$ kvázirészecske

2. Statfizből eloszlás (maximális entrópia)

3. Empirikus $\boxed{w(m) = \frac{1}{m_0} f\left(\frac{m}{m_0}\right)} = A(m_0)\, e^{-b\left(a\frac{m_0}{m} + \frac{m}{m_0}\right)}$

4. $p_{\text{lattice}}(T,0) \Rightarrow w(m/T_c)$ "a" tömegeloszlás

(Bíró Tamás)

Konzisztencia feltétel:

$$\int \frac{\partial w}{\partial T} p_m dm = \frac{\partial \Phi}{\partial T}$$

$$\int \frac{\partial w}{\partial \mu} p_m dm = \frac{\partial \Phi}{\partial \mu}$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial T \partial \mu} = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \mu \partial T}$$

$$\rightarrow \quad \boxed{\int \frac{\partial w}{\partial T} s_m dm = \int \frac{\partial w}{\partial \mu} n_m dm}$$

$$p_m(T,\mu) = e^{-\frac{\mu}{T}} \frac{1}{\pi^2} \frac{m^2}{2T^2} K_2\left(\frac{m}{T}\right)$$

$$\dots$$

$$\sigma'\gamma' \frac{\partial m_0}{\partial T} + \left(\frac{m_0}{T} \gamma\sigma'' - 3\gamma\sigma' + \frac{\mu}{T} \gamma'\sigma' \right) \frac{\partial m_0}{\partial \mu} = 0$$

$$\sigma'\gamma'\frac{\partial m_0}{\partial T}+\left(\frac{m_0}{T}\gamma\sigma''-3\gamma\sigma'+\frac{\mu}{T}\gamma'\sigma'\right)\frac{\partial m_0}{\partial \mu}=0$$

$$\gamma\left(\frac{\mu}{T}\right)=\gamma_G+2\gamma_Q\cosh\left(\frac{\mu}{T}\right)$$

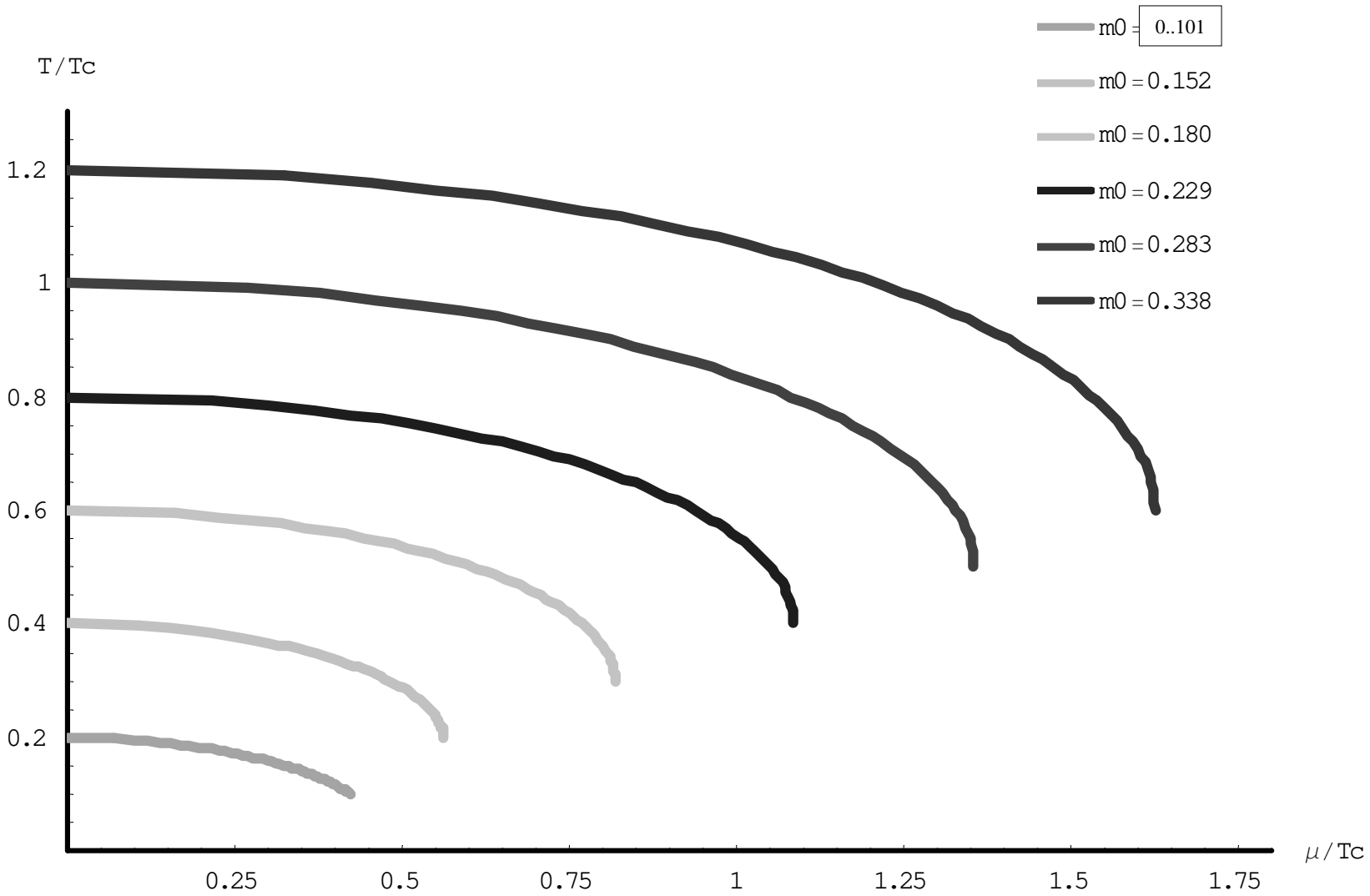
gluon+kvark+antikvark

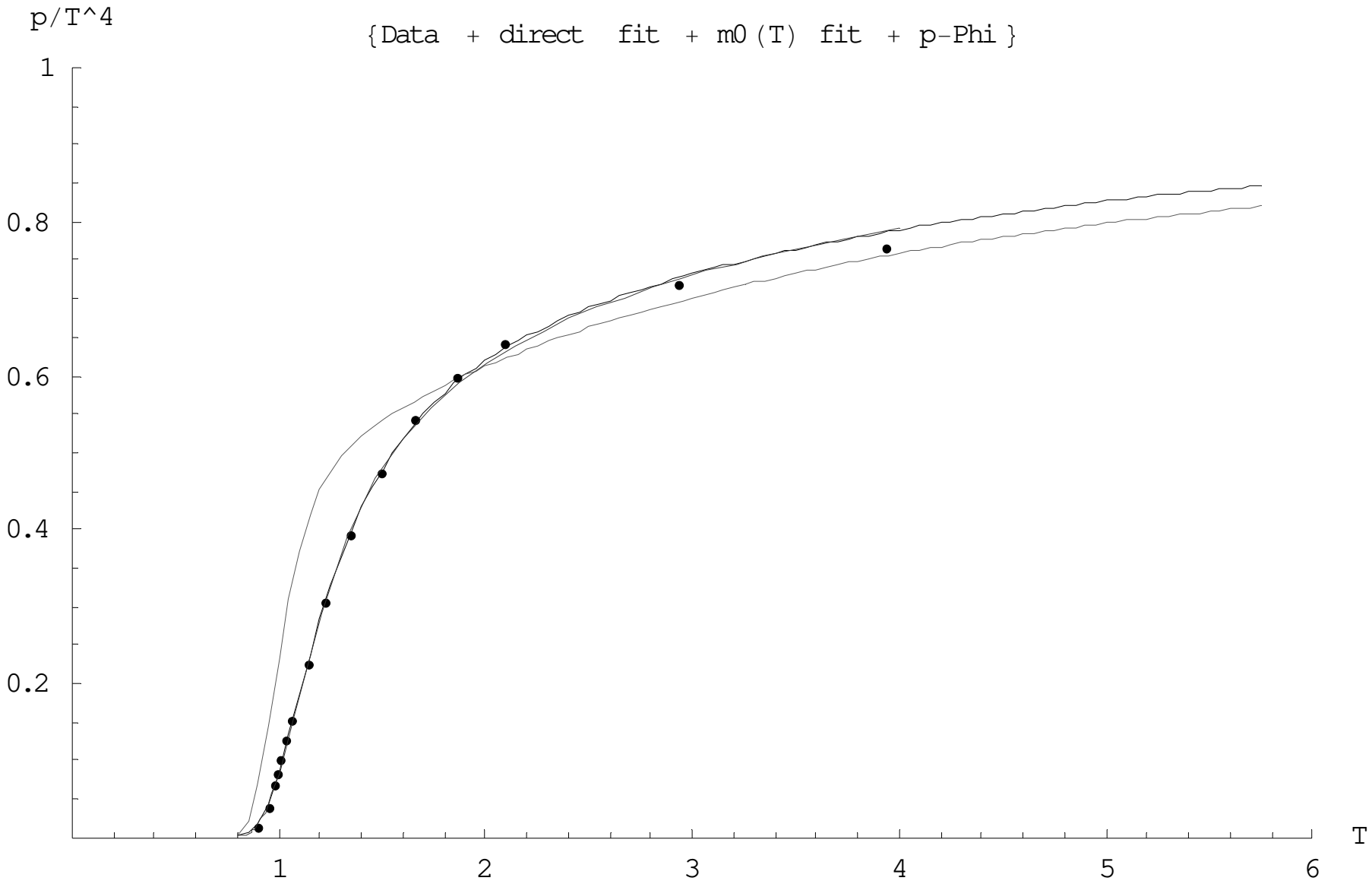
$$\sigma\left(\frac{m_0}{T}\right)=\frac{1}{T^2}\int_0^\infty w\left(\frac{m}{m_0}\right)\frac{m^2}{2m_0}K_2(m/T)dm$$

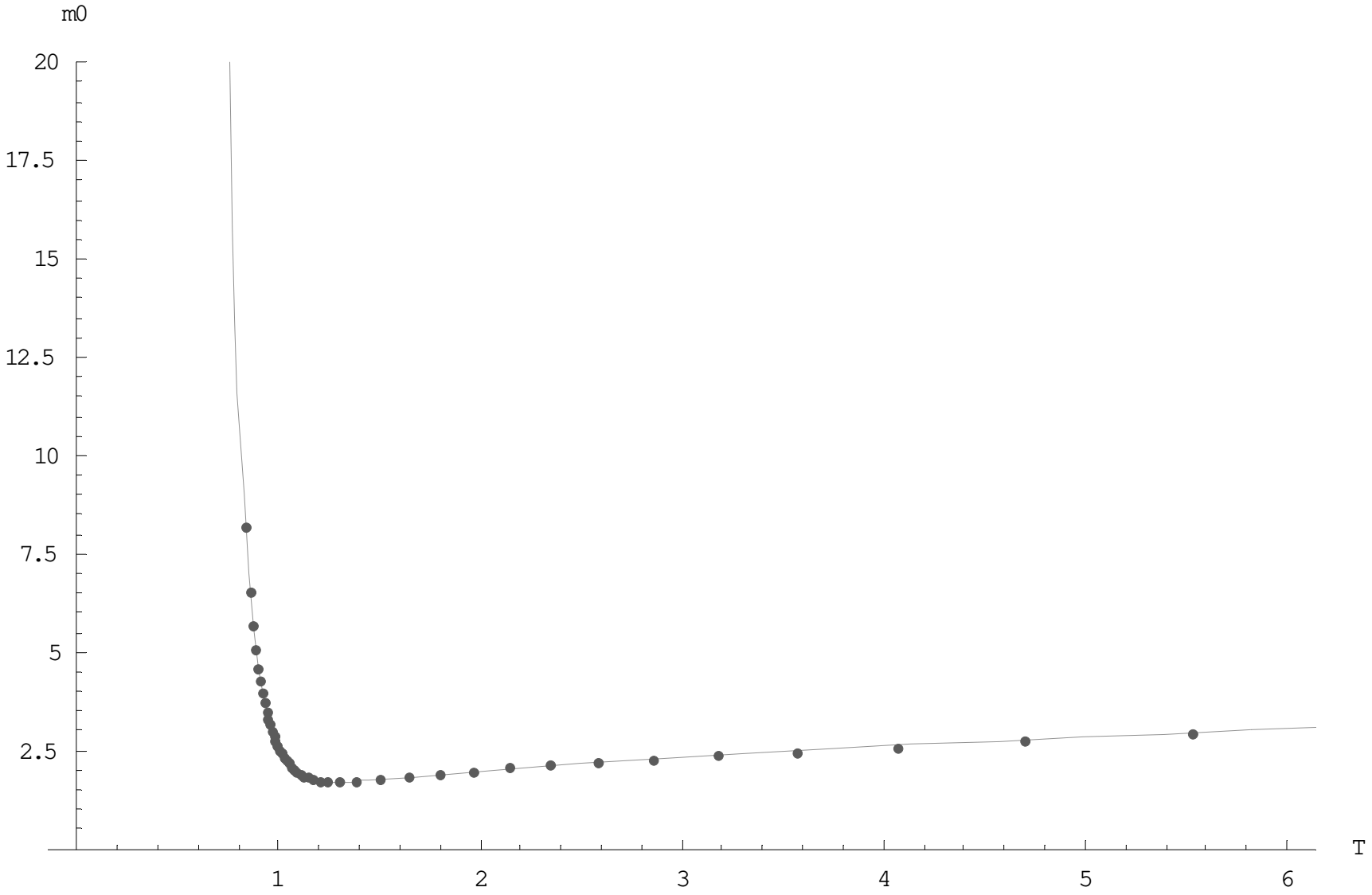
Megoldható, karakterisztikus egyenlet (m_0=áll.) $\longrightarrow$ $m_0(T,\mu)$

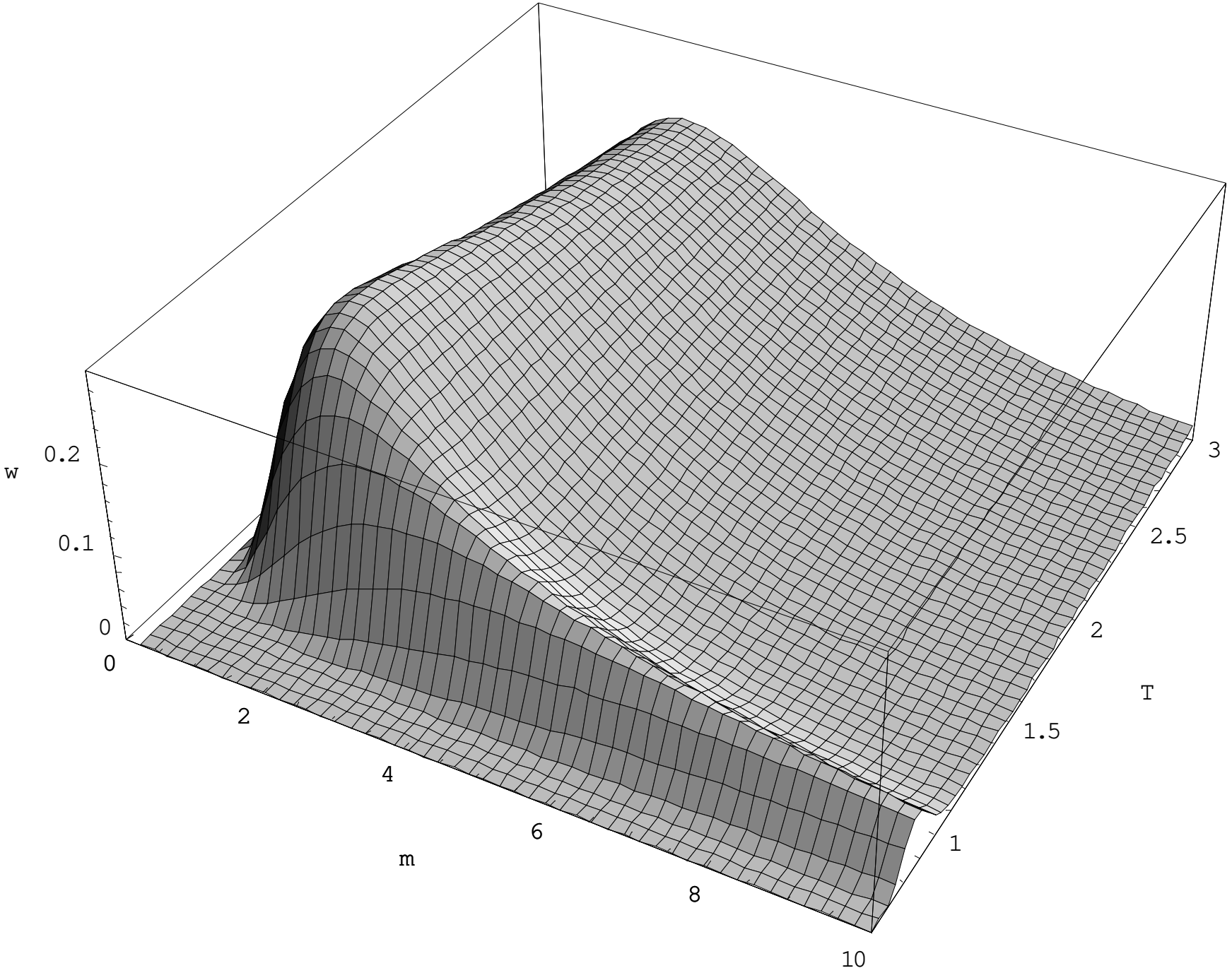
$$\left.\begin{aligned}\mu &= g(T,T_0,m_0)\\ m_0 &= f(T_0)\end{aligned}\right\}\ \mu=g(T,f^{-1}(m_0),m_0)\Rightarrow m_0(T,\mu)$$

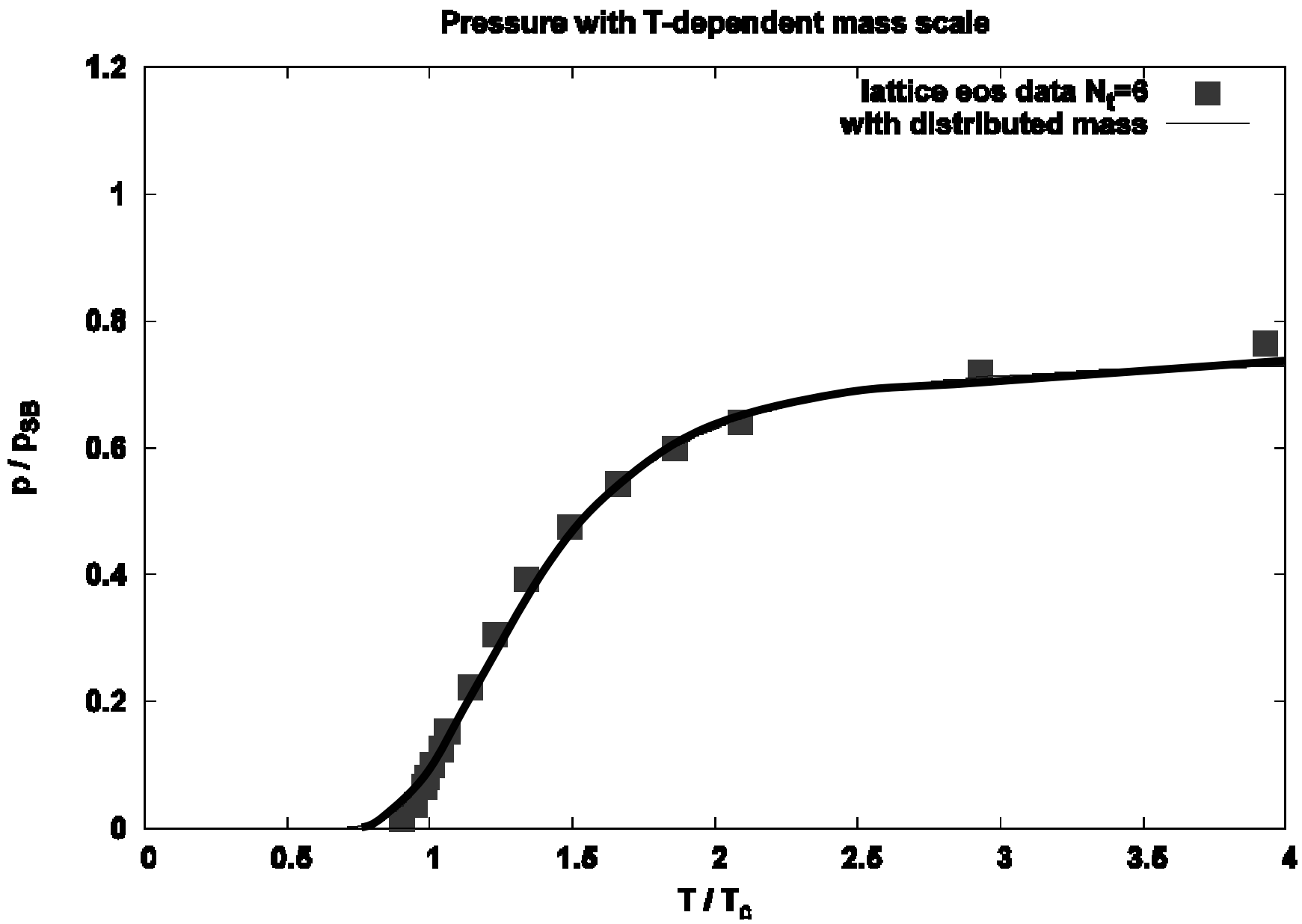
rács QCD

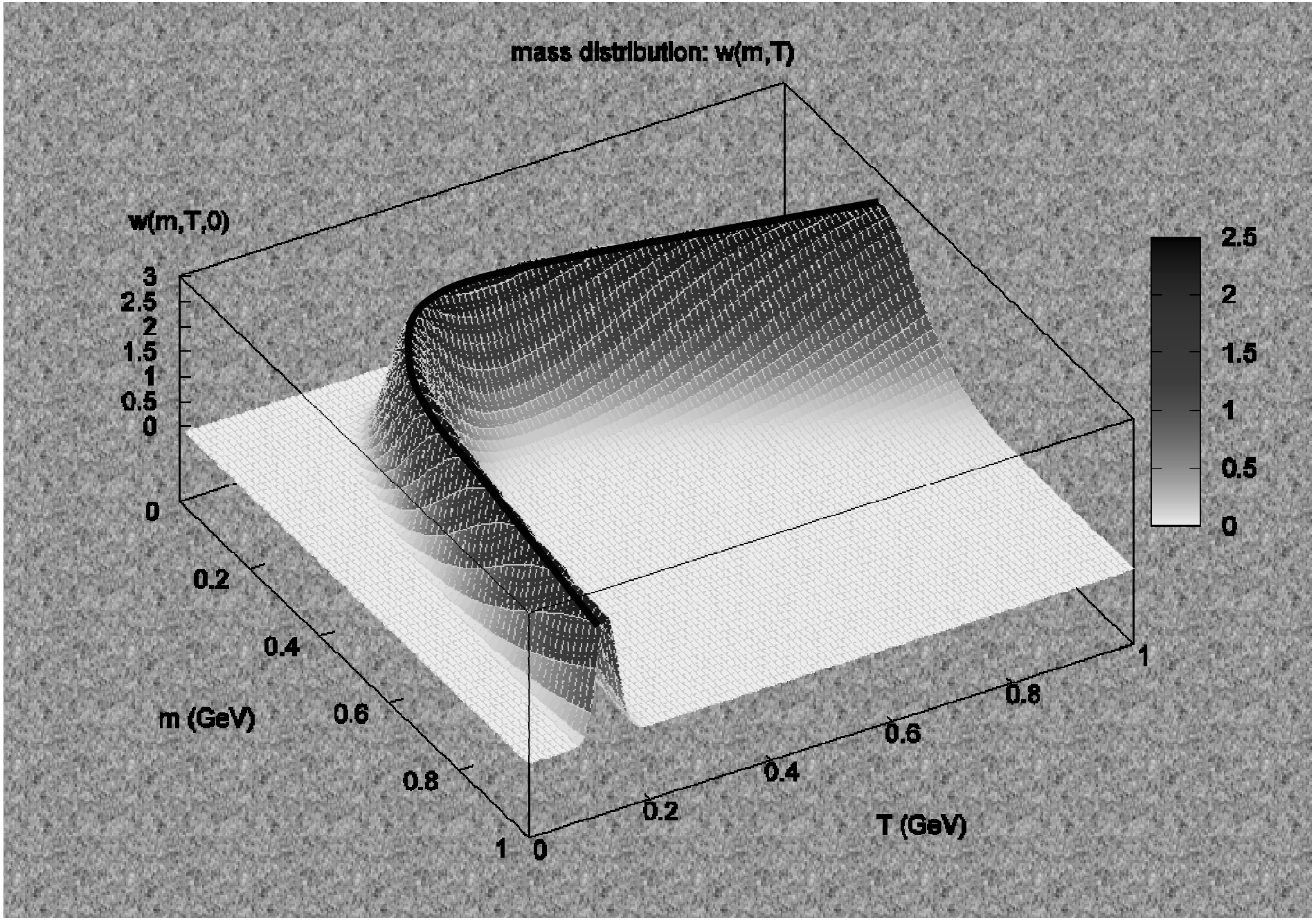

m0 = 0..101
m0 = 0.152
m0 = 0.180
m0 = 0.229
m0 = 0.283
m0 = 0.338
T/Tc
1.2
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0.25
0.5
0.75
1
1.25
1.5
1.75
μ/Tc

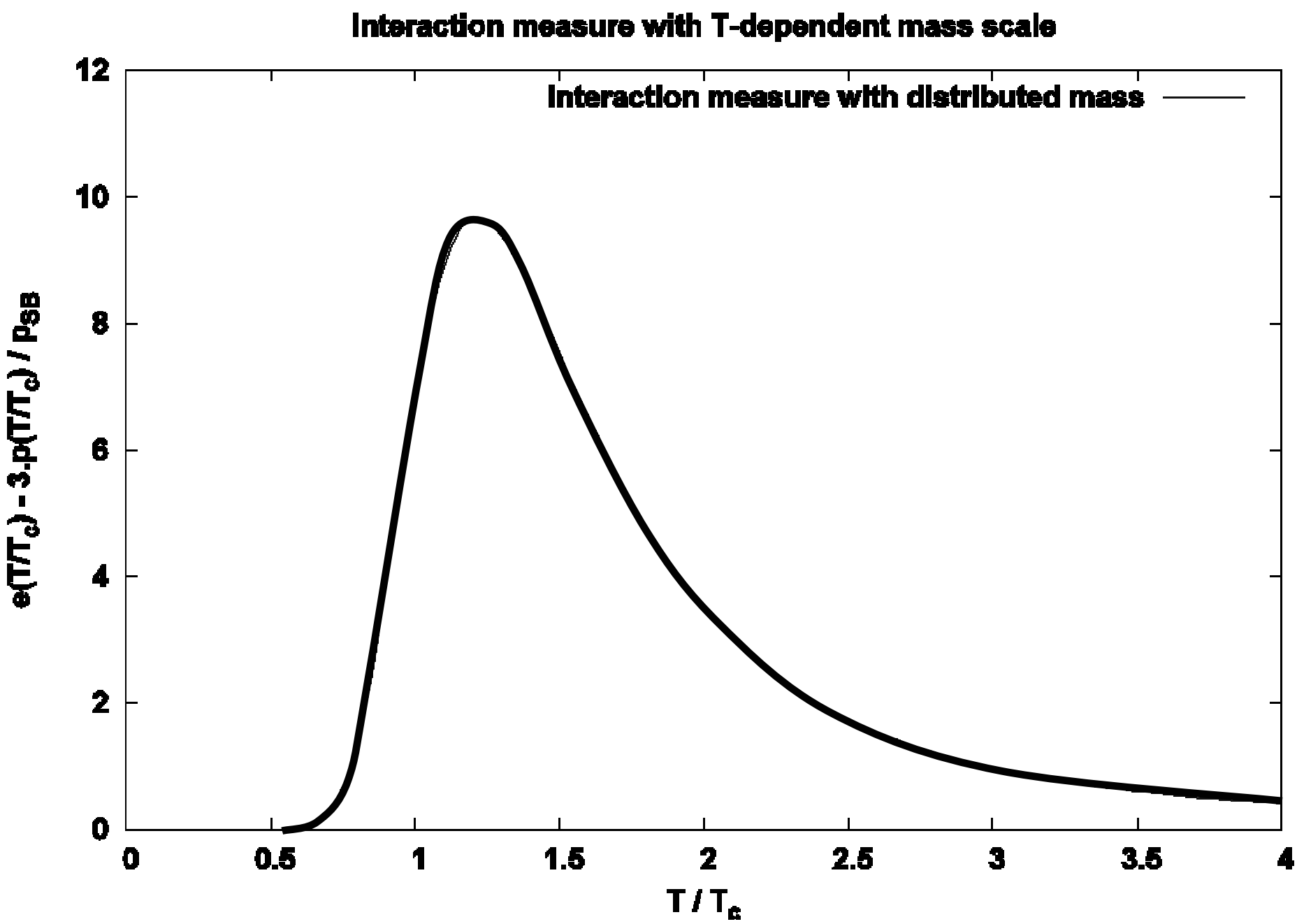

p/T^4
{Data + direct fit + m0(T) fit + p-Phi}
1
0.8
0.6
0.4
0.2
1
2
3
4
5
6
T


m0
20
17.5
15
12.5
10
7.5
5
2.5
1
2
3
4
5
6
T


w
0.2
0.1
0
0
2
4
6
8
10
m
1
1.5
2
2.5
3
T


Pressure with T-dependent mass scale
lattice eos data N_t=6
with distributed mass
p / p_{SB}
T / T_c
0
0.2
0.4
0.6
0.8
1
1.2
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3
3.5
4


mass distribution: w(m,T)
w(m,T,0)
3
2.5
2
1.5
1
0.5
0
0
0.2
0.4
0.6
0.8
1
m (GeV)
0
0.2
0.4
0.6
0.8
1
T (GeV)
2.5
2
1.5
1
0.5
0


Interaction measure with T-dependent mass scale
Interaction measure with distributed mass
e(T/T_c) - 3.p(T/T_c) / p_SB
T / T_c
0
2
4
6
8
10
12
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3
3.5
4

Összefoglalás

– Termodinamikailag konzisztens eloszlásváltozók
– Kvark-gluon plazma
  - Ultrarelativisztikus ideális gáz
  - Ideális keverék

Hátrány
Rugalmasság
Fizika

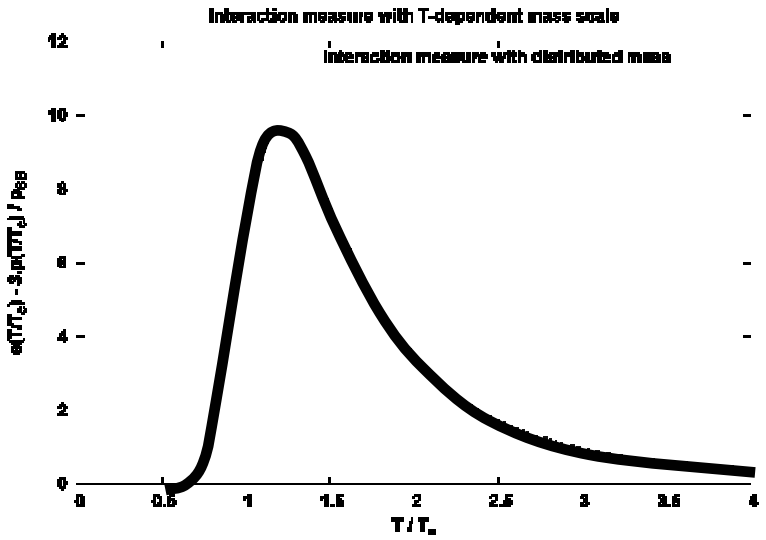
– Tömegeloszlás – illeszti a rácsadatokat
  (többféle stratégiával, többféle eloszlással is)
– μ elfolytatás, fázishatárok, …
– Minimum: előítéletmentes adatelemzés:
  alapinformációk (massgap)

Még entrópia SEM!

Köszönöm a figyelmet!

Válasz Wolf Gyurinak:

- Kölcsönhatás ideális
  gázok keverékében:



-Termo: általános elvek

  $\longrightarrow$ mindenféle mikro háttérre igaz.

-Elvileg az (effektív) Hamilton operátor kikövetkeztethető