Mozgó testek hőmérséklete:

egy régi probléma új kihívásai

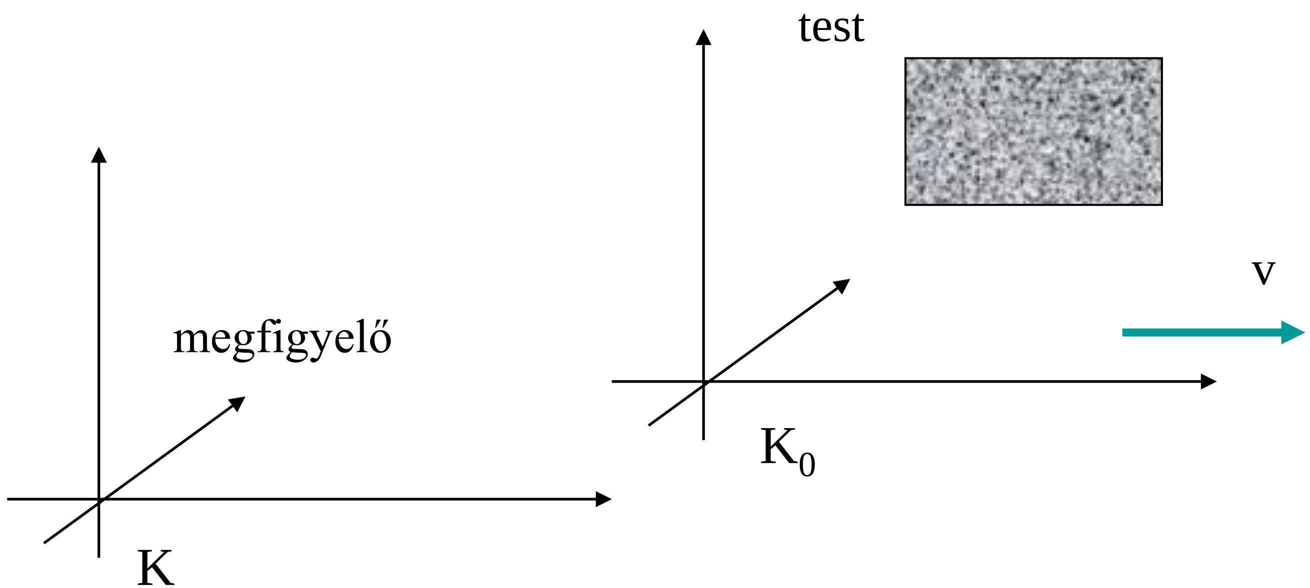
Ván Péter

KFKI, RMKI, Elméleti Fizika Főosztály

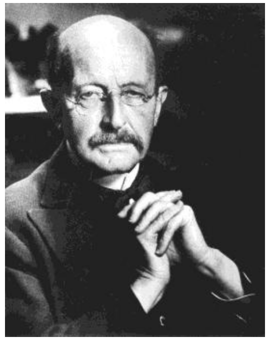
– Planck, Einstein és Ott
    (relativisztikus termodinamika)
– Általánosítás - hidrodinamika
– Ismét a hőmérsékletről
– Függelékek (kitekintés, összefoglalás, …)

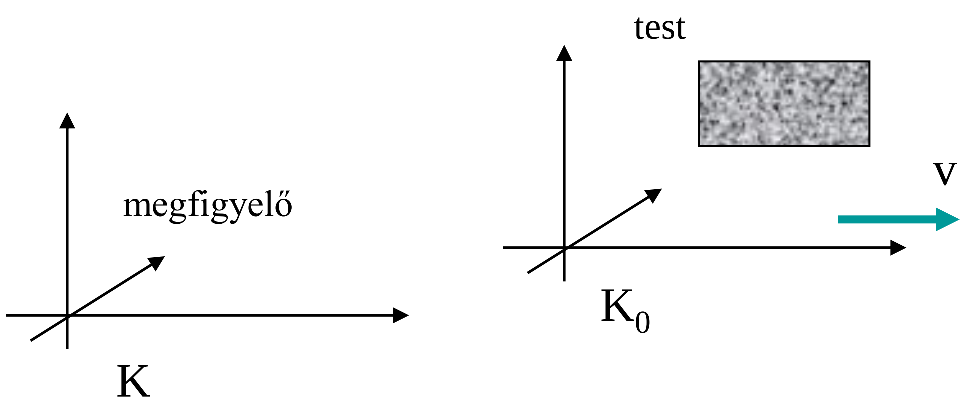
Munkatársak: Biró Tamás és Molnár Etele

A mozgó testek hőmérsékletéről…



- Planck-Einstein (1907): hidegebb
- Ott (1963) [Blanusa (1947)] : melegebb
- Landsberg (1966-67): egyenlő
- Costa-Matsas-Landsberg (1995): irányfüggő (Doppler)

Planck  és Einstein 

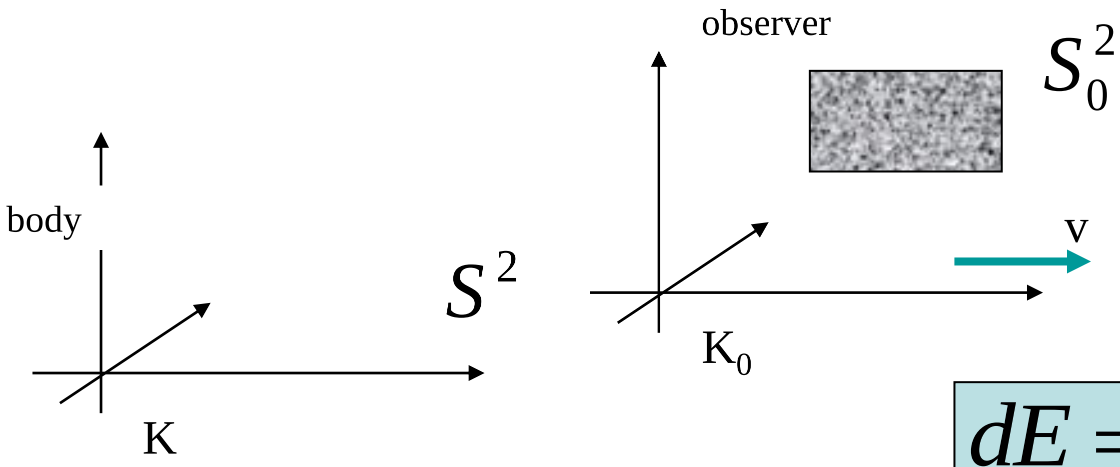


$$dE = TdS - pdV$$

Relativisztikus termodinamika?

Planck, M.: A mozgó testek dinamikájához, 1907,
Einstein, A.: A relativitás elvéről és a belőle levonható következtetésekről, 1907

Hogyan transzformálódik? – rejtett kovariancia



$$c=1, \quad \gamma=\frac{1}{\sqrt{1-v^2}}$$

$$\boxed{dE = TdS - pdV \quad ?}$$

$$p = p_0$$

$V = V_0 / \gamma$ – Lorentz kontrakció

$S = S_0$ – Planck: adiabatikus átvitel

ekvivalens megfigyelők

$$S_0^1 = S_0^2$$

$$< \quad >$$

$$S^1 = S^2$$

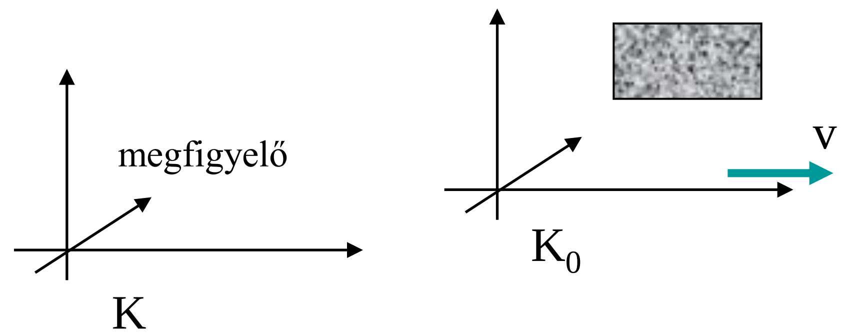
Energia-impulzus vektor:

$$\begin{pmatrix} E \\ G \end{pmatrix} = \gamma \begin{pmatrix} 1 & v \\ v & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma E_0 \\ \gamma v E_0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} t' \\ x' \end{pmatrix} = \gamma \begin{pmatrix} 1 & v \\ v & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t \\ x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma(t+vx) \\ \gamma(x+vt) \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{1-(v/c)^2}} \begin{pmatrix} t+vx/c^2 \\ x+vt \end{pmatrix}$$

$$dE = TdS - pdV + vdG$$

transzlációs munka –
hő = impulzus



$$dE = TdS - pdV + vdG$$

$$\gamma dE_0 = TdS_0 - p_0 \frac{dV_0}{\gamma} + \gamma v^2 dE_0$$

$$\left\{ \begin{aligned} p &= p_0 \\ dV &= dV_0 / \gamma \\ dS &= dS_0 \\ dE &= \gamma dE_0 \\ dG &= \gamma v dE_0 \end{aligned} \right.$$

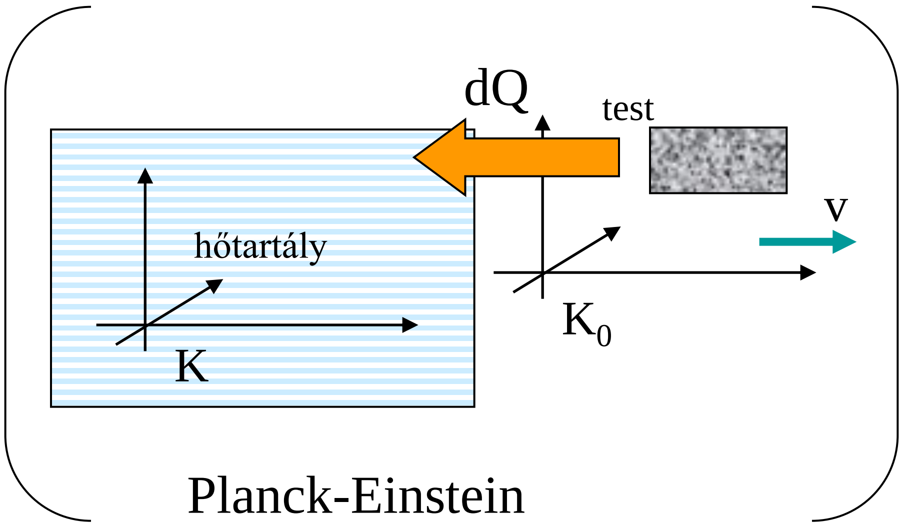
$$\frac{dE_0}{\gamma} = TdS_0 - p_0 \frac{dV_0}{\gamma}$$

$$dE_0 = T_0 dS_0 - p_0 dV_0$$

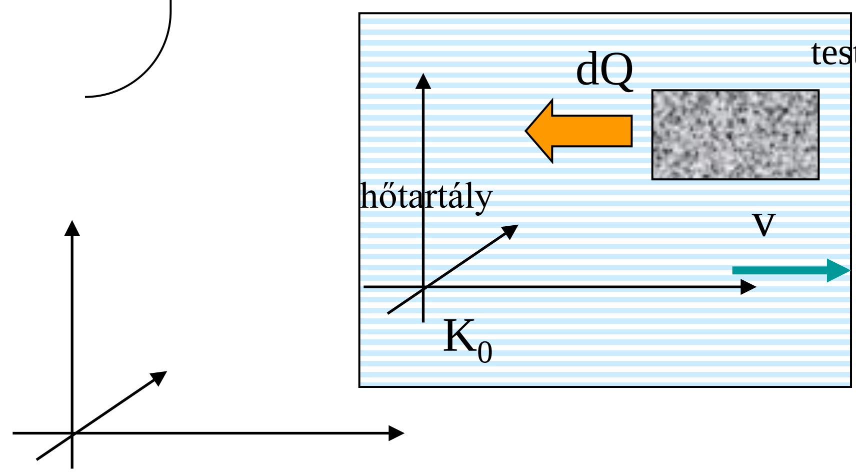
$$\boxed{T = \frac{T_0}{\gamma} = T_0\sqrt{1-v^2} < T_0}$$

reciprok hőmérséklet vektor

Ott (1963)



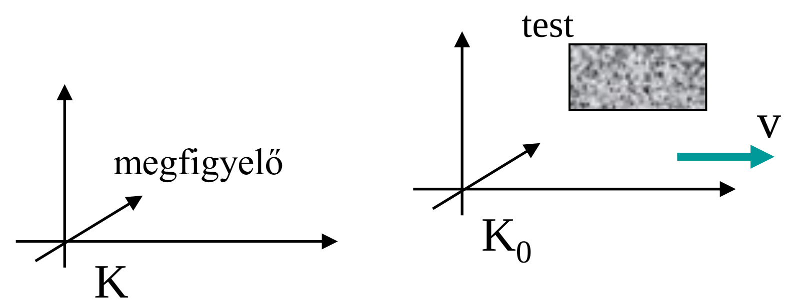
Planck-Einstein



Ott

$$dE = TdS - pdV + \cancel{vdG}$$

nincs transzlációs munka

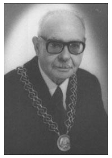


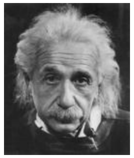
$$dE = TdS - pdV \longleftarrow \left\{ \begin{array}{l} p = \gamma^2 p_0 \\ dV = dV_0 / \gamma \\ dS = dS_0 \\ dE = \gamma dE_0 \end{array} \right.$$

$$\gamma dE_0 = TdS_0 - \gamma^2 p_0 dV_0 / \gamma$$

$$\updownarrow$$

$$dE_0 = T_0 dS_0 - p_0 dV_0 \longrightarrow \boxed{T = \gamma T_0}$$





Blanusa (1947)
Einstein (1952) (levelezése Laue-val)

De: hőmérséklet vektor? tenzorkomponensek?

sebesség a termodinamikában:

Vita (~1963-70): új szempontokkal, megoldás nélkül.

Landsberg

van Kampen

Kérdések

- Mi az ami mozog (áramlik)?
  - barion, elektromos, stb. töltés (Eckart)
  - energia (Landau-Lifshitz)
- Mi a termodinamikai test?
  - térfogat
  - tágulás (Hubble)
- Mi az állapotegyenlet kovariáns formája?
  - $S(E,V,N,\ldots)$
- Kölcsönhatás: hogyan transzformálódik a hőmérséklet?

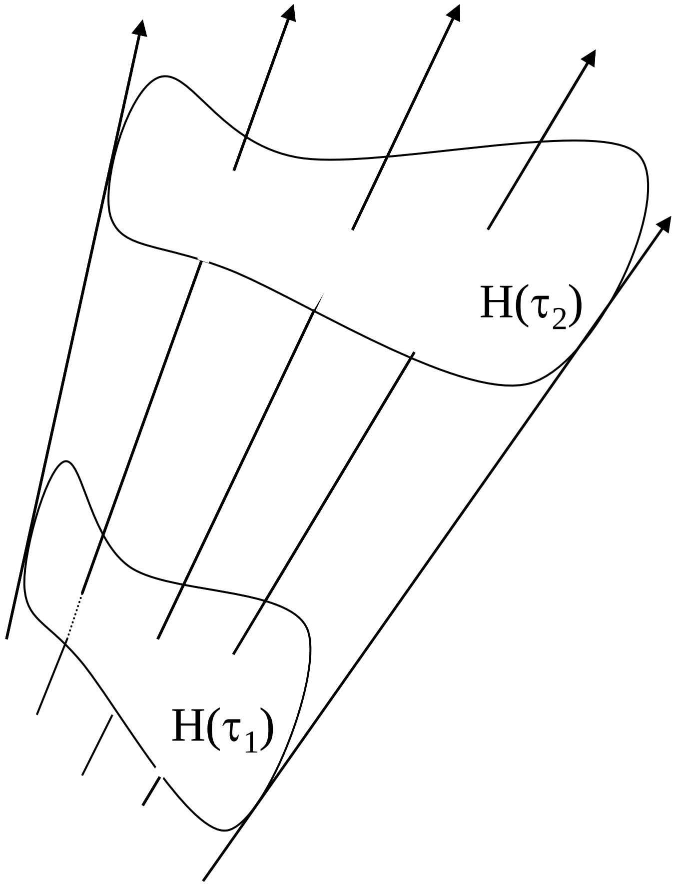
A termodinamikai rendszer speciális kontinuum

Térfogati integrálok: munka, hő, belső energia

$$\boxed{\dot{E}\bar{u}^a + \dot{G}^a + p\bar{u}^a\dot{V} = -\oint_{\partial H}\left(u^a q^b + \Pi^{ab}\right)dA_b = \delta Q^a}$$

$$\bar{u}^a = \frac{1}{V}\int_H u^a dV, \quad E = \int_H e dV = eV, \quad G^a = \int_H q^a dV,$$

$$E^a = E\bar{u}^a + G^a, \quad a \in \{0,1,2,3\}$$



Hőáram és entrópiaváltozás:

integráló szorzó

$$\delta Q^a = \dot{E}^a + p\bar{u}^a\dot{V} = \dot{S}A^a$$

$$E^a = E\bar{u}^a + G^a, \quad S = S(E^a, V)$$

$$dS = \frac{A_a\bar{u}^a}{A_b A^b}dE + \frac{A_a}{A_b A^b}dG^a + \frac{A_a\bar{u}^a}{A_b A^b}pdV$$

hőmérséklet

$$\boxed{TdS = g_a dE^a + pdV}$$

$$g_a u^a = 1$$

$$\boxed{TdS = g_a dE^a + pdV}$$

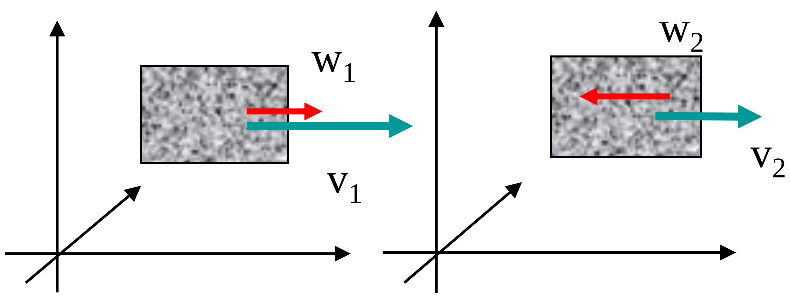
sebesség a termodinamikában

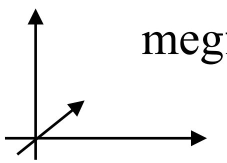
van Kampen

$$g_a u^a = 1 \quad \Rightarrow \quad \boxed{w^a = g_a - u^a}$$

w térszerű, de |*w*|<*1* -- a hőáram sebessége

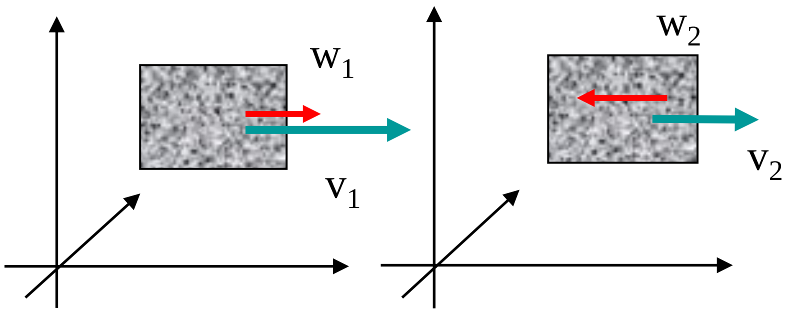
Kölcsönhatás





- általában négy különböző sebességünk van
- csak egyik sebesség transzformálható ki
- a test mozgása és az energia-impulzus áramok fénysebesség alattiak

$$\boxed{TdS = g_a dE^a \quad \Rightarrow \quad \frac{g_1^a}{T_1} = \frac{g_2^a}{T_2}}$$



1+1 dimenzió:

$$c = 1, \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-v^2}}$$

$$u^a = (\gamma, \gamma v), \quad w^a = (\gamma v w, \gamma w)$$

$$\frac{\gamma_1(1+v_1 w_1)}{T_1} = \frac{\gamma_2(1+v_2 w_2)}{T_2}$$

$$\frac{\gamma_1(v_1 + w_1)}{T_1} = \frac{\gamma_2(v_2 + w_2)}{T_2}$$

$$\Rightarrow$$

$$\boxed{\begin{array}{c} \dfrac{v_1 + w_1}{1+v_1 w_1} = \dfrac{v_2 + w_2}{1+v_2 w_2} \\[2ex] \dfrac{\sqrt{1-w_1^2}}{T_1} = \dfrac{\sqrt{1-w_2^2}}{T_2} \end{array}}$$

Hőmérsékletek transzformációja

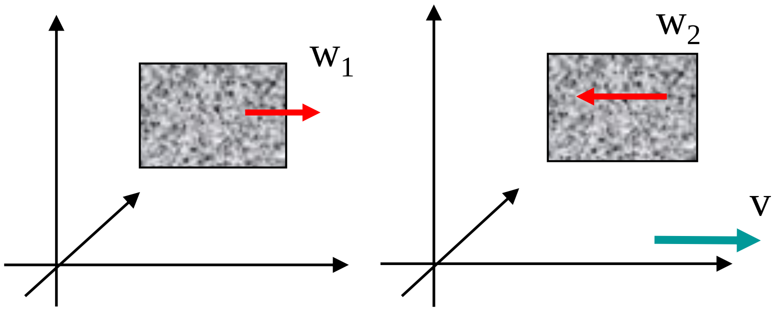
$$\boxed{\frac{v_1+w_1}{1+v_1w_1}=\frac{v_2+w_2}{1+v_2w_2}, \quad \frac{\sqrt{1-w_1^2}}{T_1}=\frac{\sqrt{1-w_2^2}}{T_2}}$$

Négy sebesség: v_1, v_2, w_1, w_2

Relatív sebesség

(Lorentz trafó)

$$v=\frac{v_2-v_1}{1-v_1v_2}$$

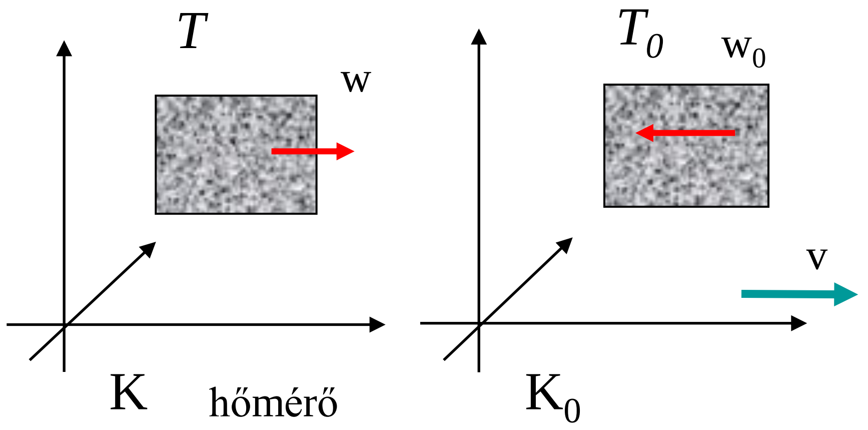


$$w_1=\frac{v+w_2}{1+vw_2}$$

$$\boxed{\frac{T_1}{T_2}=\frac{\sqrt{1-v^2}}{1+vw_2}}$$

általános Doppler-szerű formula!

$$\frac{T}{T_0} = \frac{\sqrt{1-v^2}}{1+vw_0}$$



Esetek:

$w_0 = 0$	$T = T_0/\gamma$	*Planck-Einstein*
$w = 0$	$T = \gamma\, T_0$	*Ott*
$w_0 = 1,\ v > 0$	$T = T_0 \bullet$ *vörös*	*Doppler*
$w_0 = 1,\ v < 0$	$T = T_0 \bullet$ *kék*	*Doppler*
$w_0 + w = 0$	$T = T_0$	*Landsberg*

További kérdések

avagy fogalmak, paradigmák és elméletek, …

(Varró Sándor, Varga Péter)

- Hol általánosabb?

$$g_a \dot{E}^a = T\dot{S} - p\dot{V} \quad \Rightarrow \quad g_a dE^a = TdS - pdV$$

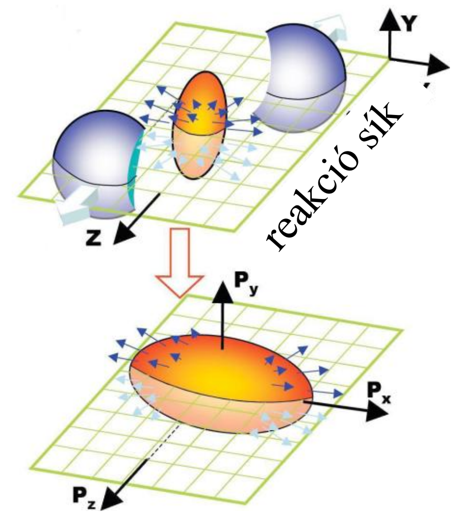
- Döntő-e a paradigma?
  - Statisztikus, kinetikus fizika, számítógépes szimulációk…
  - Jó a diverzitás?
- Logikai hibák?
- Hová vezet?

Kitekintés – hidrodinamika

Viszkózus relativisztikus folyadékok

nehézion ütközések
kozmológia

– (kvark-)gluon plazma
viszkózus (2005) + mindig van viszkozitás



<u>Mi az ami viszkózus?</u>

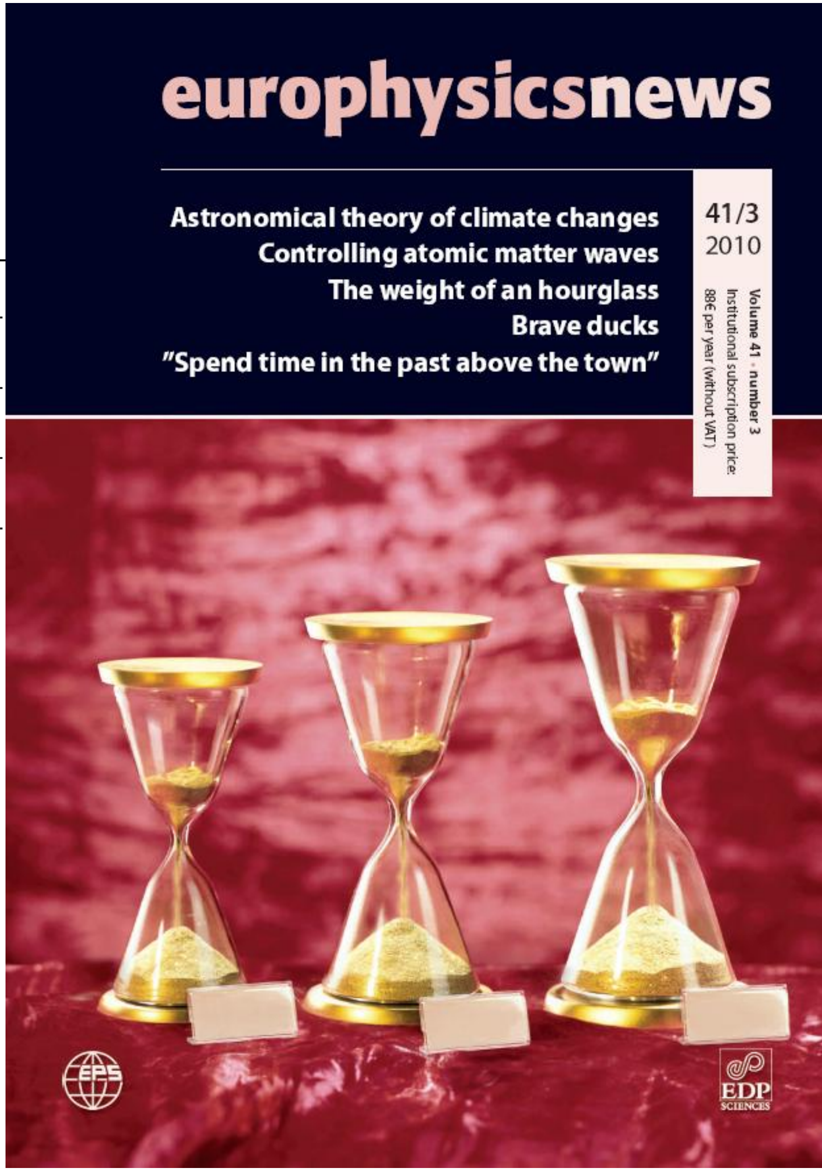
kauzalitás és generikus stabilitás
hiperbolikus vagy parabolikus?
termodinamika szerepe?
lokális egyensúly

$$Tds + \mu dn = \beta_\mu dE^\mu$$

Kinetikus elmélet?

Ván: J. Stat. Mech. P02054, 2009.
Bíró-Molnár-Ván: PRC 78, 014909, 2008.

Összefoglalás



ler?

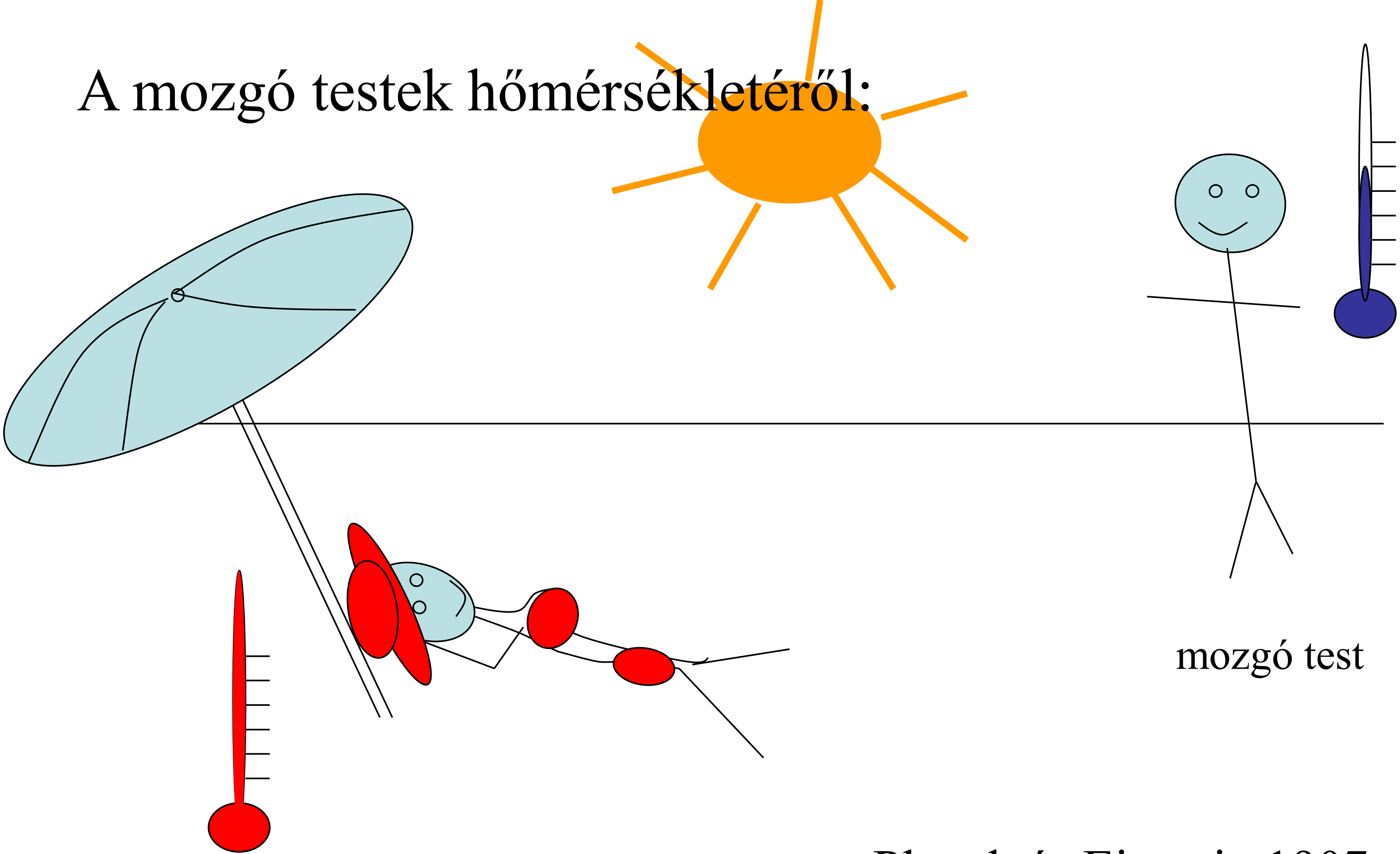
E^a

- $S = S(E^a, V, N)$
- energia-impulzus csere
- T és v nem egyenlítődik ki
- $\gamma_w T$ és $w \oplus v$ egyenlítődik
- T: trafó dopplerezi w-t v-vel

Biró-Ván: EPL, **89** (2010) 30001 (open access)
Europhysics News, **41**/3 (2010) 11
Wolfram Demonstration Project,
Transformation of …

Az összefoglalás összefoglalása:

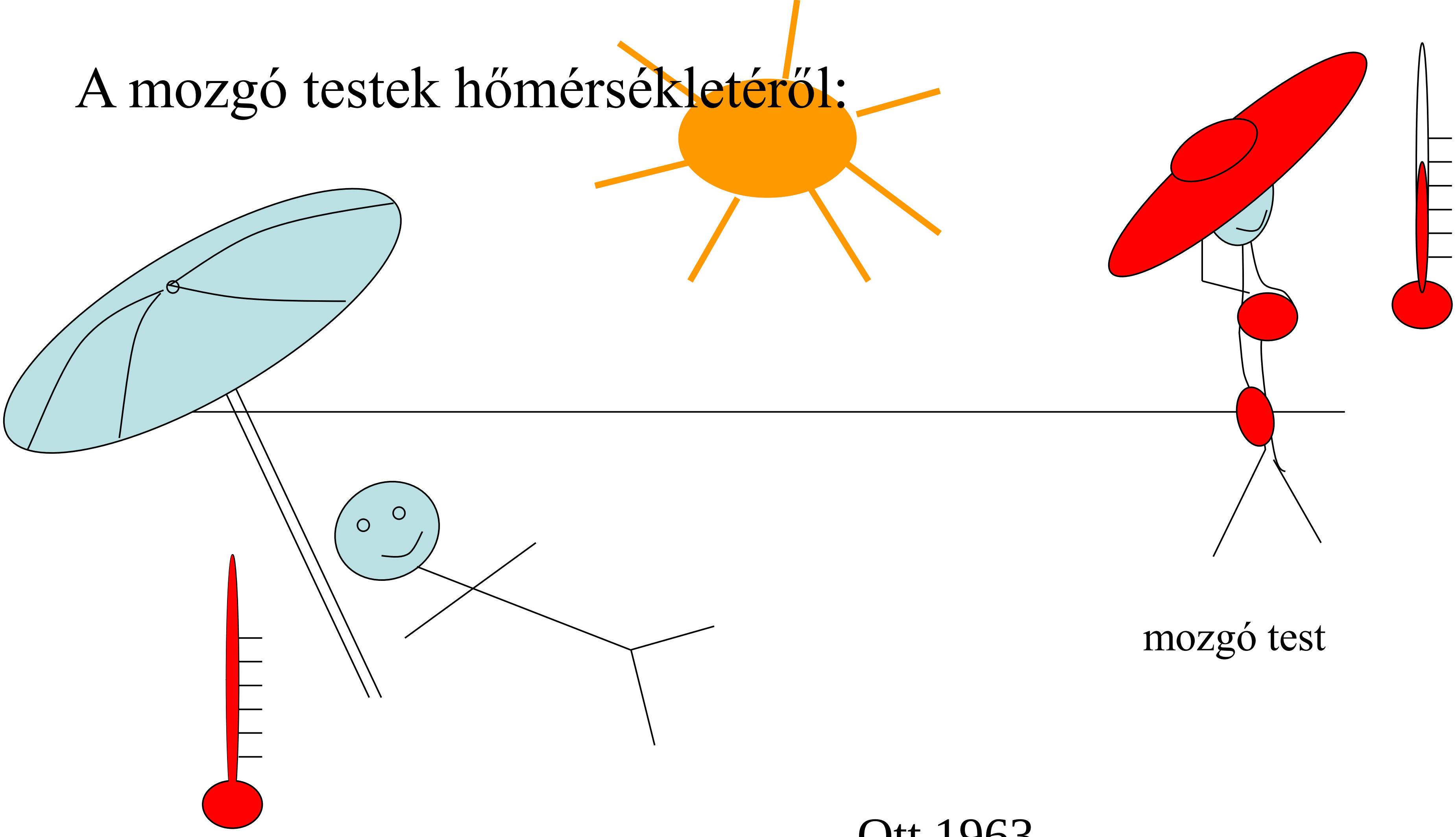
A mozgó testek hőmérsékletéről:



Planck és Einstein 1907

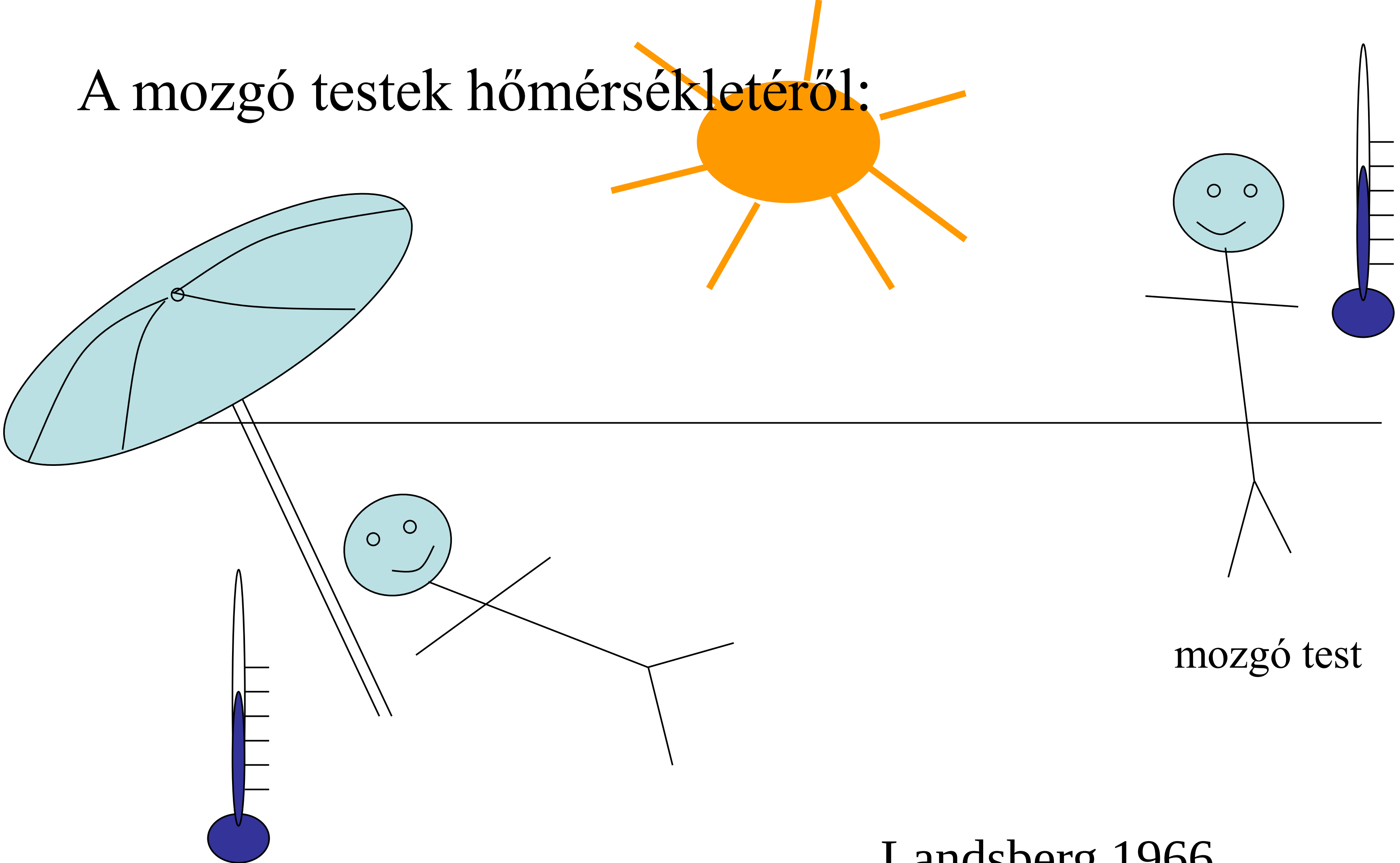
inerciális megfigyelő

A mozgó testek hőmérsékletéről:



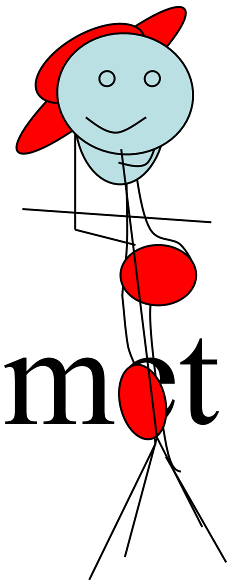
Ott 1963

A mozgó testek hőmérsékletéről:



Landsberg 1966

Köszönöm a figyelmet!



Kinetikus elmélet → termodinamika

$$p^{\mu}\partial_{\mu} f = C(f)$$ Boltzmann-egyenlet

Termodinamikai egyensúly = nincs disszipáció:

$$\partial_{\mu} S^{\mu} = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{f_0(x, p) = e^{\alpha(x) - \beta_{\nu}(x) p^{\nu}}}$$

Jüttner-eloszlás? $\alpha = \frac{\mu}{T}, \beta_{\nu} = \frac{u_{\nu}}{T}$ $\quad f_0(x, k) = e^{\frac{\mu - u_{\mu} p^{\nu}}{T}}$

… normalizálás, Legendre-transzformáció …

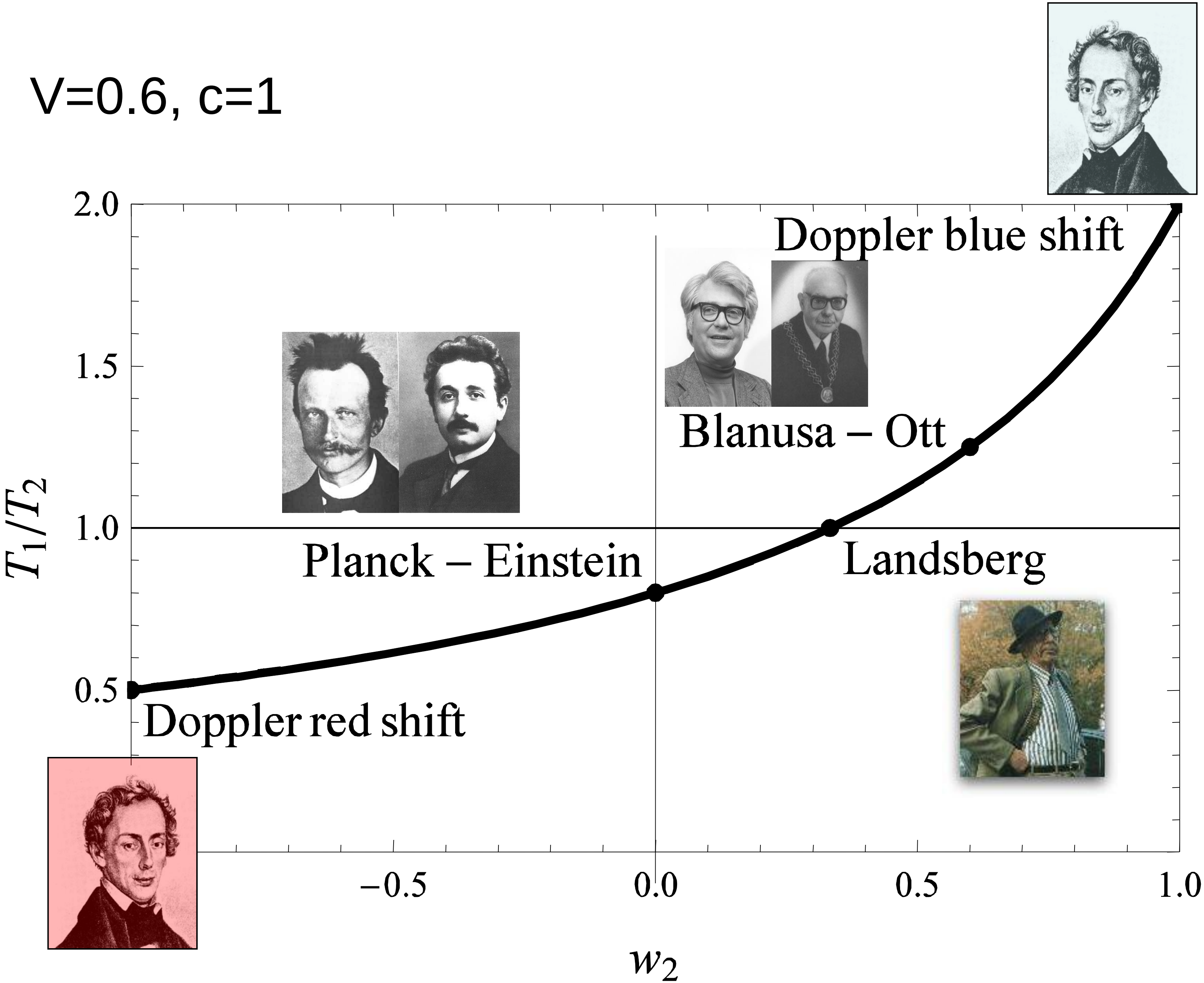
$$\partial_{\mu} S_0^{\mu} + \alpha \partial_{\mu} N_0^{\mu} - \beta_{\nu} \partial_{\mu} T_0^{\mu\nu} = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\dot{s} + \alpha \dot{n} - \beta_{\mu} \dot{E}^{\mu} = 0}$$

kovariáns Gibbs-reláció (Israel, 1963)

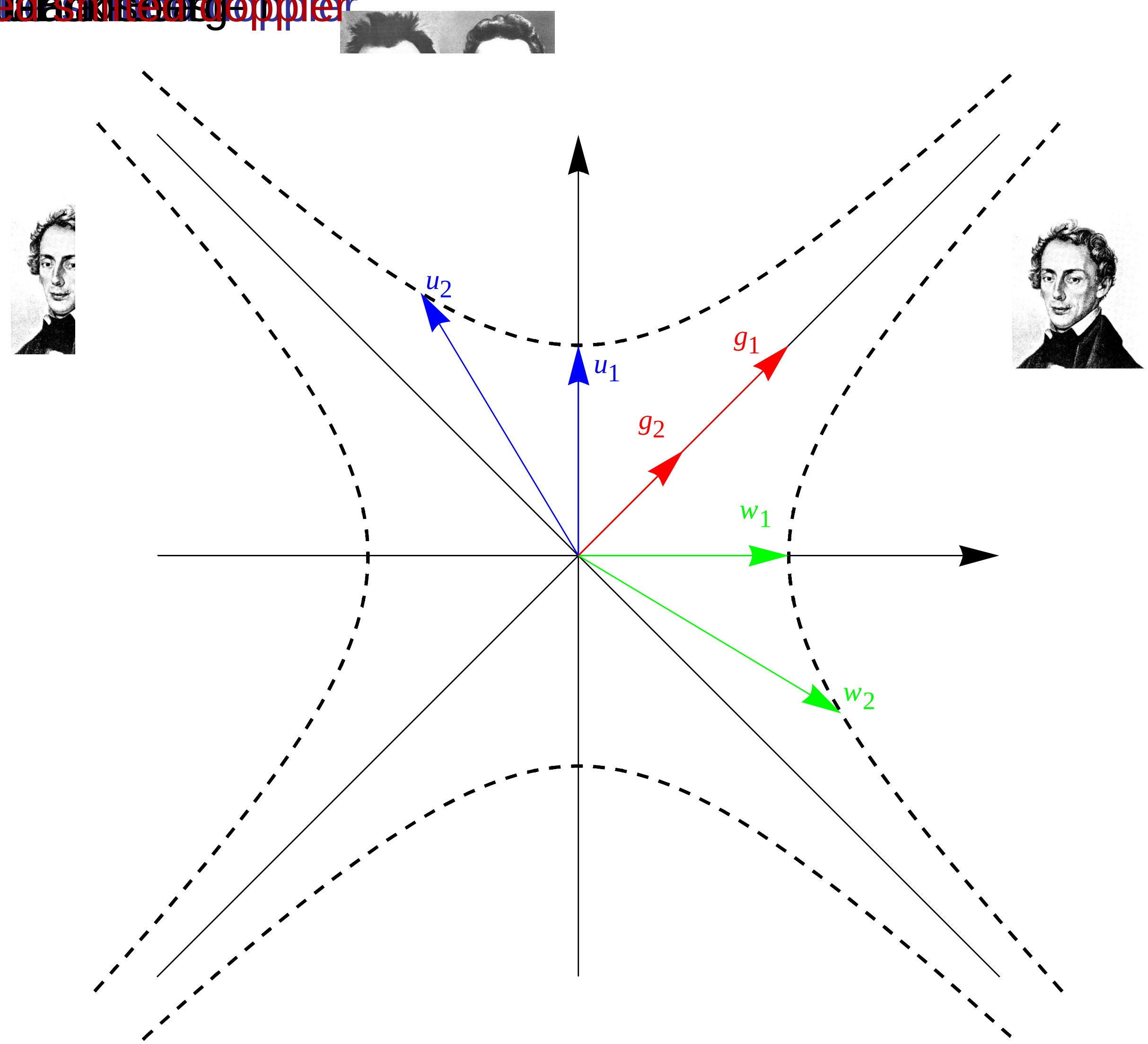
azaz: $$Tds + \mu dn = \beta_{\mu} dE^{\mu} \quad \rightarrow \quad \boxed{TdS = g_a dE^a + pdV}$$

– energia-impulzus tenzor felbontása disszipatív és nem disszipatív részre?
– lokális egyensúly változik → csak a disszipáció változik!

V=0.6, c=1



Doppler blue shift
Blanusa – Ott
Planck – Einstein
Landsberg
Doppler red shift
2.0
1.5
1.0
0.5
−0.5
0.0
0.5
1.0
T_1/T_2
w_2



u2
u1
g1
g2
w1
w2